

PROGRAMA DE LA UNIDAD CURRICULAR  
**MATEMÁTICA DE LA FÍSICA 1**

SEM.	CÓDIGO	TEORÍA H/S	PRACT. H/S	LAB. H/S	CRÉDITOS ACADÉMICOS	PRELACIÓN
4	241005	5	2	0	6	231004

**Justificación**

Unidad curricular destinada a introducir algunas nociones fundamentales del análisis tensorial y del álgebra lineal, indispensables en los cursos de física teórica intermedios y avanzados.

**Requerimientos**

Cálculo diferencial e integral, en una y varias variables reales.

**Objetivos Generales**

- Profundizar el conocimiento sobre espacios vectoriales de dimensión finita y conocer la generalización a espacios tensoriales.
- Entrenar al estudiante para que adquiera destreza en el manejo de las herramientas del álgebra lineal.

**Contenido Programático**

**1. Los vectores de siempre**

Vectores, escalares y álgebra vectorial. Independencia lineal y vectores base. Componentes de vectores y cosenos directores. Álgebra vectorial y coordenadas. Producto escalar, producto vectorial y producto mixto. Escalares, pseudo escalares e integración de vectores en coordenadas cartesianas. Notación de Einstein y algebra vectorial con índices.

**2. Espacios vectoriales abstractos**

Grupos, campos y espacios vectoriales. Métricas y espacios métricos, normas y espacios normados. Producto interno y espacios de Hilbert. Variedades lineales. Dependencia e independencia lineal. Bases en un espacio lineal. Ortogonalidad y bases ortogonales. Ortogonalización, complementos ortogonales y descomposición ortogonal. Aproximación de funciones. El método de mínimos cuadrados.

**3. Funciones lineales y tensores**

Funcionales lineales. Bases discretas y continuas. Tensores y producto tensorial: definición y propiedades. Bases para el producto tensorial. Tensores, componentes y contracciones. Aplicaciones.

#### **4. Coordenadas curvilíneas**

Vectores, otra mirada. Vectores, covectores y leyes de transformación. Coordenadas cartesianas y polares. Transformaciones de coordenadas, vectores y tensores. Teorema del cociente, Métricas y componentes. Curvas y parámetros. Coordenadas curvilíneas generalizadas: coordenadas cartesianas, cilíndricas, esféricas y otras. Vectores, tensores, métrica y transformaciones.

#### **5. Análisis vectorial 1**

Campos tensoriales y el concepto de campo. Campos escalares y superficies. Campos vectoriales y líneas de flujo. Curvas integrales y trayectorias ortogonales. Flujo de campos vectoriales. Operadores diferenciales vectoriales: derivada direccional, diferencia total y gradiente. Divergencia y flujo de campos vectoriales. Rotores, líneas de torbellino y circulación de un campo vectorial. El operador Laplaciano. Derivadas direccionales de campos vectoriales. El campo de aceleraciones de un fluido. Campos tensoriales y derivada covariante.

#### **6. Análisis vectorial 2**

Integrales y campos vectoriales: integrales de línea y de superficie. Campos vectoriales y teoremas integrales: Teorema de la divergencia. Ley de Gauss y Campo eléctrico. Discontinuidad y densidades superficiales de carga. Teoremas de Green y de Stokes. El teorema de Stokes y las fuerzas conservativas. Teorema de Stokes y discontinuidades del campo vectorial. Teoría del potencial. Potenciales escalares, vectoriales y calibres. Teorema de Green y potenciales. Teorema de Helmholtz.

#### **7. Operadores lineales y matrices**

Operadores lineales. Composición de operadores lineales. Proyectores, espacio nulo e imagen. Operadores biyectivos e inversos. Operadores herméticos conjugados. Operadores unitarios. Representación matricial de operadores. Álgebra de matrices. Representación diagonal de operadores. Sistemas de ecuaciones lineales. Inversa de una matriz. Cambio de bases para vectores. Traza de operadores y sus propiedades. Producto tensorial de operadores. Propiedades y representación matricial del producto tensorial. Diferenciación de operadores. La fórmula de Glauber. Matrices cuadradas: nula, singular. Diagonal a bloques, triangular superior e inferior, matriz de cofactores, adjunta.

#### **8. Determinantes, autovalores y autovectores**

Definición y propiedades de determinantes. Autovectores y autovalores: definiciones y teoremas preliminares. Autovalores, autovectores e independencia lineal. Autovalores y autovectores de un operador. El polinomio característico. Autovalores y autovectores de un operador. El polinomio característico. Autovalores y autovectores de: matrices similares, matrices herméticas y matrices unitarias. Conjunto completo de observables que conmutan.

### 9. Series infinitas

Definición, convergencia y criterios de convergencia. Álgebra de series. Series de funciones: series de potencias y series de Taylor. Series de Fourier: definición, usos y aplicaciones. Suma de una serie de Fourier. El fenómeno de Gibbs. Transformada de Fourier discreta y transformada rápida de Fourier.

### Metodología

Clases magistrales, en las cuales se desarrolla la teoría junto al análisis, planteamiento y resolución de ejercicios; además, se dedican dos horas semanales a la resolución de problemas.

### Recursos

Se requiere:

- Aulas equipadas con pizarrones.
- Existencia de bibliografía recomendada en las bibliotecas.

### Evaluación

Se recomienda evaluación continua, a través de exámenes parciales y tareas evaluadas.

### Bibliografía General del Curso

- Apostol, T.M. (1972) Calculus Vol 2 (Reverté Madrid) QA300 A66C3 1972.
- Arfken, G.B., Weber, H., Weber, H., (2000) Mathematical Methods for Physicists 5ta edición (Academis Press, Nueva York).
- Borisenko, A.I, y Tarapov I.E. (1968) Vector and Tensor Analysis (Dover Publications Inc, Nueva York).
- Cohen-Tannoudji, C., Diu B. y Laloe (1977) Quantum Mechanics Vol 1 (John Wiley Interscience, Nueva York).
- Dennery, P. y Krzywicki, A. (1995) Mathematics for Physicists (Dover Publications Inc. Nueva York).
- Gel'fand, I.M. (1961) Lectures on linear. Algebra (John Wiley & Sons Interscience, Nueva York).
- Jordan, T.F. (1969) Linear Operator for Quantum Mechanics (John Wiley & sons Interscience, Nueva York).
- Lovelock, D, y Rund H. (1975) Tensors, Differential Forms & Variational Principles (John Wiley Interscience, Nueva York).

- Santalo, L.A Vectores y Tensores (Editorial Universitaria, Buenos Aires).
- Schutz, B. (1980) Geometrical Methods in Mathematical Physics (Cambridge University Press, Londres).