

Tópicos de Análisis Numérico

Profesor Responsable:	Giovanni Calderón Silva
Departamento:	Matemáticas
Tipo de asignatura:	Curso nivel I (Maestría)
Área de estudio:	Análisis Numérico
Prelación:	--
Semestre	A - 2010

El curso pretende dar al estudiante una continuación al curso de Análisis Numérico de la Licenciatura de Matemáticas. En particular, se estudiarán con profundidad los temas de diferenciación e integración numérica, aproximación de funciones y los métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias: problemas de valor inicial (PVI) y problemas con valor en la frontera (PVF).

Los objetivos del curso están orientados a la comprensión de los conceptos fundamentales del análisis Numérico para los temas planteados: discretización, consistencia, orden, estabilidad, convergencia y estabilidad numérica. Formalizar la teoría matemática de los métodos de resolución de problemas de Integración, aproximación de funciones y EDO. Proveer al estudiante de las estrategias generales que se siguen en la implementación de los métodos numéricos; al final, el estudiante debe ser capaz de implementar, en MATLAB, los métodos clásicos para resolver los distintos tipos de problemas planteados.

Contenido programático

1. **Diferenciación e Integración Numérica**
 - 1.1 Diferenciación numérica. Propagación del error de redondeo en la diferenciación numérica. Extrapolación de Richardson.
 - 1.2 Integración numérica: Regla del trapecio y la Regla de Simpson; Fórmulas de Newton-Cotes.
 - 1.3 Integración numérica compuesta: Regla de Simpson y Regla del punto medio. Estabilidad numérica.
 - 1.4 Integrales singulares: discontinuidades infinitas, límites de integración infinitos.
 - 1.5 Métodos de paso ajustable.
 - 1.6 Método de integración de Romberg.
 - 1.7 Cuadratura Gaussiana.
 - 1.8 Discusión de la literatura.
2. **Aproximación de Funciones**
 - 2.1 El problema general de aproximación.
 - 2.2 El teorema de aproximación de Weierstrass.
 - 2.3 La mejor aproximación. El problema de la elección de la norma.
 - 2.4 Polinomios ortogonales.
 - 2.5 Problema de aproximación por mínimos cuadrados.
 - 2.6 Serie de Fourier y Transformada Rápida de Fourier.
3. **Métodos Numéricos para EDO: Problemas de Valor Inicial (PVI)**
 - 3.1 Existencia, unicidad y estabilidad teórica.
 - 3.2 Métodos numéricos para PVI: Ejemplos de esquemas sencillos: métodos de Euler, regla del trapecio, regla del punto medio.
 - 3.3 Conceptos básicos: consistencia, orden de consistencia, estabilidad, convergencia y orden de convergencia. Para el método de Euler: estudio de la convergencia, análisis de estabilidad, análisis de la propagación de los errores de redondeo, análisis del error asintótico.
 - 3.4 Métodos de orden superior:
Método de Taylor. Familia de métodos de tipo Runge-Kutta: de segundo orden, explícito, implícito. Convergencia y estabilidad.
 - 3.5 Adaptatividad o control automático del paso.

- 3.6 Métodos Multipaso (Métodos de integración numérica):
Métodos multipaso explícito: el método de Adams-Bashforth
Métodos multipaso implícito: el método de Adams-Moulton
Método predictor-corrector.
Convergencia y estabilidad.
- 3.7 Ecuaciones diferenciales rígidas (Stiff). A-estabilidad.
- 3.8 Implementación y experimentación numérica.
- 4. **Métodos Numéricos para EDO: Problemas con Valor en la Frontera (PVF)**
 - 4.1 El método del disparo para el PVF.
 - 4.2 El método del disparo para problemas no lineales.
 - 4.3 Método de diferencias finitas para problemas lineales y no lineales.
 - 4.4 Experimentación numérica.
 - 4.5 Discusión de la literatura.

Metodología

- Combinación de clases magistrales expositivas e interactivas.
- Entrega de listas de problemas.
- Prácticas de laboratorio. En dichas prácticas se enfatizará sobre los distintos aspectos de la implementación de los métodos analizados y su aplicabilidad a distintos problemas de la ciencia.

Evaluación sugerida

- Presentación de informes de trabajos propuestos, teóricos y prácticos, sobre el contenido del curso y que se propondrán a lo largo de éste. Estos informes representaran el 30% de la nota definitiva.
- Un examen escrito por tema. Estas pruebas representan el 50% de la nota definitiva
- Las prácticas de laboratorio sumarán por partes iguales el 20% de la nota definitiva.

Bibliografía

- E. Isaacson and H. B. Keller, *Analysis of Numerical Methods*. John Wiley & Sons, Inc., 1966.
- K. E. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*. John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- R. L. Burden and J. D. Faires, *Análisis Numérico*. Thomson Learning, 2002.
- D. Petcu, *Multistep Methods for Stiff Initial Value Problems*. Monografii Matematice, Universitatea de Vest Din Timișoara, 1995.
- J.C. Butcher, *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- L.F. Shampine, I. Gladwell and S. Thompson, *Solving ODEs with MATLAB*. Cambridge University Press, 2003.
- David Kincaid y Ward Cheney, *Análisis Numérico*. Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.