República Bolivariana de Venezuela
Universidad de Los Andes

# Leyes de Newton
# y
# Sistemas de Referencias

Prof. Félix Aguirre

# Contenido

# Introducción

Es una característica muy común en la enseñanza de la física, y en particular en la mecánica, la poca importancia que se le da al tratamiento de las cantidades y eventos fundamentales. Estos últimos son tomados como un dogma sobre el cual basamos nuestro aprendizaje y enseñanza, pasando por alto las limitaciones a las que pueden estar sometidas las leyes con las que se describen los fenómenos. Es un hecho presente que, en la formulación de toda ley física, existe un "texto" tácito, que define y explica los símbolos que en ella intervienen, dando el grado de precisión y alcance de los experimentos y observaciones que la soportan. La comprensión de dicho texto no sólo ayuda a evitar aplicaciones erróneas, también justifica el hecho de que pudiese encontrarse un límite mas allá del cual la ley no tiene validez. Un ejemplo de ello, corresponde a las leyes de Newton, las cuales se formulan con una combinación de cantidades de carácter absoluto, como lo son la fuerza y la masa, y cantidades relativas, como la velocidad y la aceleración. Sabemos que el valor de las cantidades relativas depende de las condiciones del observador, por esto, la aplicación de dichas leyes no parece tener un dominio universal. Es necesaria la elección de un sistema de referencia adecuado para la descripción de los fenómenos gobernados por tales leyes.

El objetivo de este curso es de doble propósito:

1. Ofrecer una descripción conceptual rigurosa de las principales cantidades involucradas en la mecánica newtoniana.
2. Enfatizar la importancia que, para la descripción de los fenómenos físicos y en especial en la mecánica, tienen la acertada elección de un buen sistema de referencia.

Inicialmente se hace una descripción minuciosa de las variables newtonianas: masa, fuerza y aceleración. Seguidamente, se discute acerca del comportamiento de los distintos sistemas de referencia y sus consecuencias. Basándonos en la descripción del movimiento, desde diferentes marcos referenciales, y los efectos que ellos introducen, se presenta una estrecha relación entre dichos efectos y el campo gravitacional: principio de equivalencia.

Finalmente, se discute, acerca de la detección de campos eléctricos y magnéticos vistos desde diferentes sistemas de referencias.

***“Decir que cada especie de cosa está dotada de una cualidad específica oculta por la cual actúa y produce efectos manifiestos, equivale a no decir nada; pero derivar de los fenómenos dos o tres principios generales de movimiento y, acto seguido, explicar de qué modo se deducen de éstos, las propiedades y acciones de toda las cosas corpóreas, es dar un gran paso”***

**Isaac Newton**

# Capítulo I

# Mecánica Newtoniana

El movimiento de los cuerpos ha sido objeto de análisis desde hace mucho tiempo. Sin embargo, estos análisis permanecieron en el ámbito metafísico hasta el siglo XVII, cuando estudiosos, como Ticho Brahe, Kepler, Galileo entre otros, sentaron los cimientos de lo que más tarde constituiría una disciplina fundamental en el desarrollo de las ciencias. Newton, heredero intelectual de estos conocimientos, culmina este ciclo, con la formulación de las leyes que rigen el movimiento y la gravitación, dando origen a una de las doctrinas más importantes de la ciencia moderna, conocida como “Mecánica Vectorial” o “Mecánica Newtoniana”.

La mecánica vectorial puede resumirse en las bien conocidas leyes de Newton del movimiento. Estas constituyen la base fundamental para el análisis de cualquier tipo de movimiento, a pequeñas y grandes escalas. Podemos expresarlas como sigue:

1. ***Todo cuerpo tiende a permanecer en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme hasta que es afectado por una fuerza***
2. ***El cambio producido, en el estado de movimiento de un cuerpo, por la aplicación de una fuerza sobre éste es proporcional a la fuerza misma (magnitud, dirección y sentido)***
3. ***Toda acción tiene asociada una reacción***

### *Primera ley de Newton*

Esta ley, conocida también como *principio de inercia* describe el comportamiento natural de los cuerpos en ausencia de interacción, estableciendo tanto el reposo como el movimiento uniforme como dos estados equivalentes. Es realmente difícil (si no imposible) liberar a un cuerpo de toda interacción, lo cual no permite una comprobación experimental de esta ley. Sin embargo, a través de las observaciones de algunas experiencias se puede inferir la validez de este principio. Por ejemplo, en la figura 1, se muestra una pequeña esfera que rueda por un rampa curva, podemos observar, que si no existe ningún obstáculo, la esfera se detendrá (momentáneamente) cuando alcance, en el otro extremo, la misma altura inicial. Al seguir la trayectoria 1 esto ocurrirá en un tiempo relativamente corto. Pero si se desplaza por la trayectoria 2, el tiempo que tarda en detenerse aumenta. En general, encontramos que mientras menos inclinada, es la parte derecha de la vía, el tiempo que tarda en alcanzar la altura original es cada vez mayor. Evidentemente, al seguir por la trayectoria 3, la cual es completamente horizontal, nunca alcanzará la altura *h*, y podría estar desplazándose indefinidamente o hasta encontrar un obstáculo que perturbe su movimiento.

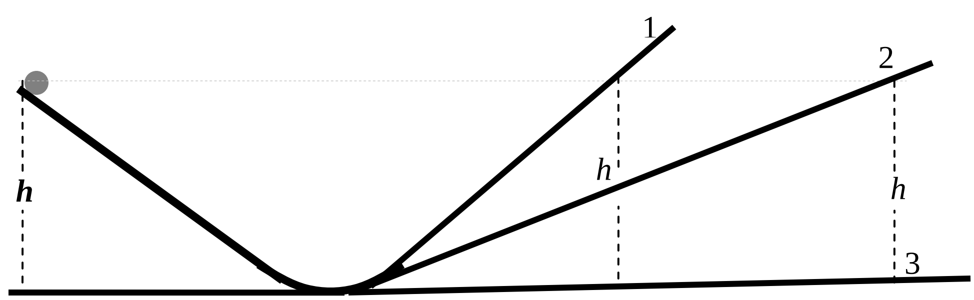



**Fig. 1**

Por otro lado, mediante un cálculo sencillo se obtiene la velocidad de la esfera, en términos del ángulo, para cualquier punto sobre las trayectorias inclinadas,

$$V^2 = V^2{}_p - \frac{10}{7} gl\, sen\theta$$

En esta expresión $V$ y $V_p$ corresponde a la velocidad en un punto sobre la rampa y en el punto mas bajo de la trayectoria, respectivamente. Por su parte $l$ es el desplazamiento sobre la rampa y $\theta$ el ángulo de inclinación. Vemos que para la vía 3 el ángulo es cero, por lo tanto la velocidad de la esfera, en cualquier punto de está trayectoria, será la misma que en el punto mas bajo. De esta forma, podemos afirmar que la esfera se moverá con velocidad constante indefinidamente o hasta que sea perturbado por algún agente ajeno al sistema. Nótese que, debido a que la esfera rueda sin resbalar, en la trayectoria horizontal no actúa la fuerza de roce. Entonces, podemos concluir, de este ejemplo, que la esfera se mueve con velocidad constante, en la horizontal, debido a la ausencia de fuerzas en esta dirección.

Generalizando el resultado anterior, a todas las direcciones, podemos afirmar que:

*"Si no actúan fuerzas sobre un cuerpo éste continuará moviéndose con velocidad uniforme o se mantendrá en reposo"*

Equivalente a decir que:

*"Un cuerpo no cambia su estado de movimiento en forma espontánea"*

o

*"Todo cuerpo tiende a mantener su estado de movimiento"*

aún más simple

*"Todo cuerpo tiene inercia"*

Entendiendo por *inercia* la tendencia a mantener el estado de movimiento.

Advirtamos aquí, que estamos extrapolando el resultado de un experimento, donde sólo suprimimos la fuerza de roce, a situaciones que sólo son posibles en nuestra imaginación, como es el caso de suprimir todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, lo cual equivaldría a aislarlo de todo el universo. Sin embargo, no parece existir razones firmes que indiquen un comportamiento diferente bajo esta condición.

## *Segunda ley de Newton*

Esta ley es, sin duda, la más emblemática y constituye el punto de partida para el planteamiento de cualquier análisis de movimiento que involucre traslación. En ella se ofrece una interpretación cuantitativa de los aspectos planteadas en la primera ley. Se introduce la idea de que esa tendencia a mantener el estado de movimiento, esto es: la inercia, es propiedad intrínseca de cada cuerpo y se manifiesta diferente en cada uno de ellos. Por otro lado, expresa la relación entre la acción del entorno y la perturbación del estado de movimiento del objeto.

Matemáticamente, tiene una forma sencilla

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \mathbf{1}$$

y fácilmente es memorizada como:

"***La fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración***"

A menudo usamos esta ecuación sin detenernos a pensar sobre su alcance y validez, lo cual puede conducirnos, en algunas situaciones, a interpretaciones erradas de los procesos reales. La ecuación (1), exhibe tres cantidades que describen el movimiento de un cuerpo: la masa ***m,*** especificando una propiedad intrínseca de los objetos; la fuerza ***F***, dando cuenta de la interacción con su entorno y la aceleración ***a*** como el efecto observable de dicha interacción. Ellas constituyen el conjunto de variables fundamentales de la dinámica del movimiento de traslación, mereciendo un minucioso esclarecimiento de sus significados.

## *Masa*

Cuando preguntamos: ¿qué es la masa?, frecuentemente obtenemos la siguiente respuesta: "la masa es la cantidad de materia en un objeto". Esta respuesta, además de ser errónea, es totalmente imprecisa, en el sentido de que no es claro lo que se quiere decir por materia ni como podemos medirla. Para responder, en forma mas precisa, es necesario saber a que nos referimos y en que contexto se está formulando dicha pregunta. Por ejemplo, dentro del ámbito de la relatividad los conceptos de masa y energía se funden en uno solo o en el estudio de "partículas elementales", frecuentemente se habla de partículas sin masa. Existen muchas otras formas de referirnos a la masa de un objeto que no podrían ser cubiertas por una definición tan simple como la anterior.

Al considerar la masa de un cuerpo, queremos cuantificar alguna cualidad particular de éste que involucra interacción. Así, en el contexto de la mecánica vectorial, debemos distinguir entre el concepto de masa gravitacional y el de masa inercial. Ambas cantidades juegan papeles protagónicos en la descripción de la mecánica, y aún cuando sus valores coinciden, ellas representan diferentes propiedades que, bajo ciertas circunstancias, pueden considerarse antagónicas.

## Masa gravitacional

La facultad que tiene todo cuerpo de atraer, a otros cuerpos, es lo que conocemos como ***gravitación***. Esta cualidad, que es inherente a la materia, posiblemente esté relacionada a la cantidad de ésta, sin embargo, no representa su medida.

Generalmente, cuando hablamos de gravitación, pensamos en objetos siderales, sin embargo, este fenómeno, sabemos, está presente tanto a escalas celestes como a escalas de laboratorio (vida cotidiana). Es un hecho probado, que es el mismo tipo de interacción el que mantiene girando los planetas alrededor del sol y la que obliga a los objetos a caer cuando se dejan libres cerca de la superficie de La Tierra. Con esto último podemos afirmar que La Luna, por ejemplo, está cayendo sobre La Tierra, al encontrarse orbitando sobre ésta. Esto puede entenderse a través del siguiente ejemplo:

Suponga, que dejamos caer un objeto desde una altura $h = 5{,}0\ m$, el cuerpo tardará, si minimizamos el efecto del aire, aproximadamente 1 segundo en hacer el recorrido, lo cual ocurrirá independientemente del "peso" y tamaño del objeto. Suponga, ahora, que el objeto se lanza, desde la misma altura, pero comunicándole una velocidad horizontal, figura 2. Se encuentra, de nuevo, que el objeto tocará el piso en el mismo intervalo de tiempo, sólo que habrá un recorrido horizontal $\boldsymbol{\Delta x}$, el cual será mayor en la medida que se aumente la velocidad.

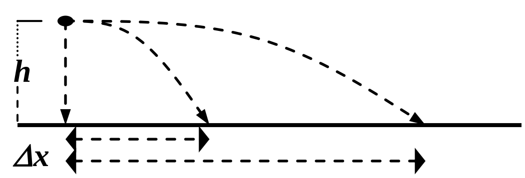



**Fig. 2**

Ahora bien, si la velocidad es lo suficientemente grande la distancia recorrida por el objeto, es tal que "el piso" no podrá considerarse una superficie horizontal debido a la redondez de La Tierra (figura 3). A esta escala, es fácil ver que el piso se "aleja" del cuerpo en la medida que éste avanza "horizontalmente". Entonces, es posible imprimir al cuerpo una velocidad tal que éste se mantenga, en todo momento, a la misma altura inicial. En este caso, el cuerpo habrá entrado en órbita y se moverá alrededor de La Tierra "cayendo" indefinidamente, figura 3.

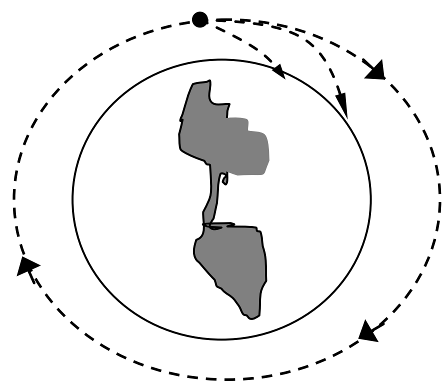


**Fig. 3**

Con una aplicación sencilla de geometría plana y sabiendo que el radio ecuatorial promedio de La Tierra es $\boldsymbol{R_T}$ = 6.400 *Km*, se puede estimar dicha velocidad.

En la figura 4, se muestra la trayectoria circular que sigue el objeto en órbita y de ella se obtienen algunas relaciones de interés.

