

Prof. **Jesús Marquina.**

Fecha límite de entrega: **07/02/2014.**

**Tarea 3**

1. Considérese los modos normales de una cadena lineal diatómica en la cual las constantes de fuerzas entre los átomos vecino más cercanos están alternadas  $K_1 = K$  y  $K_2 = 10 K$ . Suponga que las masas son iguales y suponga que la separación entre los primeros vecinos es igual a  $a/2$ . Encuentre  $\omega(q)$  en  $q = 0$  y  $q = \pi/a$ . Dibuje la relación de dispersión. Este problema simula un cristal de moléculas diatómicas de  $H_2$ . (6 pts.)
2. Demuestre que para una cadena diatómica (dos masas diferentes  $m_1$  y  $m_2$ ) que interactúan con la misma constante de fuerza  $K$ , la relación de los desplazamientos de los dos átomos  $u$  y  $v$  para el modo óptico con  $q = 0$ , esta dada por (6 pts.)

$$\frac{u}{v} = -\frac{m_2}{m_1}.$$

3. Demuestre que las ecuaciones de movimiento para una red lineal que tiene una base con 2 átomos de masas  $m_1$  y  $m_2$ , suponiendo que la interacción es la misma entre los diferentes átomos ( $K_1 = K_2 = \beta$ ), vienen dadas por (8 pts.)

$$m_1 \frac{d^2 u_n}{dt^2} = \beta [(v_n - u_n) - (u_n - v_{n-1})]$$

$$m_2 \frac{d^2 v_n}{dt^2} = \beta [(u_{n+1} - v_n) - (v_n - u_n)]$$

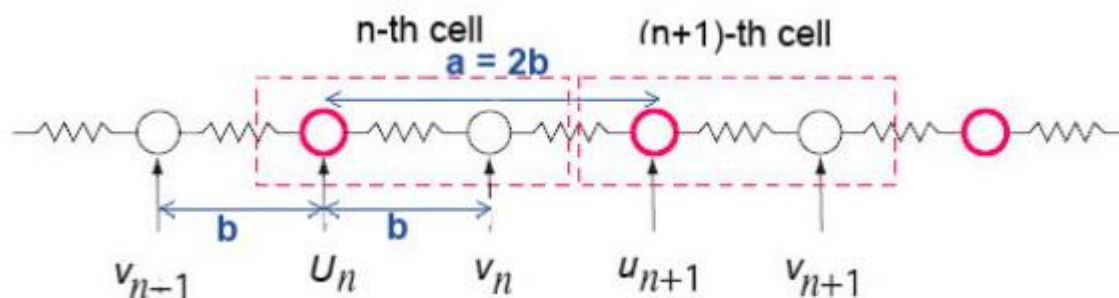


Figure 1: Cadena lineal con 2 átomos en una celda unitaria. La distancia de equilibrio entre 2 átomos cualquiera es  $b$ , la constante de la red es  $a = 2b$ .

Demuestre que la relación de dispersión viene dada por,

$$\omega^2 = \frac{\beta}{m_1 m_2} \left( m_1 + m_2 \pm \sqrt{(m_1 + m_2)^2 - 4m_1 m_2 \sin^2(qa/2)} \right)$$

o

$$\omega^2 = \frac{\beta}{m_1 m_2} \left( m_1 + m_2 \pm \sqrt{(m_1 + m_2)^2 - 4m_1 m_2 \sin^2(qb)} \right)$$

Halle los valores de las frecuencias  $\omega_+$  y  $\omega_-$  en los puntos extremos  $q = 0$ . Suponiendo que  $m_1 < m_2$  entonces calcule los valores de las frecuencias  $\omega_+$  y  $\omega_-$  en  $q = \pi/2b$ .