



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
POSTGRADO DE MATEMÁTICAS
MÉRIDA – VENEZUELA

Proyecto de Tesis de Maestría:

**MODELADO Y EXPERIMENTACIÓN NUMÉRICA DE LA
HIDRODINÁMICA E INSTRUCCIÓN MARINA DE ACUÍFEROS
COSTEROS: ÁREA PILOTO AL NORTE DE TOCÓPERO Y
PUERTO CUMAREBO, ESTADO FALCÓN**

A seguir por:

Lic. Arturo Barros Rojas

Tutor: Prof. Giovanni Calderón¹

Cotutor: Prof. Haydn Barros²

¹Grupo Ciencias de la Computación, Departamento de Matemáticas, Edificio Teórico de Ciencias, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida 5101, Estado Mérida, Venezuela. e-mail: giovanni@ula.ve

²Universidad Simón Bolívar, Laboratorio Física Nuclear, Edificio Física y Electrónica I (FEI). Sartenejas, AP 89000, Baruta, Estado Miranda, Caracas - Venezuela. www.nuclear.fis.usb.ve - e-mail: hbarros@usb.ve

AVAL

Quien suscribe, Carlos Uzcátegui, titular de la cédula de identidad N° 5.202.140, Coordinador del Postgrado del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Los Andes, hace constar por medio de la presente que el Consejo Directivo del Doctorado aprobó, en su reunión ordinaria, el Proyecto de tesis de Maestría:

**MODELADO Y EXPERIMENTACIÓN NUMÉRICA DE LA
HIDRODINÁMICA E INTRUSIÓN MARINA DE ACUÍFEROS
COSTEROS: ÁREA PILOTO AL NORTE DE TOCÓPERO Y PUERTO
CUMAREBO, ESTADO FALCÓN**

a ser realizado por el señor Lic. Arturo Barros Rojas, titular de la cédula de identidad N° 11.305.373, bajo la dirección del Dr. Giovanni Calderón. Dicho Proyecto queda desglosado en el presente documento.

En Mérida, el día 25 de junio de 2009.

Dr. Carlos Uzcátegui
Coordinador Postgrado de Matemáticas

Dr. Giovanni Calderón
Tutor

1. Datos del Proyecto

Estudiante: Lic. Arturo Barros Rojas

Tutor: Prof. Giovanni Calderón (ULA), Prof. Haydn Barros (USB)

Área de investigación: Matemática Aplicada: Mecánica de Fluido, Geofísica y Análisis Numérico.

Especialidad: Modelado de Problemas Físicos y Simulación Numérica.

Duración: El proyecto está planteado para un año (marzo 2009 - febrero 2010).

Unidad académica receptora: Grupo Ciencias de la Computación, Departamento de Matemáticas, Edificio Teórico de la Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela.

Financiamiento: El estudiante cuenta con la ayuda económica de Misión Ciencias (Beca de Maestría. Contrato: N° xxxxxx).

Entes interesados en el proyecto: Grupo de Física Nuclear (www.nuclear.fis.usb.ve) y el Grupo de Geofísica Aplicada (www.gc.usb.ve) de la Universidad Simón Bolívar. Se presenta como subproyecto del proyecto piloto EVALUACIÓN DE LA POSIBLE INTRUSIÓN MARINA Y SALINIZACIÓN DE ACUÍFEROS COSTEROS EN ÁREAS PILOTO AL NORTE DE TOCÓPERO Y PUERTO CUMAREBO, ESTADO FALCÓN, que se está realizando desde el año 2006 con el Auspicio de FUNDACITE Falcón, el Ministerio del Poder Popular para la Ciencia, Tecnología e Industrias Intermedias y la empresa PROFALCA a través de la LOCTI.