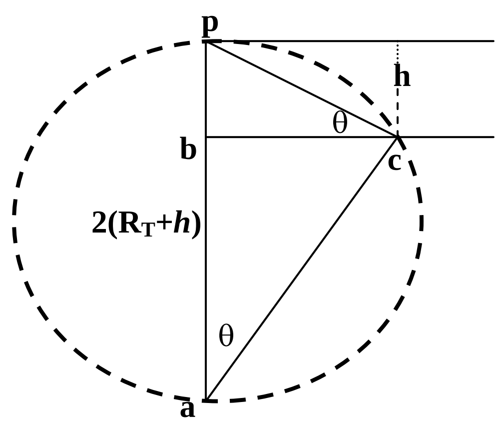



**Fig. 4**

La distancia $\boldsymbol{ap}$ representa el diámetro de la Tierra mas dos veces $\boldsymbol{h}$, siendo esta última la altura desde donde lanzamos el objeto. Por su parte, la distancia $\boldsymbol{bc}$ corresponde al desplazamiento horizontal, del objeto, al recorrer verticalmente la altura $\boldsymbol{h}$. A partir de la semejanza entre los triángulos pbc y abc obtenemos:

$$\frac{\boldsymbol{bc}}{2\boldsymbol{R_T}+\boldsymbol{h}}=\frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{bc}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{bc}=\sqrt{\boldsymbol{h}(2\boldsymbol{R_T}+\boldsymbol{h})},$$

Sí hacemos $\boldsymbol{h} = 5\ m$, sabemos que el tiempo transcurrido es de 1 segundo. De esta forma obtenemos la velocidad de lanzamiento horizontal como:

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{bc}}{\Delta \boldsymbol{t}} = \frac{\sqrt{\boldsymbol{h}(2\boldsymbol{R_t} + \boldsymbol{h})}}{\Delta \boldsymbol{t}} \cong \frac{\sqrt{2\boldsymbol{hR_T}}}{1{,}0\ \boldsymbol{s}} = 8{,}0\ \boldsymbol{Km}/\boldsymbol{s} = 28.800\ \boldsymbol{Km}/\boldsymbol{h}$$

(en este cálculo hemos usado el hecho de que $\boldsymbol{R_T} >> \boldsymbol{h} \Rightarrow 2\boldsymbol{R_T} + \boldsymbol{h} \cong 2\boldsymbol{R_T}$). Nótese que para valores mayores, de velocidad de lanzamiento, el objeto escaparía de la órbita, mientras que para valores menores la órbita degradaría y el objeto caería.

Este valor nos permite también estimar la aceleración a la cual está sometido todo cuerpo que sea lanzado en la cercanía de la superficie de la tierra.

Para ello hacemos uso de la cinemática del movimiento circular uniforme[1], en la cual la aceleración es

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{v}^2}{\boldsymbol{R_T} + \boldsymbol{h}} \cong \frac{\boldsymbol{v}^2}{\boldsymbol{R_T}} = \frac{\left(8{,}0\ \boldsymbol{Km}/\boldsymbol{s}\right)^2}{6.400\,\boldsymbol{Km}} = 0{,}010\ \boldsymbol{Km}/\boldsymbol{s}^2 = 10\ \boldsymbol{m}/\boldsymbol{s}^2$$

Este valor, que es el mismo para todos los objetos que "caen", se conoce con el nombre de aceleración de gravedad "$\boldsymbol{g}$". Y al ser independiente de cada cuerpo sólo puede entenderse como una cualidad de la tierra, como cuerpo fuente. La observación del comportamiento de los distintos objetos celestes nos permite generalizar esta propiedad a todos los cuerpos.

Son muchos los intentos para tratar de explicar la gravitación a través de diversos mecanismos, desde los más religiosos, dándole un carácter divino a este fenómeno, hasta aquellos, que bajo un análisis físico, precisan de la existencia de "algo" no observable interactuando con los cuerpos. Tal vez el más ingenioso de estos mecanismos es aquel en el que se considera que todos los cuerpos están siendo "bombardeados" por minúsculas partículas provenientes de todas las direcciones y que son parcialmente absorbidas. Así un cuerpo asilado no experimenta cambios en su velocidad, ya que recibe igual impulso en todas las direcciones. Sin embargo la presencia de un segundo cuerpo debe atenuar el flujo de partículas en la dirección de éste y como consecuencia el "bombardeo" de partículas no será el mismo en todas las direcciones (ver Fig. 5), alterando, de esta manera, el balance en

[1] En el movimiento circular uniforme el objeto está sometido a la llamada aceleración centrípeta $\boldsymbol{a_c} = \frac{\boldsymbol{v}^2}{\boldsymbol{r}}$

el impulso, lo que provocaría el movimiento del objeto en la dirección del segundo cuerpo.

Una de las características que hace interesante este mecanismo es el hecho de que la atenuación del flujo de partículas es proporcional al inverso del cuadrado de la distancia, ya que éste depende del ángulo sólido y como sabemos $\boldsymbol{\Omega} \propto \frac{1}{\boldsymbol{r}^2}$.

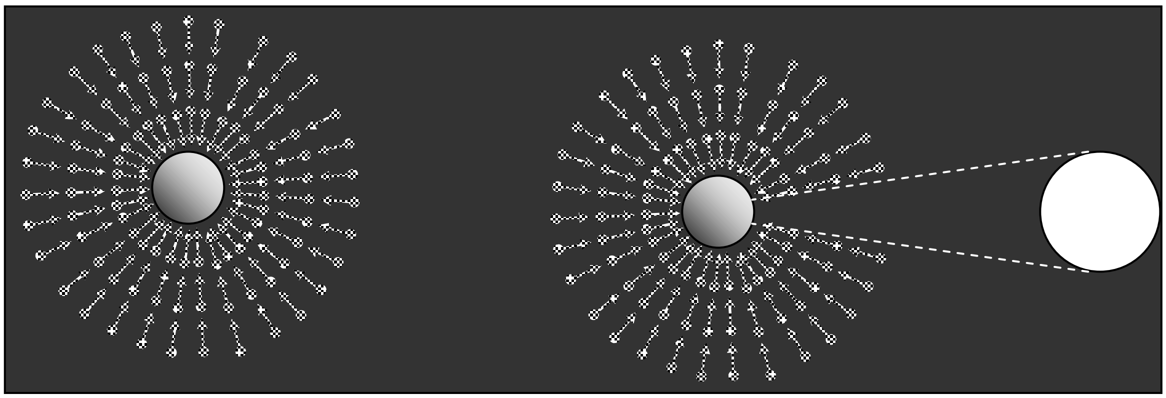


**Fig. 5**

Por supuesto, el segundo cuerpo debe experimentar el mismo efecto y se moverá hacia el primero, y esto explicaría la atracción entre dos objetos. Sin embargo, este mecanismo predice otros efectos que no han sido observados. En particular se encuentra que los cuerpos orbitando deberían detenerse en algún momento, ya que al moverse recibiría mayor impulso en la parte frontal que en la posterior, tal que se produciría un desequilibrio de impulso en sentido contrario al movimiento provocando una disminución de la velocidad. Algunos cálculos han demostrado que de acuerdo a este mecanismo ni La Tierra ni ningún otro planeta deberían estar orbitando al sol en esta época. Por esta razón esta teoría debe ser descartada ya que no hay evidencia de los efectos que ella predice. No existiendo ningún otro mecanismo que, dentro del contexto de la mecánica newtoniana, sea capaz de explicar la gravedad a través de herramientas más sencillas, podemos asegurar que la gravitación es un fenómeno fundamental, esto es: no puede ser interpretado en términos de otros factores.

Dicho fenómeno sólo se manifiesta en presencia de cuerpos físicos y su intensidad obedece a una particular propiedad de éstos. La cuantificación de este rasgo es lo que llamamos

***masa gravitacional.*** Esta cantidad representa el contenido de ese "algo", en cada objeto, que induce la gravitación.

La ley de atracción universal de Newton, que representa la descripción cuantitativa de la interacción, bajo este atributo, condensa en una forma simple todo lo descrito anteriormente. Podemos expresar dicha ley de la siguiente manera:

***"La fuerza con la cual se atraen, dos cuerpos es proporcional al producto de sus masas (gravitacionales), e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa"***

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{m}_{g1}\boldsymbol{m}_{g2}}{\boldsymbol{r}^2} \qquad \textbf{2}$$

en esta expresión ***G*** es a una constante universal y tiene el valor $6{,}67 \times 10^{-11}\ N\text{-}m^2/Kg^2$ [2]. Por su parte, $\boldsymbol{m}_g$, representa la masa gravitacional de los cuerpos y es a través de esta ley (2) que puede ser determinada. Por ejemplo, midiendo la fuerza de atracción que soporta un cuerpo de masa conocida (por ejemplo 1.0 *Kg*), suspendido a una altura *h*, podemos determinar la masa gravitacional de La Tierra ($m_T \cong 6{,}14 \times 10^{24}\ Kg$).

Una interacción con características similares es la que se realiza entre cuerpos cargados, descrita a través de la ley de Coulumb. A manera de comparación, y sólo con la finalidad de mostrar su similitud, enunciamos dicha ley:

"***La fuerza con la cual interactúan, dos cuerpos cargados (se atraen o se repelen) es proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa".***

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{K}\frac{\boldsymbol{q}_1\boldsymbol{q}_2}{\boldsymbol{r}^2} \qquad \textbf{3}$$

En esta expresión, vemos que las cargas "***q***" juegan el papel análogo a la masa gravitacional en (2), y representan el contenido de electricidad en cada cuerpo. Siendo esta última el atributo que origina este tipo de interacción. A diferencia de la gravitación, la electricidad no está presente en todos los cuerpos y en el ámbito macroscópico, la carga no es única para cada cuerpo. Por lo tanto, es imposible obtener una relación universal entre la masa gravitacional y la carga eléctrica de un cuerpo. A nivel subatómico, sin embargo, se puede establecer una correspondencia entre ambas propiedades, para cada una de las distintas partículas elementales. Tal vez, la electricidad y la gravitación están más

[2] Fue Cavendish el primero en medir esta constante a través de una balanza de torsión

relacionadas de lo que pensamos, sin embargo, no se ha podido construir aún una teoría que fusione en un único contexto ambas propiedades. Pero lo que sí podemos asegurar es que la interacción eléctrica es mucho más intensa que la gravitacional, por ejemplo, para dos electrones se tiene

$$\frac{\textbf{\textit{Fuerza Eléctrica}}}{\textbf{\textit{Fuerza Gravitacional}}} = 4{,}17\,\boldsymbol{x}10^{42}\,.$$

Tanto la ley de gravitación (2), como la de Coulomb (3), describen la forma en la cual interactúan dos cuerpos a través de una cualidad particular:

Eléctricamente: carga eléctrica < == > carga eléctrica

Gravitacionalmente: masa gravitatoria < == > masa gravitatoria

De acuerdo a lo antes expresado, fácilmente, podemos identificar la carga eléctrica como otro tipo de masa: **la masa eléctrica**. Esta al igual que la masa gravitacional representa el contenido, en un cuerpo, de un “algo” (o una “esencia”) que se manifiesta a través de las interacciones.

## Masa Inercial

Nos referimos a la inercia de un cuerpo, cuando hacemos uso de la primera ley de newton: “**Todo cuerpo permanecerá en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme si sobre él no actúa ninguna fuerza**”. En esta ley se nos expone el hecho de que ningún cuerpo alterará su estado de movimiento (su velocidad) de forma espontánea, es necesario que otros cuerpos actúen sobre él para que esto ocurra. Esta tendencia, de todo cuerpo, a mantener su estado de movimiento se manifiesta como una resistencia a los cambios. Dicha resistencia es lo que llamamos **inercia.** Para ilustrar mejor este concepto usemos el siguiente ejemplo:

Supongamos que tratamos de poner en movimiento un objeto “pesado”, digamos una nevera, empujándola sobre una superficie horizontal. Sabemos que este cuerpo no se moverá hasta que hayamos vencido la fuerza de roce presente entre el piso y la nevera. Supongamos ahora que pulimos el piso, con lo cual disminuimos el roce, y nuevamente empujamos la nevera. En este segundo intento la moveremos más fácil, aún así encontramos resistencia. Es pertinente, aquí, la siguiente pregunta:

**¿Si elimináramos todo el roce en el piso, y aún más, eliminásemos cualquier tipo de fricción presente, sería posible mover la nevera sin ninguna resistencia?**.

Piense por un momento, en esta situación, antes de responder………

**Aún en este escenario tan ideal, donde el roce, y toda fricción, han sido suprimidas, seguiremos encontrando oposición al tratar de sacar el objeto del reposo. De igual forma, si la nevera se encuentra en movimiento, por el piso sin roce, experimentaríamos una resistencia al tratar de detenerla.** Esta resistencia a los cambios de estado de movimiento es lo que entendemos por inercia. Es importante hacer notar que si bien la inercia se manifiesta como una resistencia, al intentar cambiar el estado de movimiento de un cuerpo, no evitará que esto se produzca.

La inercia se manifiesta como una propiedad intrínseca de cada cuerpo. Existe, sin embargo, una interpretación alternativa bajo la cual se entiende la inercia como la manifestación de una interacción, muy especial, entre el objeto y el resto del universo (principio de Mach). Sin embargo, al no poder describir la naturaleza de esta interacción, esta interpretación queda dentro del ámbito metafísico.

De nuevo, estamos frente a un hecho que no puede ser explicado mediante otros mecanismos más simples, esto hace de la inercia otro atributo fundamental en los cuerpos.

Aun cuando la inercia está presente en todos los objetos, esta propiedad no se exhibe con la misma intensidad para los diferentes objetos. Nótese que si en la situación anterior, en lugar de la nevera, experimentásemos con una caja de cartón, notaríamos que esta última sería mas fácil de mover (o detener). Esto nos indica que la "carga de inercia" varía según el cuerpo. Entonces, en forma cuantitativa, definimos la **masa inercial** como el "contenido de inercia" presente en cada cuerpo. Así podemos enunciar lo siguiente:

***La masa inercial es la medida de la oposición al cambio de estado de movimiento que presenta cada cuerpo***.

Al igual que la masa gravitacional, la masa inercial es única para cada cuerpo y es esta cantidad a la que se hace referencia en la segunda ley de Newton (1)

## Equivalencia entre masa inercial y masa gravitacional

La masa inercial y la masa gravitacional, bajo el contexto newtoniano, especifican diferentes propiedades de un cuerpo, como se observa a través de los razonamientos anteriores. Sin embargo, experimentalmente se ha podido establecer una relación entre estas cantidades que permite obtener una equivalencia entre ambas.

