

Prof. **Jesús Marquina.**

Fecha límite de entrega: **02/12/2013.**

**Tarea 2**

1. Par un estado excitado del hidrógeno, demuestre que el ángulo mínimo que puede formar el vector cantidad de movimiento angular  $\vec{L}$  con el eje  $z$  es (2 ptos.)

$$\theta_{\min} = \arccos \left( \frac{n-1}{\sqrt{n(n-1)}} \right)$$

¿Cuál es la ecuación correspondiente para  $\theta_{\max}$ , el mayor ángulo posible entre  $\vec{L}$  y el eje  $z$ ?

2. Para el átomo de hidrógeno demostrar que el número de estados degenerados (funciones de onda degeneradas  $\psi_{nlm_l}$ ) para un valor determinado de  $n$  es  $n^2$ . (2 ptos.)
3. Calcular la probabilidad radial de que el electrón en el estado fundamental de un átomo de hidrógeno se encuentre en la región  $0 < r < a_0$ . (2 ptos.)
4. Muestre que las funciones de onda para un electrón en el estado 1s y 2s en el hidrógeno ( $Z=1$ ), esto es,  $\psi_{100}$  y  $\psi_{200}$  satisfacen la ecuación de Schrödinger radialmente simétrica, (4 ptos.)

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[ r^2 \frac{dR}{dr} \right] + \frac{2\mu}{\hbar^2} (E - E_p) R = \frac{l(l+1)}{r^2} R$$

o

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \left( \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right) + (E - E_p) R = \frac{l(l+1)}{r^2} R$$

con  $E_p = Zke^2/r$

5. Demostrar que la masa reducida es menor que cualquiera de las masas para una molécula diatómica y calcular su valor para a)  $H_2$ , b)  $N_2$ , c)  $CO$  y d)  $HCl$ . Expresar los resultados en unidades de masa unificada. (2 ptos.)
6. De los siguientes datos, encontrar la energía necesaria para disociar una molécula de  $KCl$  en un átomo neutro de  $K$  y un átomo neutro de  $Cl$ . El primer potencial de ionización (o energía de ionización) del  $K$  es 4,34 eV; la afinidad electrónica del  $Cl$  es 3,82 eV; la separación de equilibrio ( $r_0$ ) del  $KCl$  es 2,79 Å. (Sugerencia: demostrar que la energía potencial mutua del  $K^+$  y  $Cl^-$  es  $-(14,4/r)$  eV si  $r$  está dado en Angstroms). (2 ptos.)
7. Empíricamente, la energía potencial del  $NaCl$  se puede escribir por (2 ptos.)

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + Ae^{-r/\rho}$$

donde  $r$  es la separación internuclear. La separación de equilibrio ( $r_0$ ) de los núcleos es 2,5 Å y la energía de disociación es de 3,6 eV.

a) Calcular las constantes  $A$  y  $\rho$ .

b) Graficar a escala (utilice un aplicación para hacer el gráfico) en una sola gráfica,  $E_p$  y cada uno de los términos de  $E_p$  (tres curvas).

8. Verifique que los orbitales moleculares para una molécula de hidrógeno (4 ptos.)

$$\psi_b(\vec{r}) = c_b \left[ \psi_{1s}(\vec{r} - \vec{R}_1) + \psi_{1s}(\vec{r} - \vec{R}_2) \right],$$

$$\psi_a(\vec{r}) = c_a \left[ \psi_{1s}(\vec{r} - \vec{R}_1) - \psi_{1s}(\vec{r} - \vec{R}_2) \right],$$

están normalizadas con las constantes de normalización dadas por

$$c_{b,a} = \left\{ 2 \left[ 1 \pm (1 + d/a_0) e^{-d/a_0} \right] \right\}^{-1/2}$$

con  $d = |\vec{R}_2 - \vec{R}_1|$  la separación entre los dos núcleos localizados en  $\vec{R}_1$  y  $\vec{R}_2$ , respectivamente.