2. Introducción

En los acuíferos costeros el agua salada del mar se introduce, como si fuera una cuña, por debajo del agua dulce, debido a la mayor densidad del agua de mar. En la separación entre el agua salada y la dulce se forma una zona de mezcla, de salinidad intermedia, conocida como interfase. En estado de equilibrio natural, el agua marina permanece estacionaria, mientras que el agua dulce, procedente de la recarga continental, fluye hacia el mar. La penetración de la cuña salada en el acuífero es menor cuanto mayor sea el flujo de agua dulce al mar.

Al utilizar los pozos para sacar agua dulce de manera incontrolada y excesiva se

reduce el flujo de ésta hacia el mar, lo que provoca un avance hacia tierra adentro de la cuña de agua salada (fenómeno que se conoce con el nombre de *intrusión marina*), a la vez que se eleva el nivel de la interfase y se produce una depresión en el nivel del agua dulce. Si el bombeo de agua dulce continua, la elevación de la interfase puede alcanzar la profundidad del pozo, provocando de esta manera la salinización del mismo. Los acuíferos costeros salinizados por la intrusión marina terminan siendo inútiles y por lo tanto abandonados, ya que el agua salobre no sirve para el riego agrícola ni para el consumo de los animales. En este tipo de acuíferos, uno de los procesos de contaminación más frecuentes es debida a la intrusión marina.

En Venezuela, el problema de intrusión marina es particularmente crítico en los Estados Nueva Esparta, Falcón, Anzoátegui y Sucre. En el nor-este continental del Estado Falcón (entre Tocópero y Puerto Cumarebo) existe una franja costera (de unos 4 a 5 Km.) principalmente de rellenos cuaternarios (gravas, arcillas y areniscas) con partes de origen cársico (calizas). En esa zona se han explotado acuíferos subterráneos, a través de pozos, en los últimos 30 años, fundamentalmente para uso agrícola. La intrusión marina (salinización de los pozos) representa un serio problema para la agricultura del sector, sobre todo con los planes actuales de crecimiento, los cuales además se realizan sin el acompañamiento técnico pertinente.

Para solucionar el problema de la intrusión marina se han estudiado muchos métodos, como la creación de barreras impermeables o la recarga de los acuíferos mediante la inyección de agua dulce. No obstante, la única medida que puede ser asumida por los usuarios (especialmente en países como el nuestro) es reducir la extracción de agua, además es la medida más económica y efectiva. Por lo tanto, resulta necesario definir políticas que garanticen un uso sostenible del acuífero. Sin embargo, para poder hacer recomendaciones basadas en criterios técnicos hace falta evaluar la recarga continental local.

Muchos de los modelos matemáticos que se utilizan en la actualidad para describir la dinámica (hidrología) de acuíferos costeros son modelos determinísticos. Éstos describen la hidrología subterránea y superficial y son calibrados apropiadamente según el área geográfica en estudio. Los modelos determinísticos requieren generalmente la resolución de ecuaciones en derivadas parciales; en general, están regidos por las relaciones expresadas mediante la ley de Darcy y por el principio de conservación de masa (ecuaciones de continuidad); ver, entre otros, los trabajos de, Konikow [1, 2]; Ledoux et al. [3]; Huyakorn et al. [4]; Essaid [5]; Vázquez [6]. Se pueden obtener soluciones exactas de forma analítica,

pero para esto es necesario omitir o simplificar propiedades físicas del problema (quizá de forma irreal). Así que a menudo es preferible evitar estas simplificaciones y optar por métodos numéricos que proporcionan soluciones aproximadas.

Cotidianamente se han considerado dos clases de métodos numéricos para resolver los modelos para flujo y transporte subterráneo. Estos son los métodos de diferencias finitas y los de elementos finitos. Cada uno de estos métodos incluye una variedad de subclases y de alternativas de implementación. Remson et al. [7], y Anderson et al. [8] han presentado discusiones sobre la aplicación de estos métodos numéricos para resolver los problemas de hidrología subterránea. En el caso de diferencias finitas existen varios libros de texto avanzados que se centran en este método: Peaceman [9], McDonald et al. [10], Shashkov [11] y Strikweda [12], entre otros. Huyakorn y Pinder [13] presentan un análisis y una revisión del método de elementos finitos aplicado a los problemas de la hidrología subterránea. Un estudio general de estos métodos aplicados a fluidos está dado por Donea y Huerta [14] o Fletcher [15].