Supongamos que dejamos caer dos objetos desde una misma altura, despreciando la resistencia del aire, se encuentra que ambos caen igual. Esta observación ya había sido hecha por Galileo, al dejar caer objetos desde la torre de Pisa, formulándose la siguiente pregunta: Si los cuerpos más “pesados” son atraídos con mayor fuerza ¿**Por qué no caen más rápido**?

La respuesta, dada por Newton muchos años mas tarde, es la siguiente: Los cuerpos mas “pesados” son atraídos con mayor fuerza por tener mayor masa gravitacional, pero a su vez su masa inercial también es mayor y esto último hace que presenten más resistencia a ser acelerados”, de esta forma vemos que mientras la caída es favorecida por la masa gravitacional, la masa inercial se opone a los cambios de velocidad. Esto explicaría, en forma cualitativa, el por qué en la caída el movimiento es el mismo para todos los cuerpos.

De lo anterior se puede inferir que ambas masas, inercial y gravitacional, guardan una relación directa, esto es: a mayor masa gravitacional mayor masa inercial.

Encontramos entonces que

$$\boldsymbol{m_g = \gamma\, m_i} \qquad \mathbf{4}$$

donde γ es una constante.

Para cuantificar esta relación, recurramos a la ecuación (2), la cual nos da la fuerza de atracción entre dos cuerpos. Suponemos, en este caso, que uno de los objetos es La Tierra y r su radio $R_T$. Al introducir (4) en (3) se obtiene

$$\boldsymbol{F = \frac{G\gamma^2 m_T}{R^2{}_T} m} \qquad \mathbf{5}$$

*($m_T$ y $m$ son las masas inerciales de La Tierra y del otro objeto, respectivamente)*

Por otra parte sabemos que

$$\boldsymbol{F = ma = mg,}$$

En la cual se ha usado el hecho experimental, calculado anteriormente, de que la aceleración de todo objeto dejado libre en las proximidades de la superficie de la tierra, y suprimiendo la fricción con el aire, tiene un valor aproximadamente constante: **g.** La comparación entre ambas ecuaciones conduce a lo siguiente

$$\boldsymbol{g = G\frac{\gamma^2 m_T}{R_T{}^2} \Rightarrow \gamma = \sqrt{\frac{g}{Gm_T}}\,R_T}$$

Al introducir los valores correspondientes ($R_T = 6{,}40 \times 10^6\ m$, $m_T = 6{,}14x10^{24}\ Kg$, $\boldsymbol{g} = 10\ m/s^2$ y $G = 6{,}67x10^{-11}\ New\text{-}m^2/Kg^2$ ) en esta expresión se encuentra que $\gamma = 1.0$. De esta forma vemos, según (4), que la masa inercial tiene el mismo valor que la masa gravitacional, aunque no son las mismas. Esta es la razón por la que, generalmente, no se hace ninguna aclaratoria al referirse a la masa de un cuerpo ya que ambas (gravitacional e inercial) tiene el mismo valor. Este hecho, que  pareciera una  simple coincidencia, entraña una interpretación más fundamental el cual consideraremos mas adelante.

### *Fuerza*

La noción más elemental de fuerza está asociada con la práctica de empujar o arrastrar un objeto. Sin embargo, la idea va más allá del contacto directo e involucra también, la acción a distancia, como es el caso de la gravitación y la electricidad.

El término fuerza, en mecánica, agrupa, bajo un único concepto, todas las interacciones, independiente de cual sea su naturaleza. Es conveniente aclarar aquí, que solo existen cuatro tipos de interacciones fundamentales: eléctricas, gravitacionales y las llamadas fuertes y débiles, estas últimas están sólo presentes a niveles sub-átomicos. Cualquier otra manifestación es el resultado de una combinación de ellas.

En término de las interacciones, debemos clasificar las fuerzas como:

De repulsión: cuando el efecto de la interacción es la tendencia a separar los objetos

De atracción: si este resultado corresponde a la propensión de mantener los cuerpos ligados

Esta clasificación se visualiza fácilmente en la acción a distancia, pero cuando analizamos el contacto directo entre dos cuerpos puede resultar incómoda, ya que en este caso podemos observar fuerzas que son tangentes a las superficies de los objetos y parecieran no estar dentro de la categorización anterior. Como ejemplo tenemos la llamada fuerza de roce, la cual se genera entre dos superficies en contacto y es tangente a ellas. Esta contradicción puede ser superada rápidamente al analizar dichas fuerzas en su origen microscópico, describiéndolas como el resultado de la combinación de muchas interacciones, que a este nivel, obedecen la clasificación anterior.

Una de las manifestaciones más sorprendentes de la naturaleza, es el hecho de que un cuerpo puede estar interactuando simultáneamente, y de manera independiente, con muchos otros y siempre puede “aceptar” una interacción más. En pocas palabras decimos que las interacciones, sobre un objeto, no se saturan. En términos de fuerzas podemos decir que un cuerpo, está sometido simultáneamente a la acción, de repulsión o atracción, de los objetos en su entorno. Pudiendo asociarle a cada fuerza la dirección en la cual se produce la repulsión o la atracción, según sea el caso. Esta peculiaridad le da a la fuerza un carácter vectorial, ya que además del valor, se le puede asignar una orientación en el espacio.

Por otra parte, podemos ver que el efecto neto, de la acción combinada de muchas fuerzas actuando sobre un objeto es el de la superposición de todas ellas.

En general, entendemos la fuerza como una representación matemáticas de las interacciones, siendo, estas últimas, las responsables de los cambios en el estado de movimiento

$$\textbf{\textit{INTERACCION}} \Rightarrow \textbf{\textit{CAMBIO EN EL ESTADO DE MOVIMIENTO.}} \qquad \text{(p-1)}$$

Vemos, entonces, que un cuerpo cambiará su estado de movimiento, si y sólo si otro cuerpo actúa sobre él. Esto significa que las fuerzas, como tales, no tienen existencia propia. No podemos advertir la presencia de una fuerza sin que esté asociada a un par de cuerpos: el que recibe la acción y el que la aplica.
Nótese que la representación de las diferentes interacciones a través de las fuerzas nos permite "sumar" sus efectos independientemente de la naturaleza de la interacción.

### *Fuerzas más comunes*

Aún cuando todas de las fuerzas que experimentamos en la vida diaria pueden ser descrita en término de interacciones más fundamentales, básicamente: eléctricas y gravitatoria, conviene hacer una descripción de algunas de ellas que nos permita entender, desde su carácter microscópico, su comportamiento macroscópico.

### Fuerza Normal

Una de las fuerzas mas importante en nuestra vida diaria es la llamada fuerza normal. Es ésta la responsable de que podamos apoyarnos en las superficies sólidas. Desde el punto de vista macroscópico, podemos entender esta fuerza como una reacción elástica, que ofrecen las superficies, debida a las pequeñas deformaciones que producen los cuerpos apoyados en ellas. Un análisis mas detallado, sugiere esta fuerza como la resultante, en la dirección perpendicular, de una compleja combinación de interacciones moleculares entre las superficies en contacto. Difícilmente podemos analizar el comportamiento desde sus orígenes microscópico. Sin embargo, vemos que en la interacción entre dos superficies puede haber una transición desde ligera atracción, al iniciar en contacto, hasta una intensa repulsión, al estar fuertemente presionadas una contra la otra. Esta tendencia es mostrada en la figura 6, donde se describe el comportamiento de las fuerzas a través de la distancia intermolecular. Aquella representada en la zona de repulsión corresponde a la llamada fuerza normal, la cual se hace mayor en la medida que se disminuye la distancia intermolecular, entre ambas superficies. Por su parte, la sección de la curva en la zona de atracción representa la fuerza de adhesión que puede generarse entre las superficies al iniciarse o estar finalizando el contacto. Esta última no es siempre muy apreciable.

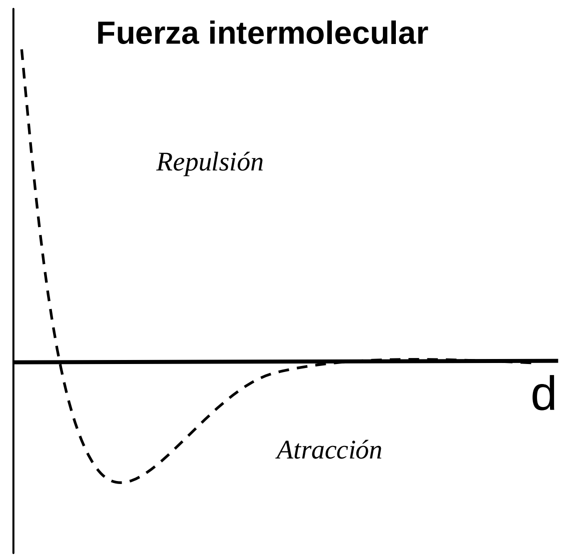



**Fig. 6**

### Fuerza de roce

Llamaremos fuerzas de fricción a aquellas que oponiéndose al movimiento son provocadas por éste. Por ejemplo, la resistencia del medio que experimentan autos, aviones, submarinos, cuando desarrollan altas velocidades. En general, una fuerza de fricción no puede ser descrita, en su origen, de manera simple. Estas fuerzas, son en realidad, un conjunto complejo de acciones que van desde los efectos de la diferencia de presión, sobre las distintas partes del objeto, hasta las acciones directa sobre su superficie. La fuerza de roce es un caso particular de la fricción, y es tal vez la qué más frecuentemente experimentamos. Ésta se produce entre superficies sólidas en contacto, bajo la tendencia de deslizamiento de una respecto a la otra, figura 7.

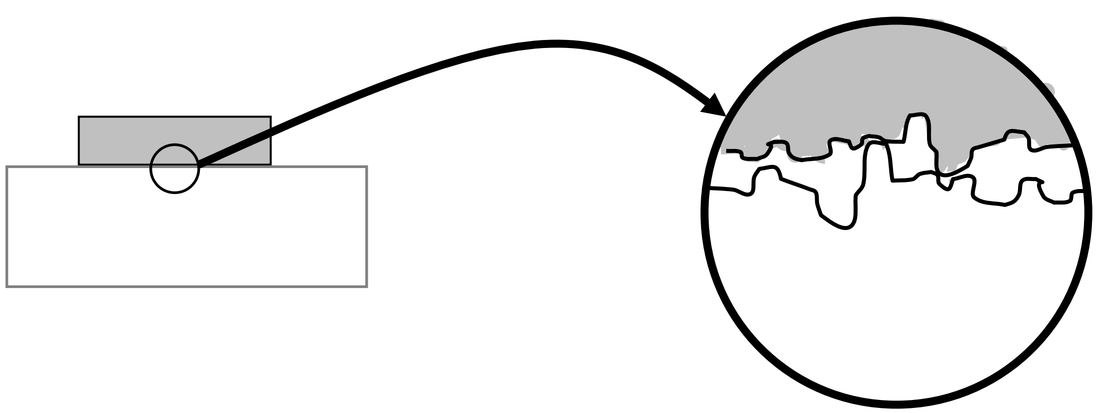


**Fig. 7**

Generalmente al tratar de explicar el origen de esta fuerza nos referimos a la no uniformidad que exhiben las superficies (aún pulidas) a nivel microscópico. Atribuyendo todo el efecto, de roce, al "entrabado" que se presenta al tratar de deslizar una superficie sobre la otra. Una explicación basada únicamente en este hecho no parece dar una respuesta completa a las observaciones. Por ejemplo: se esperaría que cualquier piso pulido ofreciera roce mínimo, ya que la cera rellena las irregularidades de la superficie haciéndola más uniforme por lo que, de acuerdo al mecanismo antes mencionado, el roce debería disminuir, trayendo como consecuencia que el caminar sobre esta superficie se haría muy complicado. Sin embargo, sabemos que existen ceras que, aún dando brillo al piso, proporcionan una superficie "antideslizante". De este ejemplo, fácilmente podemos convencernos de que este mecanismo no es suficiente para explicar el origen de las fuerzas de roce y que deben existir otros factores interviniendo. Se sabe que las interacciones de las moléculas pueden generar adhesión en aquellos puntos de las superficies que se encuentran en contacto real. Aún cuando la dimensión de la superficie en contacto real es muy pequeña en comparación a la verdadera superficie de los objetos (una primera estimación da una relación aproximada de $1:10^{-4}$) la resultante de las fuerzas que se genera al tratar de romper la adhesión es lo suficientemente grande, como para ser considerada un factor de peso en la contribución del rozamiento. Además de los mecanismos mencionados pudiésemos nombrar también: las películas de óxido que se forman en algunas superficies, la humedad, la temperatura, etc. Son muchos los factores que intervienen, mediante mecanismos muy complicados, en la generación de la fuerza de roce. Tal complejidad hace imposible un análisis detallado que permita derivar, a partir de sus orígenes, las leyes que rigen su comportamiento. En vez de esto se recurre a un procedimiento semi-empírico, encontrándose las siguientes propiedades generales:

Se distinguen dos tipos de roce: estático, cuando no se deslizan las superficies, y cinético, cuando las superficies resbalan.

La dirección de la fuerza de roce es en sentido contrario a la tendencia de deslizamiento.

La intensidad no depende de las dimensiones de las superficies, pero si de la naturaleza de éstas.

La intensidad es proporcional a la fuerza normal.

