

## **ELECTRICIDAD**

### **MÓDULO 1**

#### **Carga Eléctrica**

Los cuerpos cuando son frotados adquieren la propiedad de atraer cuerpos livianos como por ejemplo: pequeños trozos de papel, corcho, etc. En su estado natural o sea antes de ser frotados no presentan esta propiedad. Tenemos entonces que un cuerpo al ser frotado pasa de su estado natural a otro estado que llamaremos ***estado electrizado***. El nombre se debe a que los primeros en observar este efecto fueron los griegos en un trozo de ámbar, que en su idioma se dice elektron

Durante el proceso de frotamiento, en el cuerpo algo cambió y ese algo es el responsable de la nueva propiedad que presentan dichos cuerpos. A ese algo lo llamaremos carga eléctrica, es decir "carga eléctrica es la parte del cuerpo responsable de la propiedad de atracción".

Video: Carga Eléctrica.

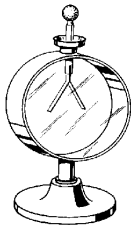
Video: Electrización por frotamiento.

La experiencia con barras colgantes que pueden girar libremente muestra que existen dos tipos de estados electrizados.

Como la causa de la electrización de un cuerpo la hemos llamado carga eléctrica, concluimos que existen dos tipos diferentes de carga eléctrica. La carga eléctrica que corresponde al grupo donde se encuentra la varilla de vidrio frotada con seda la llamaremos tipo vidrio y la carga eléctrica que corresponde al grupo donde se encuentra la varilla de ebonita frotada con seda la llamaremos tipo ebonita.

Hasta aquí hemos cargado eléctricamente un cuerpo por frotamiento. Surge entonces la pregunta ¿ese es el único método para que un cuerpo adquiera carga eléctrica ?

Trabajemos ahora con un electroscopio.



Veamos que sucede si ponemos en contacto con el electroscopio una varilla de vidrio que ha sido electrizada previamente por frotamiento, podemos observar que la láminas de la parte inferior se separan.

Por lo cual podemos ver que un cuerpo se puede electrizar por contacto. Tenemos entonces que la separación de las láminas de un electroscope nos permite determinar su electrización. Si frotamos nuevamente la varilla de vidrio y volvemos a tocar el electroscope vemos que sus láminas se separan más. O sea cargas eléctricas del mismo tipo se refuerzan. Si tocamos ahora el electroscope con una varilla de ebonita previamente frotada vemos que las láminas del electroscope se juntan mostrándonos que la carga eléctrica del tipo ebonita anuló a la carga eléctrica del tipo vidrio .

Tenemos entonces que cargas eléctricas de distinto tipo se anulan entre sí, es decir el cuerpo queda en estado no electrizado. Para aprovechar esta propiedad en la parte cuantitativa de la teoría se da por nombre a los dos tipos de carga: positiva (+) y negativa (-).

Y se designa de forma **convencional** a la carga eléctrica tipo vidrio (obtenida por el frotamiento de una varilla de vidrio con seda) como carga eléctrica positiva (+) y a la carga eléctrica tipo ebonita (obtenida por el frotamiento de una varilla de ebonita con piel) como carga eléctrica negativa (-).

Si electrizamos una varilla suspendida de un hilo aislante y luego le acercamos otra varilla también electrizada, podemos observar que si las varillas tienen estados de electrización del mismo tipo se repelen y si tienen estados de electrización de diferentes tipos se atraen. Como la responsable de los estados de electrización la hemos llamado carga eléctrica y le hemos asignado signo, podemos entonces decir que cargas del mismo signo se repelen y de distinto signo se atraen.

## Conductores y aislantes

Analicemos el siguiente experimento:

Se colocan dos electros copios y se unen ambos por medio de una varilla metálica. Se procede luego a cargar uno de los electros copios por contacto con una varilla previamente frotada. Se puede observar que el otro electros copio que está unida por la varilla metálica también se carga eléctricamente. Esto nos muestra que la varilla metálica permite que el estado electrizado de un electros copio se transfiera al otro electros copio. Como la carga eléctrica es la responsable del estado electrizado, podemos decir que a través de la varilla metálica hubo transferencia de carga eléctrica. A los materiales que permiten el paso de carga eléctrica a través de ellos los llamaremos **conductores**. Son buenos conductores los metales, el aire húmedo, el agua.