De todo lo dicho, la idea básica de esta tesis consiste en utilizar los datos estructurales del subsuelo para generar una matriz numérica de densidad/porosidad a partir de la cual se puedan inferir las conductividades hidráulicas, y luego resolver numéricamente en ese marco las ecuaciones hidrodinámicas para simular el paso del agua subterránea por el acuífero. El objetivo es poder “ajustar” los datos dinámicos de los pozos (las curvas de bombeo y recuperación) con las predicciones de la resolución numérica del modelo físico-matemático de hidrodinámica en medios porosos, de tal manera que se pueda estimar la recarga continental local que mejor ajusta estas curvas. Dicha recarga debe aproximarse a la recarga real, que es necesario conocer para regular el uso de los pozos. Adicionalmente, con el programa desarrollado se podrá estimar la dinámica de la migración de la cuña salina en distintos regímenes de extracción hipotéticos, lo que permitirá evaluar sus posibles consecuencias.

3. Planteamiento del Problema

La característica esencial de los acuíferos costeros es la coexistencia de dos fases físico-químicas diferentes: agua dulce y agua salada. Son fluidos de densidad, temperatura y viscosidad diferente y, desde luego, muy diferente composición química. Por lo cual, se debe presumir la existencia de un límite de separación entre ambas (interfase). Si bien la miscibilidad entre el agua dulce y el agua salada no permite que esta interfase sea

neta, sino que, realmente, da lugar a una zona de mezcla, de difusión o de transición, de anchura variable que depende esencialmente de las variaciones del nivel piezométrico, del espesor del acuífero y de la permeabilidad del entorno costero. Sin embargo, bajo ciertas condiciones, la anchura de esta zona es pequeña, al menos con relación con el espesor del acuífero, así que la zona de transición puede ser aproximada como una interfase abrupta. En situaciones estacionarias normales, la posición de la interfase, en equilibrio con el mar, viene dada por el principio de Ghyben-Herzberg. En estas condiciones, en un punto cualquiera (A) de la interfase debe equilibrarse la presión del agua salada y del agua dulce (Figura 1):

$$(h_d + z)\gamma_d = z\gamma_s \quad (1)$$

siendo

$$z = \frac{\gamma_d}{\gamma_s - \gamma_d} h_d = G \cdot h_d \quad (2)$$

y G el factor de Ghyben-Herzberg, que varía entre 25 y 30. Esta fórmula tiene validez si admitimos que el agua salada está en reposo y que las equipotenciales del agua dulce son estrictamente verticales, lo cual se cumple con gran aproximación, lejos de la orilla. La

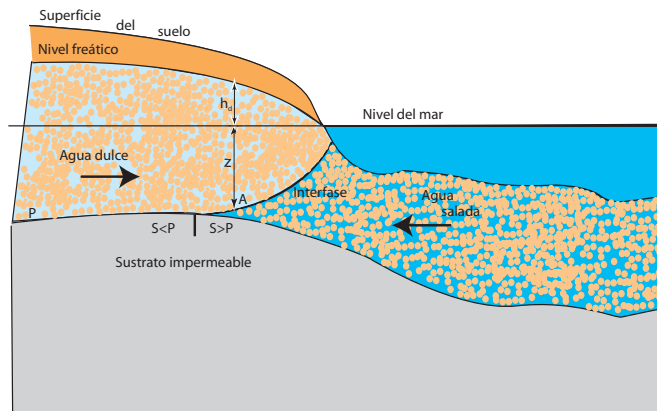


Figura 1: Representación de la intrusión marina.