## Fuerza de roce estática

La fuerza de roce estático podríamos pensarla como la resistencia que ofrecen dos superficies a resbalar entre si. Esta puede tomar, dependiendo de la situación, valores comprendidos entre cero y un valor máximo $f_{emáx}$.

$$0 \leq f_e \leq f_{emáx}$$

siendo el máximo aquel que actúa cuando se está a punto de vencer dicha resistencia y cuyo valor, se encuentra, esta da

$$f_{emáx} = \mu_e N \qquad \textbf{6}$$

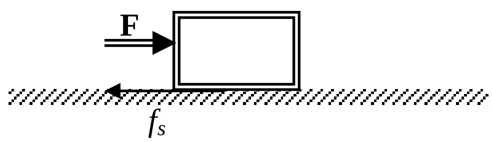



**Fig. 8**

donde $N$ es el valor de la fuerza normal y la cantidad $\mu_e$, que sintetiza numéricamente, las características y comportamiento de las superficies en contacto, se le da el nombre de coeficiente de roce estático. El valor de este coeficiente es aproximadamente constante para cada par de superficie y, aunque aparentemente no existe ninguna razón, en la mayoría de los casos la práctica demuestra que $\mu_s \leq 1$.

En la situación mostrada en la figura 8 se intenta deslizar un bloque, sobre una superficie horizontal, aplicando una fuerza F variable. Como se observa, se genera una fuerza de roce estática, la cual tiene el mismo valor que la fuerza F y se incrementa en la medida que esta última crece, de esta manera el cuerpo se encontrará en reposo ya que $f_e$ mantiene equilibrado el cuerpo impidiendo que resbale. Es sólo hasta que la fuerza F sea mayor o igual a la fuerza de roce estática máxima, $F \geq f_{smáx}$, que se producirá el deslizamiento.

## Fuerza de roce cinética

Adicionalmente a las características generales, experimentalmente se observan lo siguientes:

Si se empuja un objeto, que se encuentra apoyado en una superficie, hasta sacarlo del reposo, se necesita menos fuerza para mantenerlo en movimiento

Una vez que el objeto se encuentra en movimiento, la fuerza de roce se mantiene aproximadamente independiente de la velocidad

Estas dos observaciones nos permiten escribir para la fuerza de roce cinético

$$f_c = \mu_c N \qquad \textbf{7}$$

y por otro lado

$$\mu_e \geq \mu_c$$

Donde $\mu_c$, que se conoce como coeficiente de roce cinético, sintetiza numéricamente, desde el punto de vista dinámico, el comportamiento del par de superficies en contacto.

| **Superficies en contacto** | $\mu_e$ | $\mu_c$ |
|---|---|---|
| Cobre - acero | 0.53 | 0.36 |
| Acero - acero | 0.74 | 0.57 |
| Aluminio - acero | 0.61 | 0.47 |
| Caucho - concreto | 1.0 | 0.8 |
| Madera - madera | 0.25-0.5 | 0.2 |
| Teflón - teflón | 0.04 | 0.04 |
| Articulaciones sinoviales en humanos | 0.01 | 0.003 |

**Tabla 1 coeficientes de roce estáticos y dinámicos**

En la tabla 1 se muestran los valores de coeficientes de roce estático y cinético para algunas superficies.

El ejemplo del roce y la normal, nos permite apreciar que, salvo por la gravedad, todas las fuerzas con las que cotidianamente coexistimos son producto de una compleja combinación de fuerzas elementales, básicamente eléctricas, que operan a nivel microscópico.

### *Aceleración*

La aceleración es quizá la cantidad más difícil de acoplar en las leyes de Newton, ya que su valor, como todas las cantidades cinemáticas, no está asociado exclusivamente a los cuerpos en interacción, si no que involucra, además, el estado de movimiento del observador.

### Cinemática

El análisis de la cinemática de un cuerpo está centrado en el estudio de tres cantidades: *posición, velocidad y aceleración*.

La primera de estas cantidades representa la ubicación del cuerpo en el espacio y puede ser descrita a través del llamado vector posición $\vec{r}$ . Este es un vector que se extiende desde el origen del sistema de coordenadas hasta el punto donde se encuentra la partícula (ver figura 9).

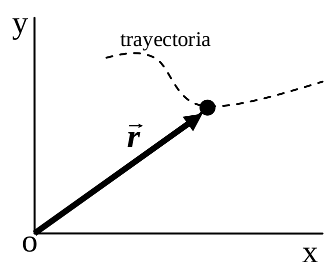



**Fig. 9**

En términos prácticos, el objetivo de la cinemática es el de describir el movimiento del cuerpo, para lo cual se hace imperativo el conocimiento de la trayectoria. Esta última es descrita por la sucesión de las diferentes posiciones que tiene el cuerpo en su movimiento. En términos del vector posición esto es representado por una función "parametrizada" con el tiempo "$\boldsymbol{t}$"

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$

que permite calcular las diferentes ubicaciones del cuerpo en cualquier instante (pasado, presente o futuro). La determinación de esta función, ya sea numérica o analítica, exige el conocimiento de la evolución de la posición. Esta última puede obtenerse a través de la segunda cantidad cinemática: la velocidad $\vec{v}$ . Esta se define como *la rapidez con la cual cambia la posición*

$$\vec{v} \equiv \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} \qquad \textbf{8}$$

(En esta expresión nos referimos a la posición en dos tiempos distintos: $t$ y $t+\Delta t$, figura 10).

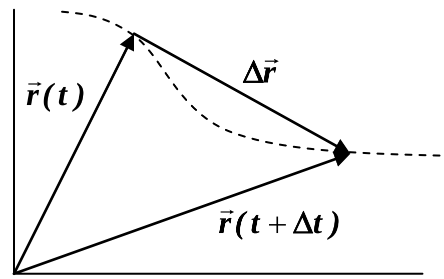



**Fig. 10**

Si suponemos que $\Delta t$ es la separación temporal entre dos instantes sucesivos (un diferencial de tiempo ***dt***), entonces, las posiciones asociadas, en este caso, corresponderán a puntos sucesivos sobre la trayectoria. De esta forma expresamos la velocidad,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

aquí, la cantidad $d\vec{r}$ representa el mínimo desplazamiento posible y, consecuentemente, $dt$ corresponde al mínimo intervalo de tiempo permitido[3]

$$\Delta\vec{r} \to d\vec{r}$$
$$\Delta t \to dt$$

La velocidad expresada en esta forma está asociada a un instante específico y a un único punto de la trayectoria y se le conoce con el nombre de *velocidad instantánea*. Al igual que la posición, la velocidad instantánea también es una función del tiempo, ésta nos da la información de cómo está cambiando la posición en cualquier instante

$$\vec{v} = \vec{v}(t).$$

Requerimos, al igual que en el caso de la posición, de una cantidad que exprese la evolución de la velocidad. Esta cantidad es la aceleración, la cual definimos como la rapidez con la cual cambia la velocidad

$$\vec{a} \equiv \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} \qquad \textbf{9}$$

Si de nuevo, tomamos el intervalo de tiempo entre dos instantes sucesivos, tendremos

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt},$$

[3] Estos elementos corresponden a los diferenciales de desplazamiento y de tiempo

y, al igual que antes, asociamos esta función a un único punto de la trayectoria. De esta forma escribimos

$$\vec{a} = \vec{a}(t).$$

La especificación de las cantidades $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$, en cada instante, determinan completamente el movimiento de un cuerpo.

Si se conoce la posición y la velocidad inicial, además de la aceleración en cada instante, la cinemática queda totalmente determinada, ya que la aceleración nos permite, bajo un proceso iterativo, calcular la velocidad para cualquier instante y a través de ésta última podemos determinar la posición. Entonces, como podemos ver, la cantidad principal, en la determinación de la cinemática de un cuerpo, es la aceleración. Esta, junto a las condiciones iniciales (posición y velocidad), permiten la completa descripción del movimiento de traslación. Su significado trasciende más allá de la mecánica, y representa, en general, el cambio de ritmo en la rapidez de evolución de algún proceso. Visualicemos esto a través del ejemplo representado en la figura 11. En ésta se describe la evolución de una población que aumenta día a día.

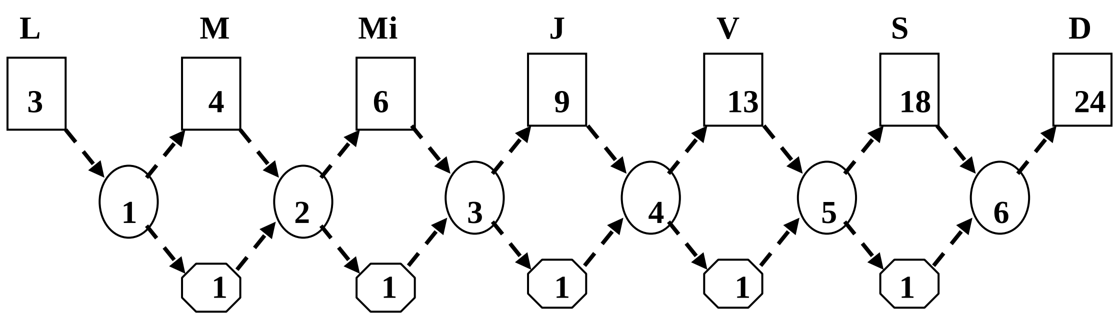



**Fig. 11**

Los recuadros, en la primera fila, registran el número de individuos para cada día de la semana. En la segunda fila, las elipses representan la rapidez de crecimiento diario de la población. Nótese que la tasa no es constante, por el contrario, varía día tras día. Este comportamiento sugiere la determinación de un nuevo factor que describa esta conducta. Así, encontramos, en los octágonos de la tercera fila, el valor que refleja la razón a la cual cambia diariamente la tasa de crecimiento. Fíjese que si este valor pudiese ser determinado, mediante algunas características particulares propias del sistema, de las condiciones, o cualquier otro parámetro, entonces bastaría que conociésemos, tanto, el número de especimenes y la taza de crecimiento, en el primer día, para describir la subsiguiente evolución del sistema.

Ahora, supongamos que, en el ejemplo anterior, los recuadros representan las distintas posiciones de un objeto, en movimiento rectilíneo, en instantes consecutivos. Evidentemente, los valores en las elipses representarán la rapidez con la cual evoluciona la posición, esto es: la velocidad. Por último, encontramos que los octágonos registran la tasa de variabilidad de la velocidad, indicándonos la razón de cambio en la evolución de la posición. Es esta cantidad la que conocemos como **aceleración** y representa la rapidez con la cual evoluciona la velocidad de un objeto. Bastaría generalizar el movimiento al espacio tridimensional, para darle a la aceleración su carácter vectorial.

En los ejemplos anteriores, hemos reflejado el caso particular en el que la aceleración es constante, sin embargo, en un comportamiento más general, ésta pudiese estar cambiando. En ese caso, ¿por qué no definimos otra variable que represente el cambio de aceleración?, ¿y otra, que describa el cambio de esta última?.. Justamente este procedimiento es evitado por la segunda ley de Newton, pues es mediante esta formulación que se logra asociar la influencia del entorno, mediante **la fuerza,** y las propiedades del cuerpo, por intermedio de la masa, a la cinemática, descrita a través de la aceleración.

Propiedades del cuerpo

Influencia del medio

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

Cinemática

Así, vemos entonces que si se conoce la masa de un objeto y la fuerza a la que está sometido, en todo momento, su aceleración queda determinada unívocamente en cada instante y por consiguiente su movimiento.

### *Tercera ley de Newton*

Esta ley, conocida también como principio de acción y reacción, regula la interacción entre partículas. Aún cuando se postula como un precepto de la naturaleza, y no pareciera tener relación directa con las dos primeras, puede ser derivada de un principio mas general: "*la conservación de la cantidad de movimiento lineal*".

## Cantidad de movimiento lineal

La cantidad de movimiento lineal de un objeto es definida como el producto de la masa por la velocidad

$$\vec{P} \equiv m\vec{v} \qquad \mathbf{10}$$

Esta variable permite una descripción más general del estado de movimiento, involucrando tanto el aspecto dinámico (masa) como la cinemática, a través de la velocidad.

## Conservación de la cantidad de movimiento lineal

Para un cuerpo, cuya masa no varia, se puede establecer, a partir de la primera ley, la siguiente aseveración:

"*La cantidad de movimiento lineal de un objeto se mantiene constante si no existen fuerzas actuando sobre él*"

De la segunda ley obtenemos la relación matemática que expresa dicho lema

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Bajo esta forma entendemos que un cuerpo cambiará su cantidad de movimiento lineal sólo si sobre él actúa una fuerza. Esto es obviamente válido tanto para partículas simples como para cuerpos rígidos. Pero para sistemas más complejos tenemos que la cantidad de movimiento total es la suma de las cantidades de movimiento de cada partícula componente del sistema

$$\vec{p}_T = \sum \vec{p}_i \qquad \mathbf{11}$$

y obtenemos

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}_T}{\Delta t} \qquad \mathbf{12}$$

De esta forma, si consideramos que la masa del sistema permanece constante (el número de partículas no varía), podemos generalizar la aseveración anterior como un principio:

"*la cantidad de movimiento lineal de un sistema asilado permanece constante*"

Este principio establece que si no actúan fuerzas ajenas al sistema la cantidad de movimiento lineal de éste no cambiará

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \quad \sum \frac{\Delta \vec{p}_i}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{p}_3}{\Delta t} \ldots\ldots\ldots \frac{\Delta \vec{p}_n}{\Delta t} = 0$$

Nótese que el término $\frac{\Delta \vec{p}_i}{\Delta t}$ representa la fuerza que soporta la i-ésima partícula. Debido a que estamos considerando sistemas aislados, esta fuerza sólo podrá tener origen interno y corresponde a la acción del resto de las componentes actuando sobre dicha partícula.

Supongamos que nuestro sistema está formado por dos partículas, en este caso obtenemos

$$\sum \frac{\Delta \vec{p}_i}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

Ya que no existen fuerzas externas, tendremos que $\vec{F}_1$ es la fuerza que puede ejerce la partícula 2 sobre la partícula 1 y $\vec{F}_2$ la que aplica 1 sobre 2, mas explícitamente

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad \textbf{13}$$

Fácilmente podemos concluir ahora, que cuando un cuerpo actúa sobre otro cuerpo con una fuerza *F*, el segundo reacciona sobre el primero con una fuerza igual pero en sentido contrario, es esto lo que se conoce como la tercera ley de Newton. De no cumplirse esta ley se violaría el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal. Sin embargo, no se tiene registro de excepciones a este principio y sus aparentes violaciones, en la observación de algún evento, han servido, a lo largo de la historia, para la predicción de la existencia de cuerpos, tales como planetas, partículas elementales, etc., no registrados directamente en el suceso analizado.