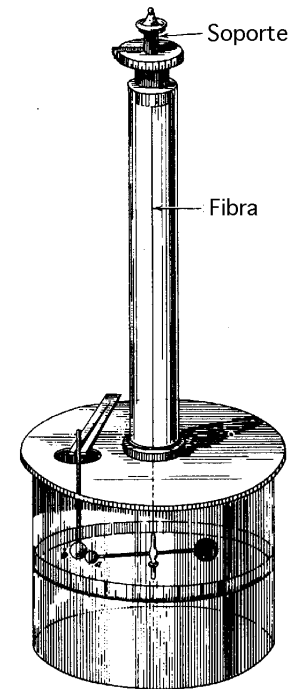
Repitamos el experimento uniendo ahora ambos electros copios por medio de una varilla plástica. Podemos observar que en este experimento el estado

electrizado de un electroscope no se transfiere al otro. Por lo cual podemos decir que la carga eléctrica no se transfiere a través de la varilla plástica al otro electroscope. A los materiales que no permiten el paso de carga eléctrica través de ellos los llamaremos **aislantes** (también llamados **dieléctricos**). Son buenos aislantes el plástico, la madera seca, el caucho.

## Ley de Coulomb

Los experimentos de Coulomb y otros científicos sobre las fuerzas ejercidas por una carga puntual sobre otra, se resumen en la ley de Coulomb.

- La fuerza ejercida por una carga puntual sobre otra está dirigida a lo largo de la línea que las une.
- Es repulsiva si las cargas tienen el mismo signo y atractiva si las cargas tienen signos opuestos.
- La fuerza varía inversamente con el cuadrado de la distancia que separa las cargas.



Con la balanza de torsión que vemos en la figura Coulomb fue capaz de determinar que la fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa las cargas. Las medidas con esa balanza son difíciles de hacer con una precisión de más de unos cuantos céntimos, por lo tanto en esa época no se podía afirmar que el exponente fuera justamente 2 y no por ejemplo 2.01.

Experimentos posteriores con una mayor precisión ponen de manifiesto que el valor está comprendido entre 2.000000002 y 1.999999998. Por esa razón no es de extrañarse que el exponente se considere exactamente 2

La expresión matemática que reúne los hechos experimentales con respecto a la interacción entre cargas está dada por

$$F_{12} \approx \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} \quad (1T)$$

La carga eléctrica se mide en coulombs y se designa por el símbolo C. El coulomb es una unidad muy grande de carga; se necesitan unos  $6 \times 10^{18}$  electrones par obtener un coulomb.

Debido a la dificultad de medir la interacción entre cargas eléctricas estáticas, se define la unidad básica de carga a través de una unidad de corriente, el amperio; éste se determina por medio de la fuerza de interacción magnética entre alambres por los cuales circula corriente. Esta interacción se estudiará más adelante en Magnetismo.

Se tiene por lo tanto que la carga eléctrica en el sistema SI es el coulomb (siendo su símbolo C) y se define como la cantidad de carga que fluye a través de una sección transversal dada de un alambre en un segundo, cuando en el alambre existe una corriente estacionaria de un amperio.

La expresión (1T) se puede escribir con un signo de igualdad si se introduce una constante de proporcionalidad

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \quad \text{Ley de Coulomb} \quad (2T)$$

En general la constante k se escribe como  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  puesto que simplificará la forma de ciertas ecuaciones que se derivan de (2T)

Tenemos entonces que

$$k = 9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$$

Donde  $\epsilon_0$  recibe el nombre de constante de permitividad.

Podemos escribir la expresión (2T) en forma vectorial definiendo un vector unitario  $\hat{r}_{12}$  que está dirigido desde la carga 1 a la carga 2 a lo largo de la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_{12} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \quad (3T)$$

Esta expresión se denomina Ley de Coulomb en forma vectorial y corresponde a la fuerza  $\vec{F}_{12}$  que la carga eléctrica 1 ejerce sobre la carga eléctrica 2.