aproximación hidrodinámica presupone la existencia de un flujo de agua dulce hacia el mar, y de agua de mar hacia el continente, lo cual requiere la existencia de un gradiente en ambos sentidos (régimen transitorio). En este caso, la hipótesis de Hubbert es la que permite conocer la posición de la interfase a partir de la siguiente expresión:

$$S = -z = \frac{h_s \gamma_s - h_d \gamma_d}{\gamma_s - \gamma_d} \quad (3)$$

con h_s la cota del nivel de agua salada en la vertical del punto A, o también:

$$h_s = \frac{S + Gh_d}{G + 1} \quad (4)$$

Para escribir las ecuaciones del movimiento se definen tres zonas. Una es la continental, donde no existe agua salada, y se puede definir como la zona donde $S < P$, es decir, donde la posición de la interfase (S) estaría por debajo del sustrato impermeable (P), lo que equivale a decir que no está presente. En la zona donde está presente la interfase ($S > P$), hay una ecuación para describir el movimiento del agua salada y otra para el movimiento del agua dulce. Así, las ecuaciones son:

1. Zona continental ($S < P$):

$$\begin{aligned} n_d \frac{\partial h_d}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx}(h_d - P) \frac{\partial h_d}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xy}(h_d - P) \frac{\partial h_d}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yx}(h_d - P) \frac{\partial h_d}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy}(h_d - P) \frac{\partial h_d}{\partial y} \right) + Q \end{aligned} \quad (5)$$

2. Zona costera ($S > P$):

a) Agua dulce:

$$\begin{aligned} n_d \frac{\partial h_d}{\partial t} - n_s \frac{\partial S}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx}(h_d - S) \frac{\partial h_d}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xy}(h_d - S) \frac{\partial h_d}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yx}(h_d - S) \frac{\partial h_d}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy}(h_d - S) \frac{\partial h_d}{\partial y} \right) + Q \end{aligned} \quad (6)$$

b) Agua salada: $R := S - P$,

$$\begin{aligned} n_s \frac{\partial S}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} R \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{S + Gh_d}{G + 1} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xy} R \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{S + Gh_d}{G + 1} \right) \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yx} R \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{S + Gh_d}{G + 1} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} R \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{S + Gh_d}{G + 1} \right) \right) + Q \end{aligned} \quad (7)$$

La nomenclatura usada en (1)-(7) queda definida en la Cuadro 1. Para completar el modelo se deben definir condiciones de borde y condiciones iniciales. Estas últimas definidas a partir de los resultados de una simulación en régimen estacionario.

El modelo utilizado para la modelización de los recursos hídricos es un modelo bidimensional, lo que supone un acuífero costero en dos dimensiones horizontales y con una interfase abrupta entre el agua dulce y el agua salada del mar. La resolución se efectúa simultáneamente para el sector costero y para el sector continental.

En este trabajo se parte del modelo físico-matemático (5)-(7) para definir y calibrar un modelo propio para simular el paso de agua subterránea en el acuífero de nuestro interés. Finalmente, se busca analizar los resultados numéricos y obtener la información suficiente a partir de la cual se podrán definir políticas de explotación y aprovechamiento sostenible del recurso.

h_d	: cota sobre el nivel del mar del agua dulce en la vertical del punto A ,
z	: profundidad bajo el nivel del mar del punto A ,
γ_d	: peso específico del agua dulce (1.000 g/cc),
γ_s	: peso específico del agua salada (entre 1.020 y 1.030 g/cc),
G	: factor de Ghyben-Herzberg, que varía entre 25 y 30,
h_s	: cota del nivel de agua salada en la vertical del punto A ,
n_d	: porosidades efectivas correspondientes al movimiento de la superficie freática,
n_s	: porosidades efectivas correspondientes al movimiento de la interfase
S	: posición de la interfase,
P	: sustrato impermeable.

Cuadro 1: Nomenclatura

4. Objetivos

Objetivo general:

- Definir y calibrar un modelo físico-matemático para el flujo de agua subterránea del acuífero costero ubicado al norte de Tocópero y Puerto Cumarebo.
- Definir e implementar un método numérico (se propone el método de elementos finitos) para encontrar soluciones numéricas al modelo planteado.