# Capítulo II

# Sistemas de referencias

El contenido de las leyes de Newton, está enmarcado dentro de la lógica que nos dictan las experiencias cotidianas. Por ejemplo, nunca esperaríamos que un objeto en reposo se moviera sin que nada actuara sobre él. Si esto ocurriera, buscaríamos inmediatamente la causa que lo produjo, es decir: el origen de la fuerza causante de tal evento. De no encontrarla, tendemos a describirlo como un evento sobrenatural: magia, brujería, fantasmas, etc. Por otro lado, son muchas las ocasiones en las que experimentamos efectos que confundimos con fuerzas, por ejemplo: si estamos dentro de un auto que arranca bruscamente, sentimos que algo nos empuja contra el asiento, pero si el auto se detiene repentinamente, sentimos, en este caso, que somos arrojados hacia delante; si ahora, el auto está tomando una curva, sentimos que “algo” nos “empuja” contra la puerta, pero en ninguno de los casos reconocemos el objeto que hace fuerza sobre nosotros. Son muchos los ejemplos que parecieran poner en contradicción el sentido común y las formulaciones anteriores. Es en este aspecto, donde los sistemas de referencias juegan un papel esencial dentro de la descripción de la mecánica.

Del significado de cada una de las cantidades presente en la ecuación (1) se puede inferir lo siguiente:

1. **Dado que la masa es una propiedad de cada cuerpo y que la fuerza representa la intensidad de la interacción entre dos objetos, los valores de estas cantidades deben ser de carácter absoluto, es decir: tendrán el mismo valor para cualquier observador.**
2. **La aceleración, que representa el cambio de velocidad, no es una cantidad invariante, ya que su valor depende del observador.**

De estos dos razonamientos vemos que en la formulación de la segunda Ley de Newton, se comparan cantidades de carácter absoluto con cantidades relativas. Este hecho, nos sugiere que la aplicación de esta ley, no es de tipo global, si no que estará restringida a ciertas condiciones de observación.

### *Sistemas inerciales*

Supongamos que un objeto que se mueve, bajo la acción de una fuerza, es estudiado por dos observadores diferentes "ob1" y "ob2". En la figura 12 se esboza esta situación, donde la posición del objeto, en un instante cualquiera, está referida a ambos sistemas mediante los vectores $\vec{r}_0$, para el observador $ob_1$ y $\vec{r}_0'$ para $ob_2$. El vector $\vec{r}_{0R}$, representa la posición relativa del sistema $ob_2$ respecto al observador $ob_1$.

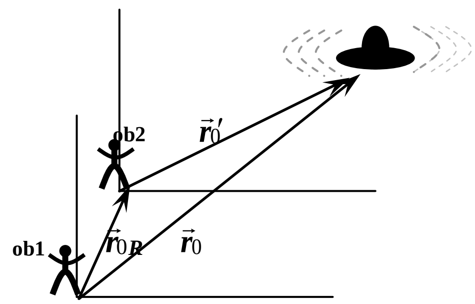



**Fig. 12**

Usando la adición de vectores (regla del paralelogramo), vemos que

$$\vec{r}_0 = \vec{r}_{0R} + \vec{r}_0' \qquad \textbf{14}$$

Supongamos, ahora, que al transcurrir un tiempo Δt, tanto el objeto como el observador $ob_2$, se desplazan en alguna dirección. De esta forma las nuevas posiciones son

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \Delta\vec{r}; \quad \vec{r}' = \vec{r}_0' + \Delta\vec{r}'; \quad \vec{r}_R = \vec{r}_{0R} + \Delta\vec{r}_R$$

Estos vectores guardan la misma relación que las posiciones iniciales, con lo cual se obtiene

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_R + \Delta\vec{r}' \qquad \textbf{15}$$

Si ahora dividimos ambos miembros de esta ecuación entre el intervalo de tiempo Δt, obtenemos la relación para las velocidades vistas por ambos observadores

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}' \qquad \textbf{16}$$

donde $\vec{V}$ y $\vec{V}'$ representan las velocidades del objeto vista por el observador ob1 y ob2, respectivamente, y $\vec{V}_R$ es la velocidad del observador ob2 respecto a ob1.

Con un procedimiento similar al anterior se establece la relación entre las aceleraciones

$$\vec{a} = \vec{a}_R + \vec{a}' \qquad \mathbf{17}$$

Vemos que las cantidades cinemáticas, tienen diferentes valores para los distintos observadores. En particular la aceleración medida por ambos es diferente, de esta forma, si cada uno aplica la segunda ley de newton, encontrarán valores distintos para la fuerza aplicada al objeto:

para ob1

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\left(\vec{a}_R + \vec{a}'\right) \qquad \mathbf{18}$$

mientras que para ob2

$$\vec{F} = m\vec{a}' \qquad \mathbf{19}$$

Sin embargo, sabemos que la fuerza refleja la intensidad de la interacción y por lo tanto está obligada a ser independiente de la observación: debe tener un valor único. Por otro lado, la masa, que describe una propiedad intrínseca del cuerpo, tampoco dependerá de la observación. Entonces,

***¿Cuál de los dos observadores está haciendo la medida correcta?***

Esta pregunta sugiere que algunos observadores se encuentran en una posición privilegiada y son sus registros y medidas las correctas para la aplicación de las leyes de movimiento. De esta forma vemos que la respuesta a esta pregunta requiere de un conocimiento más profundo de los sistemas de referencias.

Un sistema de referencia es un cuerpo (o sistema de cuerpos), respecto al cual un observador determina la posición y describe el movimiento de los objetos. Es claro, que cada observador puede elegir el sistema de su preferencia, y la subsiguiente descripción podrá ser diferente para cada uno.

La posición de un objeto puede ser descrita, desde distintos sistemas de referencias, en formas diferentes. Sin embargo, podemos afirmar que la ubicación, como tal, es única, ya que el objeto no puede estar en más de un sitio a la vez.

La aseveración anterior pareciera sugerir la existencia de un sistema de referencia muy particular, auto-referido, respecto al cual debería describirse la posición, y por lo tanto todo el movimiento, en forma absoluta. La consecución de un sistema con estas características podría darnos la respuesta a la pregunta anterior, ya que sólo las cantidades referidas a dicho sistema tendrían validez universal y cualquier descripción desde otro sistema debería ser transformada a éste.

***¿Existe un sistema con estas características?***

El propio espacio pareciera reunir estas características, sin embargo, bajo la concepción newtoniana surgen algunos rasgos que hacen que éste no pueda ser de carácter "auto-referido". El hecho de considerarlo **uniforme, isótropo, estático e infinito**, no nos permite distinguir un punto de otro. De esta forma se hace imposible evidenciar el movimiento haciendo sólo referencia al espacio. Al parecer no existe ningún otro sistema que reúna estas características. Así, únicamente podemos apreciar el movimiento de un cuerpo relacionando su posición, en cada instante de tiempo, con otro cuerpo que **consideramos** fijo. De esta forma, afirmamos que "***el movimiento es relativo***" lo cual queda sujeto a la imposibilidad de poder hacer distinciones de cada uno de los puntos del espacio referido a sí mismo.

**¿En que tipo de sistemas tendrán entonces validez universal las leyes de Newton?**

De acuerdo al principio (p-1), la validez de las leyes de Newton debe estar restringida a aquellos sistemas donde se pueda afirmar que toda aceleración es manifestación cinemática de algún tipo de interacción. Nótese, entonces, que la aceleración relativa entre ellos debe ser cero, de esta forma la aceleración de los objetos, medida desde cualquiera de estos sistemas, debe ser la misma, es decir: debe tener un carácter absoluto. Este conjunto de marcos referenciales se conocen con el nombre de **sistemas de referencia inerciales (SI)**.

Muchas veces los SI son definidos como un conjunto de sistemas cuya aceleración relativa es cero, sin embargo, como ya vimos, esto no es suficiente. Supongamos que determinamos un conjunto "A" de sistemas moviéndose con velocidad constante entre ellos. Supongamos además, que existe una segunda familia "B", y al igual que los anteriores no experimentan aceleración relativa entre ellos, pero que su movimiento, respecto a cualquier miembro del conjunto "A" es acelerado. Es claro, que la aceleración de una partícula es la misma medida desde cualquier sistema perteneciente al grupo "A", de la misma forma, entre los sistemas del grupo "B", no existirá diferencia en cuanto a la aceleración de la partícula. Sin embargo, un observador desde "A" medirá una aceleración diferente a la que mide un observador en "B". Surge de nuevo la pregunta: ¿Cuál de estos conjuntos corresponde a un sistema inercial?, o dicho de otra forma:

¿Cuál de las aceleraciones medida es la que está en correspondencia con la interacción? Nuevamente es bastante difícil responder a esta interrogante. Para afirmar que uno u otro es verdaderamente inercial tendríamos que estar seguros de que en esa familia se encuentra el sistema inercial primigenio, es decir el sistema de referencia inercial embrionario, capaz de engendrar toda la familia SI, desde donde se pueda hacer una descripción absoluta..... ¿Cómo identificarlo? .........

Como vemos, no es el hecho de que la aceleración relativa entre dos sistemas sea cero lo que los hace inercial, esto es consecuencia de un rasgo mucho más importante:

**Un sistema será inercial sí y solo sí los cambios en el estado de movimiento de un cuerpo, registrados desde dicho sistema, se corresponden con interacciones (fuerzas) sobre el objeto**.

De acuerdo a lo antes expuesto, podemos afirmar que **la familia de sistemas inerciales es única** y es en cada uno de sus integrantes que son válidas las leyes de Newton. **Sin embargo, resulta extremadamente difícil identificar uno de sus miembros.**

Una reflexión debida a ALBERT EINSTEIN, en la Conferencia del Nóbel, 1911, pone de manifiesto la casi imposible tarea de encontrar un sistema verdaderamente inercial...

"***¿Cuál es la justificación de nuestra preferencia por los sistemas inerciales frente a todos los demás sistemas de referencia?, preferencia que parece estar sólidamente establecida sobre experiencias basadas en el principio de inercia. La vulnerabilidad del principio de inercia está en el hecho de que requiere un razonamiento que es un círculo vicioso: Una masa se mueve sin aceleraciones si está lo suficientemente alejada de otros cuerpos; pero sólo sabemos que está suficientemente alejada de otros cuerpos cuando se mueve sin aceleración***".

Ahora podemos dar respuesta a la pregunta anterior diciendo que "el observador que hace las medidas correctas es aquel cuyo sistema de referencia es inercial". Sin embargo, esto no resuelve en nada nuestro problema, pues la identificación de un sistema verdaderamente inercial es una tarea tan difícil como la de aislar un cuerpo del resto del universo.

Generalmente, en nuestra vida diaria, y despreciando algunos efectos, usamos la superficie de la tierra como un sistema inercial. Sin embargo, esto es sólo una aproximación, ya que dicha superficie acelera con relación al centro, y a su vez, este último, mantiene una aceleración con respecto al sol, el cual, sabemos, se mueve con relación a las estrellas lejanas, las que consideramos fijas, y éstas, giran en torno al centro de la galaxia, estando, esta última, en movimiento con respecto a otras galaxias. Como vemos es bastante difícil la elección de un sistema inercial "puro".

### *Fuerzas ficticias*

Una forma de tratar el carácter no inercial es a través del uso de las llamadas fuerzas ficticias. Estas son fuerzas, o seudo-fuerzas, que no representan interacción y se introducen de forma auxiliar, tal que permitan una manipulación algebraica de los términos relacionados a la no "inercialidad" de los sistemas. Como se mencionó anteriormente, la sensación que se siente al estar dentro de un auto que arranca o frena es un ejemplo de este tipo de situación (figura 13). En el primero de los casos, sentimos que somos sujetados contra el asiento, mientras que en el segundo caso, lo que se siente es que "algo" nos jala del asiento. En el sistema de referencia ligado al auto, podemos interpretar esto como fuerzas que nos empujan hacia o fuera del asiento, sin embargo, no podemos identificar el cuerpo que actúa sobre nosotros con dichas fuerzas.

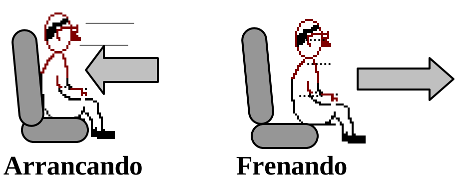



**Fig. 13**

Desde un sistema ligado a tierra, ambas situaciones pueden explicarse como una manifestación del principio de inercia, esto es: la tendencia a mantener el estado de movimiento si no existen fuerzas aplicadas. Si describimos al objeto con velocidad constante, desde el sistema ligado a Tierra, el cual suponemos como un sistema inercial, encontramos, de acuerdo a la ecuación 17

$$m\vec{a}_R = -m\vec{a}'$$

Siendo $a_R$ la aceleración del auto respecto a tierra y $\vec{a}'$ la aclaración del cuerpo visto desde el auto. Desde el sistema en movimiento (el auto), se describe la partícula sometida a una fuerza de valor $F = ma_R$ en la dirección del movimiento, cuando el auto frena y en sentido opuesto si el auto arranca.