La fuerza ejercida por la carga eléctrica 2 sobre la carga eléctrica 1 está dada entonces por la siguiente expresión

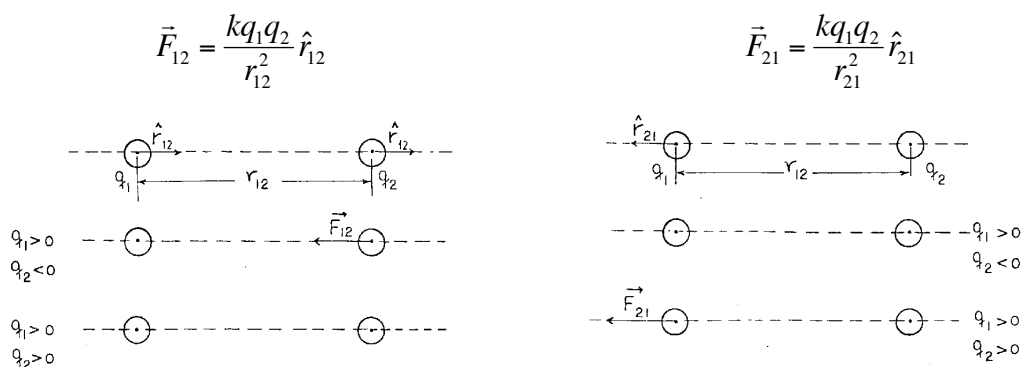
$$\vec{F}_{21} = \frac{kq_1q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

donde el vector unitario  $\hat{r}_{21}$  está dirigido desde la carga 2 a la carga 1 a lo largo de la línea que une las cargas.

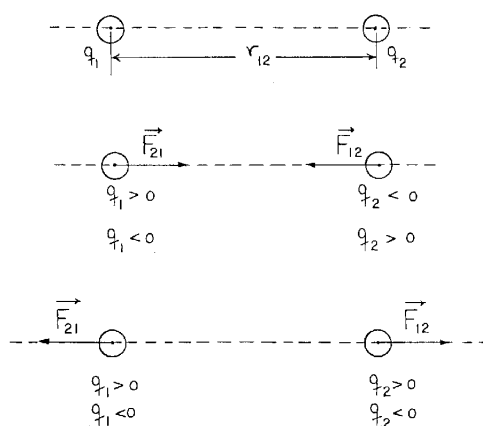
Analicemos si la expresión matemática (3T) así definida, satisface las observaciones experimentales de atracción entre cargas eléctricas de distinto signo y de repulsión entre cargas eléctricas de igual signo.

En la siguiente tabla se desea representar en la columna de la izquierda la acción de la carga 1 sobre la carga 2 y en la columna de la derecha la acción de la carga 2 sobre la carga 1, ambas situaciones para distintas combinaciones de carga eléctrica.

Dibuje en cada caso los vectores unitarios que corresponda y haciendo uso de la expresión de la fuerza indicada en la parte superior de cada columna dibuje las fuerzas para cada situación física.



Si reunimos ahora en un sólo dibujo el análisis realizado en la parte anterior tenemos

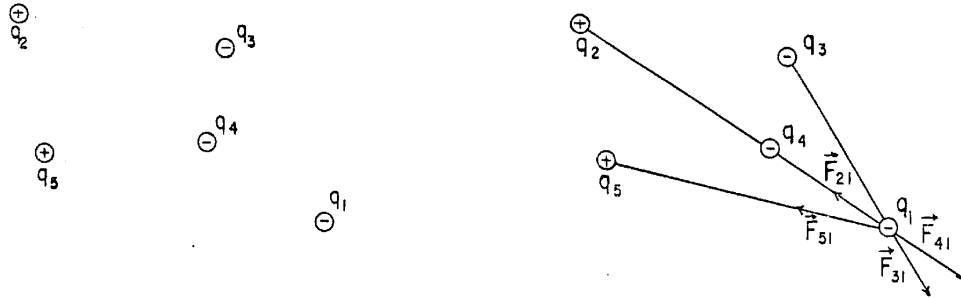


que nos muestra que la Ley de Coulomb en forma vectorial satisface el hecho experimental de la atracción entre cargas eléctricas de distinto signo y la repulsión entre cargas eléctricas de signos iguales.

Sistema de partículas (distribución discreta).

$$\vec{F}_{T1} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} + \vec{F}_{51} \quad (4T)$$

Dibujar las fuerzas que actúan sobre la carga 1 de parte de las otras cargas que forman el sistema.



### Estructura del átomo

En la Grecia presocrática, Demócrito (546-370 A.C) argumentó que la materia está compuesta de pequeñas partículas indivisibles llamadas "átomos", que significa indivisibles.

La idea paso desapercibida y no adquirió significación científica hasta que John Dalton (1803-1807), publicó una teoría atómica para explicar diversas observaciones experimentales. Esta teoría ha permanecido fundamentalmente intacta hasta el presente.