Objetivos específicos:

- Validar el método numérico mediante un test de ejemplos académicos.
- Definición de las condiciones de borde para la recarga (relacionadas con las estribaciones montañosas cársticas justo al sur de la zona de estudio). Definición de las condiciones de borde laterales. Definición de las condiciones de borde verticales, determinadas por la mesa de agua y por algún tipo de cota en profundidad
- Obtención de un rango preliminar de valores para la recarga.
- Comparación de las simulaciones con las características generales de las curvas de bombeo y de recuperación reales.
- Estudio del comportamiento del flujo en los puntos de interés (localización de los pozos) en función de la recarga.

- Estimar la dinámica de la migración de la cuña salina en distintos regímenes de extracción hipotéticos, lo que permitirá evaluar sus posibles consecuencias.

5. Metodología de Investigación

La metodología que se empleará en este trabajo es la usual en investigaciones matemáticas de esta naturaleza. En primer lugar se realizará una exhaustiva revisión bibliográfica para establecer los antecedentes y limitaciones del problema, tanto teóricas como numéricas. Luego, sobre la base de estos resultados se procederá a explorar y plantear estrategias que tomen en consideración las características del problema y mejoren las dificultades existentes.

Dadas las características sobre las cuales se fundamenta este proyecto de tesis de maestría, resulta habitual que la presentación y aprobación del proyecto se solicite tiempo después de haberse iniciado la investigación en cuestión. Por tal motivo, muchas de las actividades a realizar a lo largo del proyecto ya han sido iniciadas o están, en muchos casos, ya concluidas. Además, para lograr los objetivos de esta tesis, resulta necesario un trabajo de campo que amerita una gran cantidad de recursos tecnológicos, económicos y tiempo humano. Así, durante los últimos años, el Grupo de Física Nuclear y el Laboratorio de Geofísica Aplicada de la USB han recopilado una serie de datos del sector. La integración de esos datos, permite cumplir los siguientes objetivos:

- Realizar mapas 3-D digitales (aproximados e interpolados) del subsuelo de la zona, con información de los parámetros: conductividad eléctrica aparente, densidad y porosidad.
- Generar mapas superficiales con los datos topográficos y de los análisis fisicoquímicos.
- Obtener datos pluviométricos y almacenarlos junto con los datos de bombeo.
- Disponer de estos mapas y datos en un Sistema de Información Geográfica.
- Disponer de los mapas de densidad y porosidad en matrices numéricas apropiadas para las simulaciones.

Para lograr los objetivos planteados en este proyecto, se definen las siguientes actividades, sin que esto implique la no intersección en los periodos de ejecución de las

mismas.

Actividad 1. Documentación del problema: Revisión de la literatura periódica en las hemerotecas nacionales, bases de datos y publicaciones electrónicas a las cuales podamos acceder, a fin de recabar la mayor información posible sobre el problema, tomando en cuenta los aspectos teóricos y numéricos del mismo. Esta información nos permitirá elaborar el estado del arte (antecedentes) del problema.

Actividad 2. Definición del modelo matemático para simular el flujo de agua subterránea del acuífero costero. Para lograr esta actividad se pretende estudiar los textos de mecánica de fluidos previamente citados.

Actividad 3. Estudio del método de elementos finitos. Esta actividad se logró siguiendo el curso de postgrado (semestre A-2007).

Actividad 4. Definición de las condiciones de borde para la recarga, condiciones de borde laterales y condiciones de borde verticales.

Actividad 5. Implementación y validación de los algoritmos numéricos propuestos. El código de los algoritmos será creado (inicialmente) en MATLAB y la validación de los mismos se hará sobre un test de ejemplos académicos. Posteriormente el código será implementado en FORTRAN, sin que esta parte final limite la culminación de la tesis.

Actividad 6. Implementación y calibración del modelo matemático propuesto. Estimar la dinámica de la migración de la cuña salina.

Actividad 7. Comparación de las simulaciones con las características generales de las curvas de bombeo y de recuperación reales.