### Sistemas en Rotación

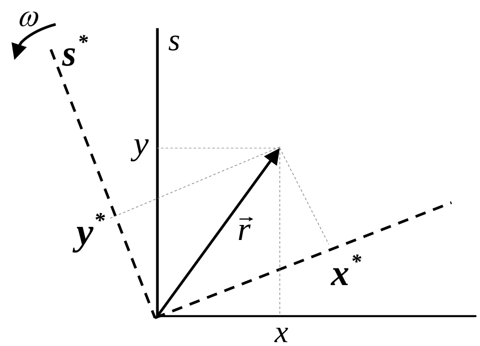



**Fig. 14**

Un segundo ejemplo, tal vez el más emblemático, está relacionado con las rotaciones de los sistemas de referencias. La figura 14 muestra la posición de una partícula, en movimiento, descrita a través del vector posición $\vec{r}$, vista desde dos sistemas de coordenadas *s* (con coordenadas *x*, *y*) y $s^*$ (de coordenadas $x^*$, $y^*$). El segundo de estos sistemas está rotando uniformemente, con velocidad $\omega$, respecto al primero. Bajo esas circunstancias se logra demostrar[4], mediante un, largo y pesado, cálculo, que

$$\vec{a} = \vec{a}^* - 2\vec{v}^* \times \vec{\omega} - \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega}) \qquad \textbf{20}$$

donde $\vec{a} = \hat{i}\frac{d^2x}{dt^2} + \hat{j}\frac{d^2y}{dt^2}$ es la aceleración de la partícula vista desde el sistema *s*, $\vec{a}^* = \hat{i}^*\frac{d^2x^*}{dt^2} + \hat{j}^*\frac{d^2y^*}{dt^2}$ y $\vec{v}^* = \hat{i}^*\frac{dx^*}{dt} + \hat{j}^*\frac{dy^*}{dt}$ la aceleración y velocidad, de la partícula, medidas en $s^*$, respectivamente. Por su parte, $\vec{\omega}$ es la velocidad angular del sistema $s^*$, en este caso, apuntando hacia afuera del plano.

Si la partícula está ligada al sistema $s^*$, entonces, desde *s*, se describe una trayectoria circular y la aceleración, en este sistema, está dada por

$$\vec{a} = -\vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega})$$

Nótese que esta aceleración es radial y dirigida hacia el centro. Se le conoce como aceleración centrípeta. De esta forma, vemos que un cuerpo, de masa ***m***, que se mueve en una circunferencia, de radio ***R***, está sometido a una fuerza centrípeta cuyo valor es

$$F_c = m\omega^2 R.$$

[4] Para el interesado en esta demostración se recomienda “Mechanics” de Keith Symon

Supongamos ahora, que la partícula está fija en el sistema *s*. En este caso, desde el sistema $s^*$ se describe a la partícula moviéndose en una trayectoria circular, en sentido opuesto al movimiento del sistema. De de la ecuación 20 encontramos

$$\vec{F}^* = m\vec{a}^* = 2m\vec{v}^* \times \vec{\omega} + m\vec{\omega} \times \left(\vec{r} \times \vec{\omega}\right) \qquad \mathbf{21}$$

### Fuerza de Coriolis

En la ecuación 21, que representa la fuerza que actúa sobre la partícula, observada desde el sistema en rotación, se distinguen dos términos. El primero de ellos, que depende de la velocidad descrita en el sistema $s^*$ y de la velocidad angular de éste, se conoce con el nombre de "Fuerza de Coriolis".

$$\vec{F}_{Coriolis} = 2m\vec{v}^* \times \vec{\omega}$$

En la situación planteada anteriormente, dicha fuerza está dirigida hacia el centro, sin embargo, en un caso más general la dirección es siempre perpendicular a la velocidad $\vec{v}^*$. Esta característica, permite mostrar que la acción sobre el cuerpo es la de provocar una desviación de su curso. Así, en el análisis del movimiento, desde sistemas rotantes, es de gran importancia agregar esta "fuerza", de manera de poder explicar las desviaciones provocadas por la rotación del sistema. Por ejemplo, en el estudio de la dinámica de la atmósfera, es la fuerza de Coriolis, el principal factor en la formación de Huracanes. Así mismo, en la navegación aérea, juega un papel de suma importancia en la corrección de las rutas de los aviones.

### Fuerza centrífuga

El segundo término en la ecuación 21, representa otro efecto introducido por la rotación. En este caso, se interpreta como una fuerza que siempre apunta en dirección radial en sentido "saliente" a la circunferencia. De esta forma, desde el sistema en rotación se describe una fuerza que tiende a sacar al objeto de su trayectoria circular, por esta razón se le conoce con el nombre de fuerza centrífuga.

$$\vec{F}_{centrífuga} = m\vec{\omega} \times \left(\vec{r} \times \vec{\omega}\right)$$

Este es el efecto que experimentamos cuando, montados en un vehículo, éste gira: sentimos que "algo" nos empuja hacia el lado opuesto de la curva. Así, un cuerpo que se encuentra girando, con velocidad angular $\omega$, en una circunferencia de radio $\boldsymbol{R}$, debe experimentar una fuerza centrífuga de valor.

$$F_{centrífuga} = mR\omega^2$$

Nótese que este valor es exactamente el mismo para la fuerza centrípeta.

En general, la aplicación de las leyes de Newton en sistemas no inerciales obliga a incluir términos de fuerzas, que está relacionados a la no inercialidad de los sistemas.

## Campo inercial

De lo mencionado anteriormente concluimos, que la forma correcta de la segunda ley de Newton, en sistemas no inerciales debe ser

$$\vec{F}_{int} + \vec{F}_{iner} = m\vec{a} \qquad \textbf{22}$$

donde el primer término representa las fuerzas reales, esto es, aquellas que están relacionadas a la interacción. Por su parte, el segundo término corresponde a las fuerzas ficticias, o fuerzas inerciales, que están relacionados al efecto que introducen los sistemas no inerciales y no pueden ser pensadas como fuerza de carácter real ya que no representan ningún tipo interacción.

Suponga que, ligados al sistema no inercial, experimentamos con un cuerpo, de masa inercial $m$, registrando la fuerza que éste soporta al mantenerlo fijo en diferentes puntos. Se encuentra que a cada punto del espacio, visto desde este sistema, se le puede asociar el valor de la fuerza (ficticia) que en ese punto experimenta el cuerpo. Esto nos permite introducir la idea de un campo vectorial (asociado a este sistema) el cual llamaremos campo inercial $\vec{I}_n$, definido como

$$\vec{I}_n \equiv \frac{\vec{F}_{iner}}{m} \qquad \textbf{23}$$

Usando las ecuaciones 18 y 21, encontramos que dicho campo toma la forma

$$\vec{I}_n(\vec{r}\,') \equiv \vec{\omega} \times \left(\vec{r}\,' \times \vec{\omega}\right) + \vec{a}_R \qquad \textbf{24}$$

La ecuación 24 representa la fuerza (por unidad de masa inercial) que experimentará un cuerpo al ser colocado en la posición $\vec{r}\,'$. Esta cantidad es independiente del objeto y es asociada al espacio visto desde este sistema. Entonces, desde un sistema no inercial, el espacio se presenta conteniendo un campo de fuerzas. De la ecuación 23, fácilmente vemos que la fuerza ficticia que soporta un cuerpo, "sumergido" en un campo inercial $\vec{I}_n$ es

$$\vec{F}_{iner} = m\vec{I}_n \qquad \textbf{25}$$

Es interesante ver la similitud de esta fuerza (25), con la fuerza eléctrica que soporta un cuerpo con carga (masa eléctrica) $q$ en un campo eléctrico $\vec{E}$

$$\vec{F} = q\vec{E} \,,$$

o un cuerpo de masa (masa gravitatoria) $m_g$, en campo gravitacional $\vec{g}$

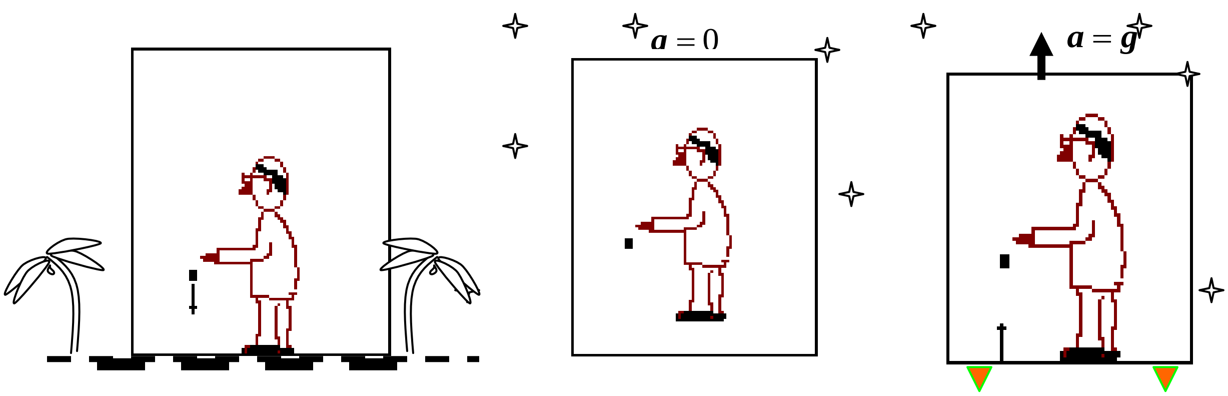
$$\vec{F} = m_g\vec{g}$$

Nótese que la correspondencia entre la masa inercial y la masa gravitacional sugiere una cierta equivalencia entre el campo inercial $\vec{I}_n$ y el campo gravitacional $\vec{g}$ .

### *Principio de equivalencia*

Existe una interpretación, bajo la cual se consideran todos los sistemas equivalentes (todos pueden ser tratados como sistemas inerciales). En ésta, un campo gravitatorio puede sustituir la "no inercialidad".

Supongamos, como ejemplo, que un experimentador se encuentra dentro de un recinto cerrado sobre la superficie de la tierra, en buena aproximación podemos suponer ésta como un sistema inercial, figura (15-a). Para determinar la aceleración de gravedad, deja caer piedras desde una cierta altura, encontrando que el valor es, digamos, 10 m/s$^2$.




(**a**) (**b**) (**c**)

**Fig. 15**

Ahora, suponga que este mismo experimentador, dentro del mismo recinto, es puesto en un lugar del espacio donde no existe gravedad (15-b). Evidentemente no detectará ningún campo ya que las piedras no caerán. Por último imagine que el recinto, es impulsado mediante un algún dispositivo, que le imprime una aceleración de 10 m/s$^2$, como se muestra en (15-c). Entonces el investigador sentirá que el piso hace fuerza sobre sus pies, lo cual le dará la sensación de peso. Por otra parte, al soltar las piedras, éstas ya no acelerarán con el sistema, en consecuencia el piso se moverá hacia ellas con la aceleración antes descrita. Para el investigador, son las piedras las que se mueven hacia el piso con la misma aceleración. Entonces dentro de la cabina, la situación es idéntica a la que se experimentaba cuando ésta se encontraba sobre la superficie de la tierra. No hay forma de distinguir entre la primera y la tercera situación.

Un segundo ejemplo:

Suponga nuevamente, al investigador dentro de la cabina. Pero ahora es elevado por una grúa a una gran altura (Fig 16) y, acto seguido, se deja caer libremente (sobre colchones).

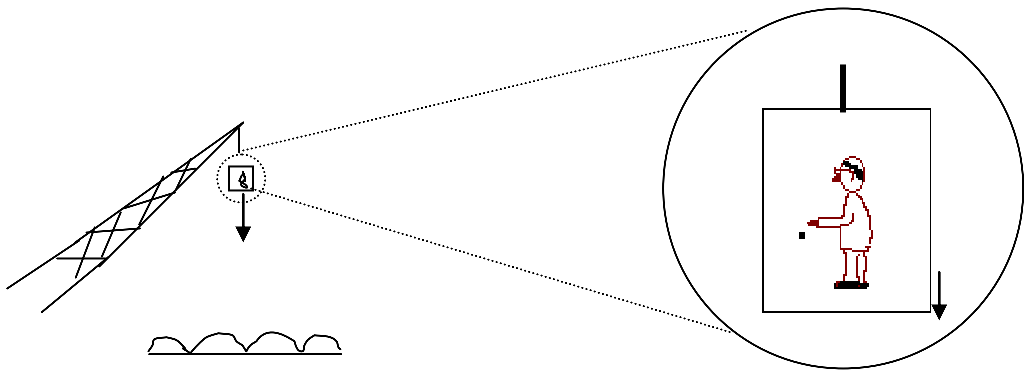


**Fig. 16**

Mientras está cayendo trata de medir la gravedad soltando piedras, como antes, pero encuentra que, desde su sistema de referencia, las piedras no caen (éstas caen junto con él). Por otro lado, el piso de la cabina no hace presión sobre sus pies, por el contrario, siente que puede “flotar” dentro ésta, lo que es equivalente a no experimentar peso. De esta forma vemos que para el sistema ligado a la cabina (sistema propio), el espacio puede describirse libre de gravedad. Esto es precisamente lo que se aprecia en la situación planteada en al caso (15-b) del primer ejemplo.

Así vemos que:

- El espacio descrito en el caso (figura 15-a) del primer ejemplo, donde el sistema propio es inercial (SI), es **equivalente** a la situación que se experimenta en el caso (figura 15-c), donde el sistema no es inercial (SNI)
- El espacio descrito desde el sistema propio en el segundo ejemplo (figura 16), el cual no es inercial (SNI), es **equivalente** al espacio descrito en la figura 15-b del primer ejemplo, en el que el sistema propio es inercial (SI).

Entonces, el efecto que introduce un sistema acelerado (SNI), puede interpretarse como la presencia de un campo gravitatorio en un sistema inercial (SI). Bajo esta concepción podemos afirmar que todos los sistemas son equivalentes, es decir:

***Un sistema no inercial es exactamente igual a un sistema inercial más un campo gravitacional***

$$SNI = SI + gravedad.$$

Ahora, usando la idea de el campo inercial $\vec{I}$ (23), introducido en el capítulo anterior podemos establecer una equivalencia entre éste y el campo gravitatorio $\vec{g}$. Esto nos obliga a tener una nueva visión de los conceptos de masa inercial y masa gravitacional, púes al identificar la gravitación con el efecto que introduce la no inercialidad de un sistema, es fácil, ver entonces que los conceptos de masa gravitacional y masa inercial deben fusionarse en uno sólo.