Tenemos que se entiende por átomo la menor partícula en que puede dividirse un elemento químico conservando sus propiedades y pudiendo ser objeto de una reacción química.

A mediados del siglo XIX los científicos empezaron a estudiar las descargas eléctricas a través de tubos de vacío y observaron que a un voltaje elevado se produce radiación dentro del tubo. Esta radiación fué conocida como rayos catódicos porque se originaba en el electrodo negativo o cátodo. Aunque estos rayos no se podían observar, su movimiento se pudo detectar porque los rayos hacen que algunos materiales entre ellos el vidrio emitan luz. Se observó que la incidencia de estos rayos en una placa metálica hacia que esta adquiriera carga eléctrica negativa. Esto sugirió que dichos rayos constituían un haz de partículas cargadas negativamente a las cuales se les llamó **electrones**.

(\*) J. J Thomson físico británico en 1897 midió la relación de la carga a la masa del electrón utilizando un tubo de rayos catódicos.

$$\frac{\text{carga del electrón}}{\text{masa del electrón}} = \frac{e}{m} = 1.76 \times 10^8 \text{ C/g} \quad (5T)$$

(\*) Millikan en 1909 en un experimento conocido como "experimento de la gota de aceite de Millikan" encontró que la carga eléctrica que aparecía sobre las gotas de aceite era siempre múltiplo entero de  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ . Dedujo que esta debía ser la carga eléctrica del electrón.

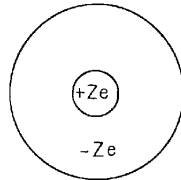
$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (6T)$$

Utilizando la relación carga masa del electrón obtenida por Thomson se calculó la masa del electrón.

$$m_e = 9.10939 \times 10^{-28} \text{ g} \quad (7T)$$

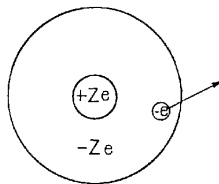
El descubrimiento de los rayos catódicos hizo intuir una mayor complejidad al átomo. En 1911, los experimentos de Rutheford de bombardeo de láminas metálicas con partículas  $\alpha$  permitieron que postulara que la mayor parte de la masa del átomo y toda su carga positiva reside en una región muy pequeña, extremadamente densa, a la cual llamó núcleo. La mayor parte del volumen total del átomo es un espacio vacío y los electrones se mueven alrededor del núcleo. Este es un modelo clásico del átomo.

ÁTOMO (NEUTRO)



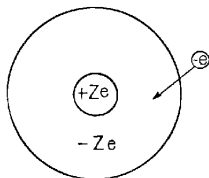
Tenemos que el átomo es neutro, por lo tanto tiene la misma cantidad de carga positiva y negativa.

ION POSITIVO



Si un átomo pierde carga negativa queda con un exceso de carga positiva y se denomina ion positivo.

ION NEGATIVO



Si un átomo gana carga negativa queda con un exceso de carga negativa y se denomina ion negativo.

Posterior al modelo del átomo de Rutherford se han desarrollado otros modelos que permiten explicar fenómenos físicos que no tienen explicación desde un punto de vista clásico. Para los temas tratados en este curso es suficiente con el modelo clásico del átomo de Rutherford.

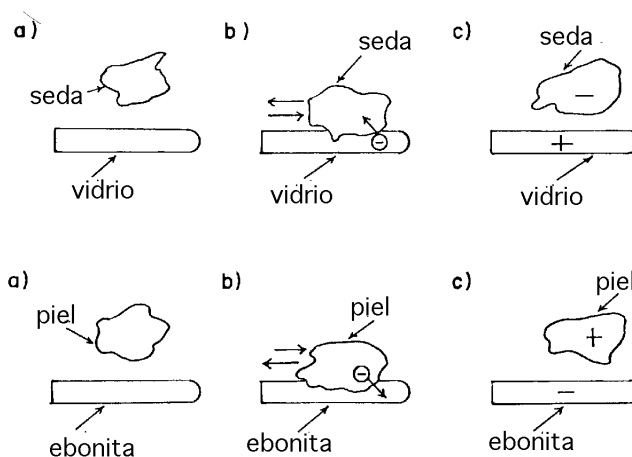
## Electrización de los cuerpos

Los cuerpos se pueden electrizar por:

Frotamiento, contacto o inducción.