Actividad 8. Postproceso y análisis de los resultados obtenidos de la parte experimental.

Actividad 9. Escritura de la tesis y su revisión. Posteriormente se quiere presentar los resultados obtenidos en conferencias nacionales y su posible publicación en una revista especializada.

6. Equipo y Materiales

- Material Bibliográfico: Libros, Publicaciones periódicas, etc.

- Un computador personal con acceso a Internet
- Software: MATLAB, FORTRAN, L^AT_EX, Adobe, etc.
- Un área de trabajo designada por la Comisión de Postgrado.
- Consumibles para el equipo de cómputo.

7. Calendario de Actividades

Se considera un año de actividades empezando en el mes de enero de 2008. El calendario se divide según las actividades detalladas anteriormente.

Actividades	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero
Actividad 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓					
Actividad 2			✓	✓	✓	✓	✓					
Actividad 3		✓	✓	✓	✓	✓	✓					
Actividad 4				✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓		
Actividad 5						✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Actividad 6			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Actividad 7										✓	✓	✓
Actividad 8			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Actividad 9			✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Cuadro 2: Calendario de actividades

Se planificó escribir la tesis desde casi el comienzo del proyecto, primero empezando con el marco teórico y después con el desarrollo, para al final sólo concentrarse en el esfuerzo de redacción de resultados y conclusiones.

Referencias

- [1] Konikow, L.F., *Numerical models of groundwater flow y transport. In: Manual on Mathematical Models in Isotope Hydrogeology, International Atomic Energy Agency Rept. IAEA-TECDOC-910, Vienna, Austria: 59-112, 1996.*
- [2] Konikow, L.F., Reilly, T.E., *Groundwater Modelling. In: The Handbook of Groundwater Engineering. [J.W. Delleur, ed.], CRC Press, Boca Raton 20:1-20.40, 1998.*
- [3] Ledoux, E., Sauvagnac, S. & Rivera ,A. *A compatible single-phase/two-phase model: 1. Modeling the transient salt-water/fresh water interface motion. Ground Water 28(1), pp 79-87, 1990.*
- [4] Huyakorn, P. S., Wu, Y. S. & Park, N. S., *Multiphase approach to the numerical solution of a sharp interface saltwater intrusion problem. Wat. Resour. Res. 32(1), pp 93-102, 1996.*
- [5] Essaid, H. I. *A multilayered sharp interface model of coupled fresh water-salt water flow in coastal systems: model development and application. Water Resour. Res. 26(7), pp 1431-1454, 1990.*
- [6] Vázquez, J.L., *Fundamentos Matemáticos de la Mecánica de Fluidos. Universidad Autónoma de Madrid, 2003 Spain.*
- [7] Remson, I., Hornberger, G.M., Molz, F.J., *Numerical Methods in Subsurface Hydrology. Wiley, New York, 1971.*
- [8] Anderson, M.P., Woessner, W.W., *Applied Groundwater Modelling. Academic Press, San Diego, 1992.*
- [9] Peaceman, D.W., *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. Elsevier, Amsterdam, 1977.*
- [10] McDonald, M.G., Harbauch, A.W., *A Modular Three-Dimensional Finite-Difference Ground-Water Flow Model. Techniques of Water-Res. Invests. of the U.S. Geol. Survey, Book 6, Ch. A1, 1988.*
- [11] Mikhail Shashkov, *Conservative Finite-Difference Methods on General Grids. CRC Press, New York, 1996.*

- [12] John C. Strikweda, *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*. Wadsworth & Brooks, California, 1989.
- [13] Huyakorn, P.S., Pinder, G.F., *Computational Methods in Subsurface Flow*. Academic Press, New York, 1983.
- [14] Jean Donea and Antonio Huerta, *Finite Element Methods for Flow Problems*. John Wiley & Sons Inc., 2003.
- [15] C.A.J. Fletcher, *Computational Techniques for Fluid Dynamics. Fundamental and General Technique*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1998.