Esto es sin duda una concepción de importantísima trascendencia, debida a Albert Einstien, ya que bajo este contexto pierde importancia la búsqueda de ese sistema de referencia inercial embrionario, y todos pueden ser tratados de igual forma.

### Efectos de la no inercialidad sobre la luz

Consideremos ahora, que nuestro investigador experimenta con un rayo de luz. Suponemos la luz viajando con velocidad finita $c$ y en línea recta. Inicialmente la cabina se encuentra, en reposo, en un lugar del "espacio libre" (figura 17-a). El rayo de luz, originado en la linterna, tarda un tiempo $t$, en recorrer una distancia $x$ ($x = ct$), hasta llegar al punto P en la pared. Ahora suponga que, en el momento que se enciende la linterna, la cabina comienza a moverse con aceleración $a = g$ dirigida hacia arriba (figuras 17-b y 17-c), de tal forma que cuando la luz alcanza la pared, el punto P ha tenido un desplazamiento $\boldsymbol{y} = \frac{1}{2}\boldsymbol{g}\boldsymbol{t}^2$.

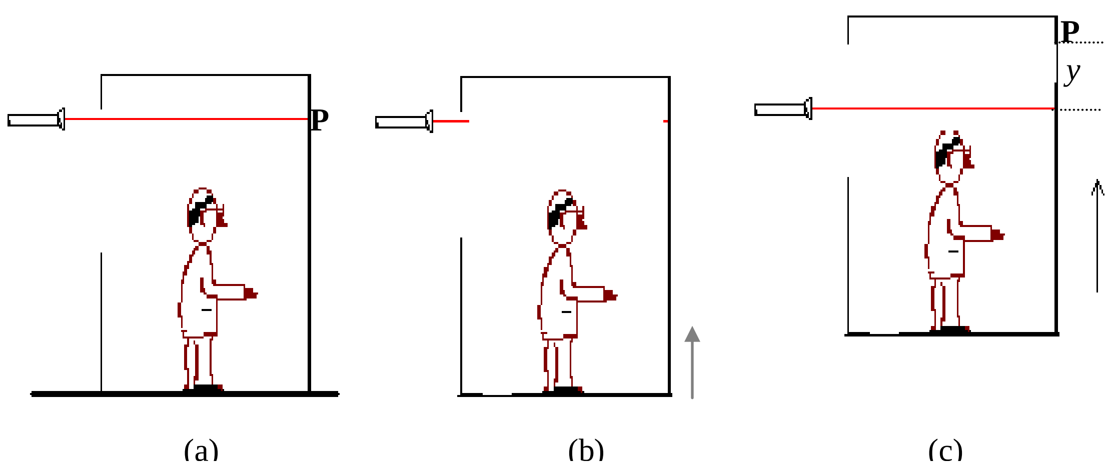



**Fig. 17**

El investigador, desde el sistema propio, ve que el rayo de luz se ha desviado y de acuerdo a su observación éste ha seguido una trayectoria parabólica, de la forma

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}\frac{g}{c^2}x^2,$$

tal como se indica en la figura 18. Como hemos visto anteriormente, desde el interior de la cabina no se puede distinguir, sí se está en un sistema no inercial o se encuentra en reposo en un lugar donde la aceleración de gravedad es $g = 10\frac{m}{s^2}$, ambos sistemas son equivalentes.

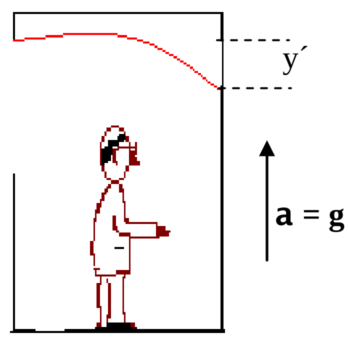



**Fig. 18**

De esta forma se puede concluir que: **la trayectoria del rayo de luz puede describirse como afectada de la misma forma que la de una partícula que hace el mismo recorrido.**

## *Efecto de un campo gravitacional sobre la luz*

### Desviación de la luz por un campo gravitatorio

De la sección se puede concluir que sí un sistema en reposo sobre la superficie de la tierra es equivalente a uno que se mueve, con aceleración **g**, en el espacio libre, todos los fenómenos relacionados con el movimiento deben ser interpretados de igual forma desde ambos sistemas. Entonces, analizando el último ejemplo, surge entonces la siguiente pregunta: ¿**La trayectoria de un rayo de luz se verá afectada por la presencia de un campo gravitatorio "real"**? La respuesta a esta interrogante es "***Si***". Efectivamente, el campo gravitatorio afecta la trayectoria de un rayo luz, curvándolo y cambiando su dirección original.

Fue Newton quien por primera señala la posibilidad de este efecto, apoyándose en los conceptos de su teoría corpuscular de la luz, en la cual identifica la luz como compuesta por minúsculos corpúsculos materiales. Según la teoría de gravitación, las partículas de luz deberían sentir la acción de la gravedad al pasar cerca de grandes cuerpos y por lo tanto serían desviadas de su trayectoria original. En 1801, el astrónomo alemán Johann Georg von Soldner, retoma el planteamiento de Newton y calcula la desviación que debería sufrir un rayo de luz que pasase por el limbo del Sol. Para ello, utiliza la teoría newtoniana de la gravedad y, asumiendo el modelo corpuscular para la luz, estima el ángulo de desviación para una partícula que pasa cerca de un cuerpo muy masivo y es dispersado por éste. Este efecto es mostrado en la figura 19.

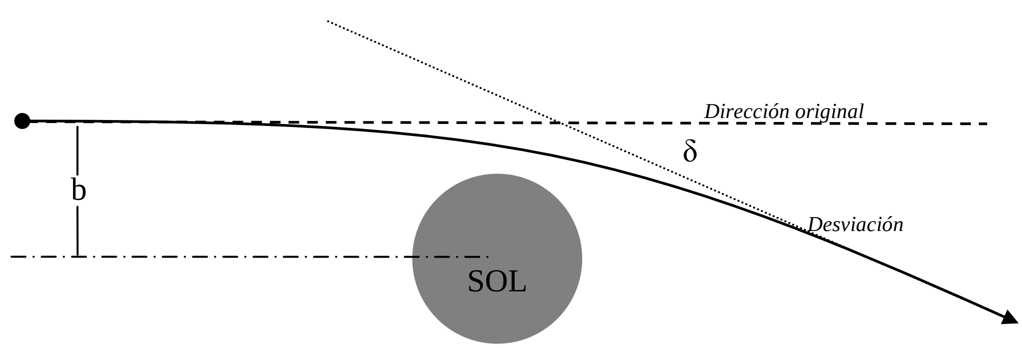



**Fig. 19**

Aplicando "scatering" clásico se encuentra, para ángulos pequeños:

$$\boldsymbol{tg}\left(\frac{\delta}{2}\right) \cong \left(\frac{\delta}{2}\right) = \boldsymbol{G}\,\frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{bv^2}}$$

En esta expresión ***M*** es la masa del cuerpo dispersor, ***b*** es el parámetro de impacto, **v** es la velocidad de la partícula incidente y ***G*** la constante de gravitación universal de Newton. Supongamos un "corpúsculo de luz" que, proviniendo desde muy lejos y moviéndose con la velocidad $\boldsymbol{c} = 3.0\boldsymbol{x}10^{8}\,\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}$, pasa por el borde del sol, siendo la masa de este último $\boldsymbol{M_O} = 2.0\boldsymbol{x}10^{30}\,\boldsymbol{Kg}$ y su radio, tomado como el parámetro de impacto, $\boldsymbol{R_O} = 6.96\,\boldsymbol{x}10^{8}\,\boldsymbol{m}$, se obtiene, para este caso, que el ángulo de desviación será

$$\delta = 4.0\boldsymbol{x}10^{-6}\,\boldsymbol{Rad} = 0.87\ ''$$

Este es el valor, 0.87 segundos de arco, que obtuvo inicialmente Soldner, usando la teoría newtoniana y también obtenido por Einstein en 1911 en sus cálculos iniciales al usar la idea del cuantum de luz (el fotón). No es difícil imaginar la desviación, que puede ocasionar un campo gravitatorio, sobre la trayectoria de la luz, cuando se considera ésta constituida por pequeños corpúsculos masivos. Evidentemente, bajo la concepción newtoniana, la acción del campo debe provocar una fuerza sobre dichos cuerpos desviándolos de su trayectoria original. Son bastante interesantes las diversas afirmaciones que se pueden hacer juntando la teoría de gravitación newtoniana y la teoría corpuscular de la luz, además de predecir la desviación de la luz, encontramos, por ejemplo, la predicción de estrellas oscuras.

## Estrellas oscuras

La idea de los "agujeros negros" estudiada en las teorías modernas, no es un tema nuevo. La predicción de la existencia de objetos estelares cuyo campo gravitatorio sea tan intenso que no permita que la luz escape de él fue inicialmente propuesta por el astrónomo británico John Mitchell en 1783 (mas tarde, en 1796, Laplace, también hace la misma predicción) y los llamó estrellas oscuras. Su razonamiento, basado, por un lado, en la teoría de gravitación newtoniana, y por el otro, en el modelo corpuscular de la luz, es, a grandes rasgos, el siguiente:

"Sí, en la Tierra, un cuerpo necesita una velocidad mínima de, aproximadamente, $11.2\ \boldsymbol{Km}/\boldsymbol{s}$ para poder abandonarla y en el sol, por tener una gravedad mucho mayor, esta velocidad corresponde a $617.0\ {Km}/{s}$, qué dimensiones debería tener una estrella para que la velocidad de escape sea $\boldsymbol{c}$ ($300.000\ {Km}/{s}$)".

Esto significa que para que un cuerpo abandonase un astro con tales dimensiones debería moverse a una velocidad superior a $\boldsymbol{c}$. Por lo tanto, al considerar la luz compuesta por un flujo de partículas moviéndose a esta velocidad, éstas no podrían escapar de la superficie, de forma que tal que dicho astro no podría observarse, presentándose como una "estrella oscura". Para calcular las dimensiones de dicho cuerpo analicemos la velocidad de escape, está puede ser calculada bajo la siguiente argumentación:

"supongamos que, en diferentes intento, un objeto es lanzado hacia arriba desde la superficie de un planeta o estrella, aumentando progresivamente la velocidad en los diferentes intentos. Es fácil constatar que en cada intento la altura alcanzada y, por lo tanto, el tiempo de regreso es mayor, es de esperar que en algún intento posterior alcanzaremos un valor de velocidad, para el cual, dicho objeto se alejará, de no encontrar ningún obstáculo, hasta el "infinito" (escapará), este valor es el que se conoce como velocidad de escape ($\boldsymbol{v_e}$)". Bajo este razonamiento podemos, con un sencillo cálculo, establecer $\boldsymbol{v_e}$, en términos de la dimensiones del astro.

Al momento de lanzamiento la energía mecánica es:

$$\boldsymbol{E_s} = \frac{1}{2}\boldsymbol{mv^2} - \boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{Mm}}{\boldsymbol{R}}$$

Donde $\boldsymbol{m}$ representan la masa del objeto, mientras que $\boldsymbol{M}$ y $\boldsymbol{R}$ corresponden a la masa y el radio del astro, respectivamente. Supongamos que el cuerpo al alcanzar un punto muy distante su velocidad es cero, vemos que su que la energía potencial también tiende a cero, de tal forma que podemos afirmar[5] que

$$\boldsymbol{E_\infty} = 0$$

Entonces bajo esta condición y por el principio de conservación de la energía tendremos

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{mv_e^2} = \boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{Mm}}{\boldsymbol{R}}$$

Siendo entonces la velocidad de escape

$$\boldsymbol{v_e} = \sqrt{2\boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{R}}} \qquad \textbf{26}$$

[5] En realidad hemos establecido el nivel cero de energía potencial de referencia en el infinito

Ahora bien, para la luz la velocidad es $\boldsymbol{c}$, por lo tanto, para estrella de una masa solar $\boldsymbol{M}_0$, el radio será

$$\boldsymbol{R} = 2\boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{M}_0}{\boldsymbol{c}^2} \cong 2.96\ \boldsymbol{Km}$$

Casualmente, este valor en relatividad general, representa el radio de Schwarzschild, para un agujero negro de una masa solar. Corresponde, bajo la interpretación relativista, al radio de la región en donde debe estar "contenido" un agujero negro[6].

Es interesante ver que para La Tierra este valor es aproximadamente a $1.0\boldsymbol{cm}$. Con esto queremos decir que para que La Tierra se convirtiera en una estrella oscura deberíamos comprimirla hasta obtener una esfera del tamaño de una "metra".

Pero no sólo se predicen estrellas oscuras pequeñas, también podríamos adelantarnos a afirmar que objetos muy grandes, en comparación con los cuerpos estelares conocidos, podrían presentarse en forma de estrellas oscuras para. Supongamos un astro de masa $\boldsymbol{M_c}$ y radio $\boldsymbol{R_c}$, su densidad es del orden

$$\rho_c \approx \frac{\boldsymbol{M_c}}{\boldsymbol{R_c^3}},$$

De acuerdo a la ecuación 26, para un objeto estelar, de masa $\boldsymbol{M}$ y radio $\boldsymbol{R}$, con $\boldsymbol{v_e}$ igual a la velocidad de la luz, y de la misma densidad, se obtiene

$$\boldsymbol{R} = \frac{\boldsymbol{c}}{\sqrt{2\boldsymbol{G}\frac{\boldsymbol{M_c}}{\boldsymbol{R_c}}}}\boldsymbol{R_c}$$

Para el caso de un objeto con la misma densidad del sol tendremos que

$$\boldsymbol{R} = 487\ \boldsymbol{R}_0,$$

O sea, que un objeto con la misma densidad del sol pero 487 veces más grande que éste no permitiría que la luz escapase de él. Mientras que una estrella oscura con la densidad de la Tierra, debería ser unas 256 veces más grande que el sol

$$\boldsymbol{R} = 246\ \boldsymbol{R}_0.$$

Estos resultados, sobre la desviación de la luz de Soldner y la predicción de estrellas oscuras de Mitchell y Laplace, que parecieran describir el universo, **son incorrectos**, ya que los análisis parten de una premisa equivocada al considerar las partículas de luz como

[6] los agujeros negros son singularidades en el espacio-tiempo y la región encerrada por el Radio de Schwarzschild es justo aquella alrededor de la singularidad de donde nada puede escapar, ni siquiera la luz

corpúsculos masivo sobre los que actúa el campo gravitacional. En la actualidad, se entiende que la luz está formada por partículas de masa nula (fotones), que se mueven a una velocidad constante e invariable de 300.000 $\frac{Km}{s}$.