### 1) Carga por frotamiento

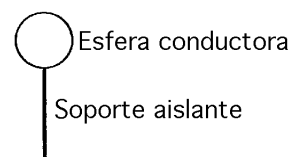
Si dos cuerpos como el vidrio y la seda se frotan entre sí, pasa una pequeña cantidad de carga de uno a otro, alterándose la neutralidad eléctrica de ambos.



En el caso a) el vidrio se hace positivo y la seda negativa. El vidrio cede electrones y la seda gana electrones.

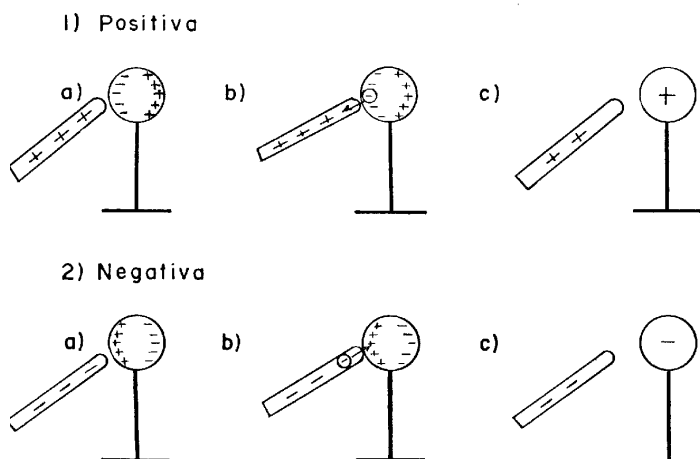
En el caso b) la ebonita se hace negativa y la piel positiva. La piel cede electrones y la ebonita gana electrones.

### 2) Carga por contacto



Analizaremos que le sucede a una esfera conductora colocada en un soporte aislante, al tocarla con una varilla que ha sido electrizada previamente.





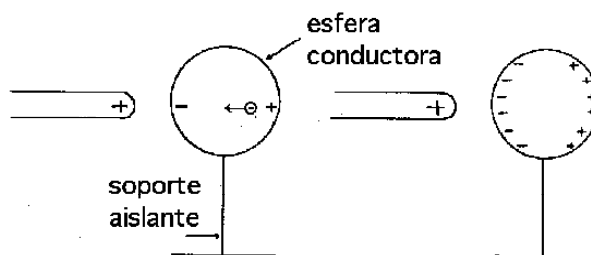
1) Si se hace contacto en la esfera conductora con una varilla cargada positivamente, la varilla atrae electrones de la esfera quedando esta con déficit de carga negativa, por lo tanto cargada positivamente.

2) Si se hace contacto en la esfera conductora con una varilla cargada negativamente, la varilla cede electrones a la esfera quedando ésta con exceso de carga negativa, por lo tanto cargada negativamente.

### 3) Carga por inducción

Antes de analizar la electrización por inducción, veamos más en detalle el comportamiento de los materiales conductores y aislantes.

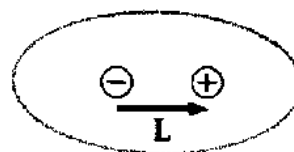
Conductor (tiene electrones libres)



Recordemos que los conductores poseen electrones libres que pueden desplazarse a través del material.

Los electrones libres en un conductor se desplazan por la atracción de la varilla cargada positivamente. Produciéndose en el conductor la distribución de cargas que se muestra en la fig. anterior.

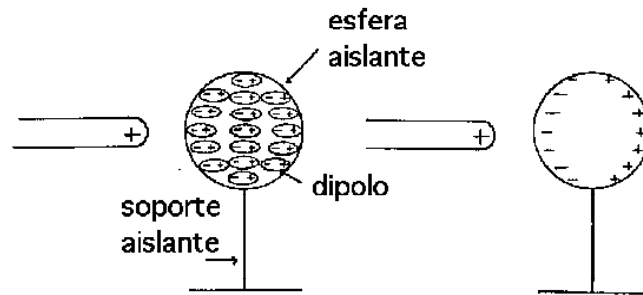
En cambio en un aislante que no posee electrones libres, la acción de la varilla cargada positiva solamente actúa desplazando los centros de carga positiva y negativa de los átomos, formando dipolos.