Es interesante saber que en los cálculos iniciales, sobre la desviación de la luz, Einstein uso la misma idea de atribuirles masa a los fotones, obteniendo el mismo resultado que Soldner. Sin embargo, años después corregiría esto para usar la idea del espacio curvo y las trayectorias geodésicas, obteniendo un valor para la desviación que sería el doble, esto es

$$\delta = 1.74´´$$

De hecho la diferencia entre este valor y el que se obtiene usando la teoría gravitacional de Newton, fue el motivo de una confrontación experimental que corroborase la validez o no de ambas teorías.

A principios del siglo XX, en un experimento, propuesto inicialmente por Einstein, donde se fotografió el cielo en un eclipse total de sol, se corrobora el efecto de desviación de la luz. En esta observación, llevada a cabo en Brasil, y también en una isla al oeste de Africa, en Marzo de 1919, se detectó un corrimiento de la posición de las estrellas que, en el campo fotográfico, aparecen cercanas al Sol, como se ilustra en la figura 20. Luego que se hicieron los cálculos pertinentes[7] se encontró que el resultado de Einstein era el que se ajustaba a la observación.

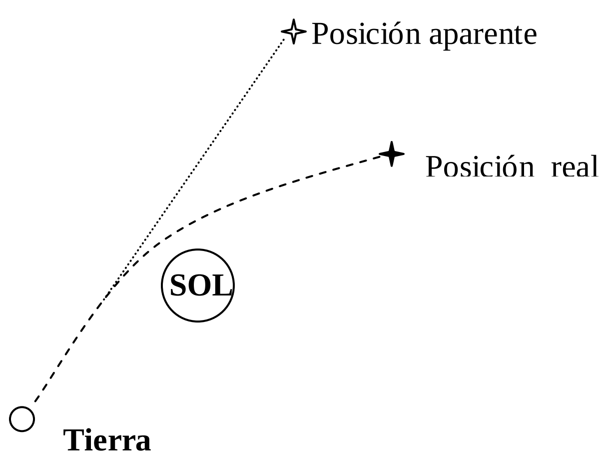



**Fig. 20**

[7] Estos cálculos consistían en comparar las fotografías tomadas durante el eclipse con otras tomadas en una época diferente cuando el sol no se encontraba en ese campo visual, lo cual llevo algunos meses.

Es conveniente enfatizar que con este experimento, no solamente se dio confirmación a la desviación de la luz por cuerpos masivos, si no que sirvió para validar los resultados que arrojaba la teoría de Relatividad General ante las predicciones newtonianas.

No es el propósito de estas notas ahondar en los conceptos relativistas, sólo se quiere mostrar que el principio de equivalencia involucra una interpretación física más profunda que el mero hecho de introducir un término auxiliar, como lo son las fuerzas ficticias.

# Capítulo III

# Detección de campos Eléctricos y Magnéticos en distintos sistemas

## Una carga moviéndose en un campo mganético

El concepto de fuerza se inserta en muchas teorías para describir la interacción entre los cuerpos a través de alguna propiedad. En particular, La Ley de Coulomb (3), en electrostática, es el pilar fundamental para describir la interacción entre partículas con cargas eléctricas. Sin embargo, bajo el contexto de la acción a distancia, la idea de campo toma una posición más relevante, permitiendo una descripción mucho más detallada de los fenómenos eléctricos. Así, el campo eléctrico, que matemáticamente puede definirse como la fuerza por unidad de carga, adquiere identidad propia y puede entenderse como un ente fundamental dentro de esta teoría. De esta forma el estudio de la electrostática puede centrarse en la descripción de esta cantidad. Así, el campo eléctrico es la variable que tiene el papel protagónico dentro de la electrostática, y es su detección y descripción lo que ocupa la mayor importancia en su estudio.

Para detectar la presencia de un campo eléctrico, en una región del espacio, basta con dejar libre y en reposo, en dicha región, una partícula cargada $q$. Si existe campo eléctrico entonces sobre la carga actuará una fuerza de la forma

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad \textbf{27}$$

Esta fuerza puede mover a la partícula a partir del reposo y provocar un aumento progresivo de su rapidez, en la dirección de dicha fuerza, de esta forma la partícula se moverá paralela al campo[8].

[8] En particular, si la carga es lo suficientemente pequeña, para que la aceleración sea despreciable, la trayectoria seguida por la partícula tendrá, en cada punto, la misma dirección del campo, delineando en toda la región la estructura "topográfica" de éste. Son estas trayectorias las que se conocen como líneas de fuerzas.

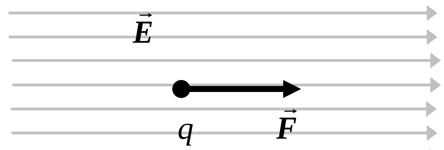



**Fig. 21**

Al igual como en la electrostática se define el campo eléctrico como el ente fundamental, en magnetostática se introduce el concepto de campo magnético $\vec{B}$. Este tipo de campo está asociado a corrientes eléctricas (movimiento de cargas), lo que sugiere que el magnetismo corresponde a una manifestación muy particular de los fenómenos eléctricos. Una forma de detectar el campo magnético es a través del efecto que éste causa sobre una partícula cargada en movimiento con velocidad **v**. Se encuentra que la fuerza que soporta la carga está dada por

$$\vec{F} = q\vec{v}x\vec{B} \qquad \mathbf{28}$$

A diferencia de la anterior, esta fuerza sólo se produce si la carga está en movimiento, siendo perpendicular a la velocidad (figura 22), por lo tanto no afecta la rapidez, únicamente puede provocar cambios en la dirección del movimiento.

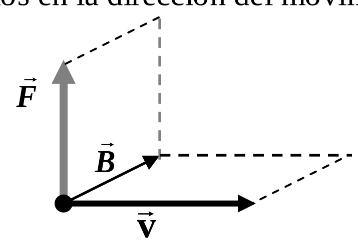



**Fig. 22**

Usando la forma de detección de cada campo (eléctrico y magnético) analicemos dos situaciones que nos muestran la fusión de ambos entes en un único concepto:

1.- Un observador, dentro de una cabina, sujeta en su mano un pequeño cuerpo que posee una carga ***q***, estando en una región del espacio donde existe un campo magnético $\vec{B}$, en dirección perpendicular, y entrando al plano del papel, como se indica en la figura 23.

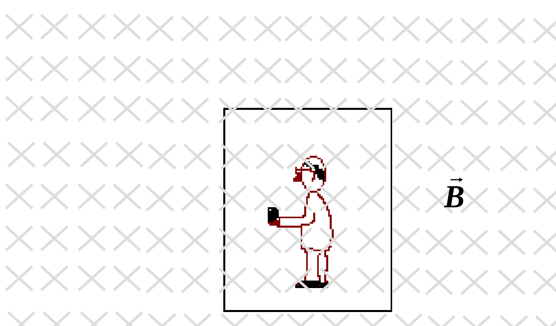



**Fig. 23**

En esta situación nuestro investigador no detecta la presencia de ningún campo, ya que lo único que podría manifestarse es la acción del campo magnético; sin embargo el cuerpo se encuentra en reposo, por lo que la fuerza es cero.

Ahora suponga que la cabina se mueve hacia la derecha con velocidad **v**. Bajo estas condiciones, el observador sentirá que sobre el objeto está actuando una fuerza dirigida hacia arriba, y que éste tiende a escapar de su mano, figura 24.

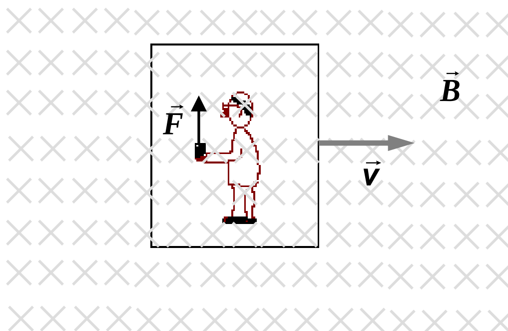



**Fig. 24**

Para un segundo observador, en reposo fuera de la cabina, la carga se mueve con velocidad **v**, y por lo tanto describirá la fuerza que actúa sobre la carga como

$$\vec{F} = q\vec{v}x\vec{B},$$

con lo cual corrobora la existencia del campo magnético.

Para el investigador dentro de la cabina el cuerpo tiene velocidad cero (vista desde su sistema de referencia), por lo tanto, para él la fuerza no puede ser debida a un campo magnético. De esta forma sólo puede asociar esta fuerza a un campo eléctrico y describirla como

$$\vec{F} = q\vec{E}'.$$

Entonces, para el sistema de referencia ligado a la cabina, el espacio deberá describirse con la presencia de un campo eléctrico $\vec{E}'$.

Vemos entonces que mientras el observador en la cabina describe un campo eléctrico actuando sobre el objeto, el segundo observador detecta la presencia de un campo magnético.

Este resultado pone nuevamente de manifiesto la importancia de un uso adecuado de los sistemas de referencias y por otra parte, la estrecha conexión entre los campos eléctricos y magnéticos, identificándolos como un mismo elemento con manifestaciones diferentes dependiendo de las condiciones de observación. Es interesante notar que aún, en los ejemplos anteriores, ambos sistemas pueden ser inerciales.

Puesto que las fuerzas, medidas en ambos sistemas, deben ser iguales se encuentra que los campos medidos por ambos observadores están relacionados de la forma:

$$\vec{E}' = \vec{v}x\vec{B}$$

## Movimiento de una carga cerca de una corriente eléctrica

Supongamos ahora que existe una larga serie de cargas moviéndose con igual velocidad, como se indica en la figura 25. Esto constituye una corriente eléctrica ***i***.

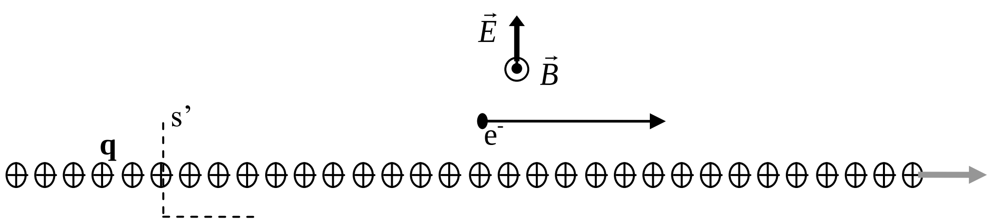



**Fig. 25**

Entonces, además del campo eléctrico $\vec{E}$, registrado en cada punto del espacio, debe existir un campo magnético $\vec{B}$, originado por el movimiento de las cargas (la corriente). De esta forma, si se dispara un electrón, paralelo a la corriente, con velocidad $\vec{v}$, éste debe experimentar, en ese momento, una fuerza dirigida verticalmente y dada por

$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v}x\vec{B}) \qquad \textbf{29}$$

Ahora, desde un sistema, $s'$, ligado a una de las cargas, no se registra corriente alguna, ya que para un observador en este sistema las cargas no se mueven y, por lo tanto, sólo podrá registrar un campo eléctrico $\vec{E}'$. En este sistema, la fuerza sobre el electrón estará dada por

$$\vec{F} = -e\vec{E}$$

En este segundo ejemplo, vemos que observadores en los distintos sistemas de referencias detectan campos eléctricos y magnéticos diferentes. Sin embargo, la fuerza sobre el electrón, debe tener el mismo valor para ambos sistemas

$$\vec{F}' = \vec{F},$$

Por lo que encontramos que los campos están relacionados de la forma

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v}x\vec{B} \qquad \textbf{30}$$

En estos ejemplos hemos visto como se pone nuevamente de manifiesto la importancia del sistema de referencia. Se aprecia que, más que la comodidad para la descripción, es el sentido físico y la percepción de los fenómenos los que quedan sujetos a la elección del referencial.

# Comentario Final

Como hemos podido observar, a través de estas notas, la aplicación de las leyes de la física, en particular en la mecánica, sugiere la comprensión rigurosa de cada una de las cantidades, que representan los símbolos, involucrados en la descripción matemática de dichas leyes. Esto nos permite establecer los límites de su aplicabilidad.

Por otra parte, vemos que la descripción de los fenómenos físicos está sujeta a la observación y, como hemos podido establecer, la percepción de éstos está influenciada por las condiciones del sistema de referencia elegido para "medir". Este hecho le da a tal elección un carácter de prioridad en el análisis de los eventos físicos, ya que la interpretación de éstos puede estar "contaminada" por los efectos introducidos por el sistema.

# Bibliografía


1. **Feymman R., Leighton R., Sands M.**

   Lectures on Physics, Mainly Mechanics, Radiation and Heat, Fondo Educativo Latinoamericano 1971

2. **Keith R., Symon**

   Mechanics, Addison-Wesley, publishing company 1960

3. **Sagan Carl**

   Cosmos, Editorial Planeta, 1980

4. **Percoco Umberto**

   Inercia y masa, Ediciones CELCIEC, Primera Escuela Venezolana para la Enseñanza de la Física, 2001

5. **Elbaz Edgar**

   Interactions Fondamentales et structure de la matière, Editorial Hermann, 1982.

6. **Purcell, Edward M.**

   Electricidad y Magnetismo, Berkeley physic course V2, Editorial Reverté, 1969

7. **Peter Coles.**

   Einstein y el nacimiento de la gran ciencias, Encuentros conteporáneos, Editorial Gedisa, 2000.