Dipolo

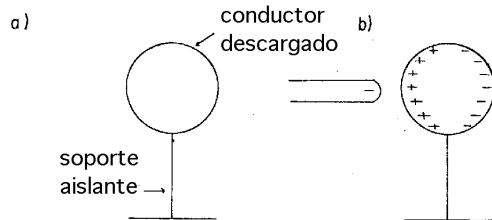
Como se muestra en la siguiente fig.

Aislante (se polariza)

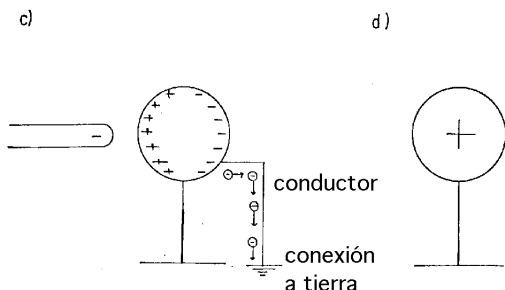


En un átomo sin interacción con un cuerpo cargado los centros de carga eléctrica positiva y negativa se encuentran solapados dando como efecto, el comportamiento neutro que tiene el átomo.

Veamos ahora como se produce la electrización de un objeto en un proceso de inducción.



Si acercamos a la esfera conductora una varilla cargada negativamente, tenemos que se produce la separación de cargas que se muestra en la fig. desplazándose los electrones al extremo contrario al cual se acercó la varilla.



Si conectamos a la esfera un conductor a tierra, se tiene que los electrones que están siendo repelidos por la varilla cargada negativamente fluyen a tierra.

Quedando, la esfera con un déficit de electrones y por lo tanto cargada positivamente.

Podemos observar que al cargar eléctricamente un conductor por inducción este adquiere carga de signo contrario al objeto utilizado para producir la inducción. Observe que la varilla cargada no toca la esfera conductora.

### Ejercicios propuestos

- Compare los métodos descritos para cargar eléctricamente un cuerpo, analizando sus semejanzas y diferencias.

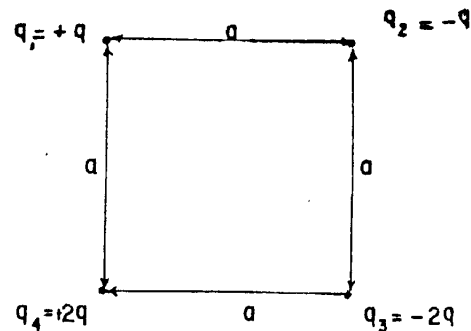
- Explique detalladamente como cargar una esfera negativamente por inducción.
- Diga si el método para cargar un objeto por inducción es válido para conductores y aislantes.

### Problema 1

Se tiene la configuración de cargas que se muestra en la figura. Encontrar la fuerza total sobre la carga ubicada en el vértice superior derecho. Considere:

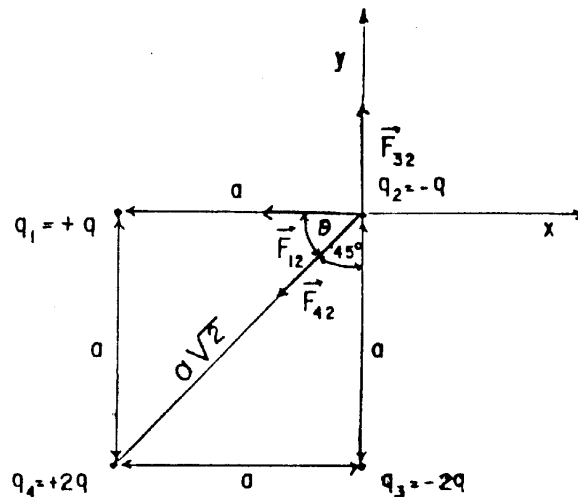
$$q = 1.0 \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$a = 5.0 \text{ cm} = 5.0 \times 10^{-2} \text{ m}$$



### Solución

Hagamos una representación gráfica de la situación física planteada, dibujando las fuerza de atracción y repulsión que actúan sobre la carga ubicada en el vértice superior derecho de parte de las cargas ubicadas en los otros vértices.



Tenemos entonces puesto que dicha carga se encuentra en una situación de equilibrio que

$$\vec{F}_{T2} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_{42}$$

$$\vec{F}_{12} = -F_{12}\hat{i}$$

$$\vec{F}_{32} = +F_{32}\hat{j}$$

$$\vec{F}_{42} = -F_{42}\cos\theta\hat{i} - F_{42}\sin\theta\hat{j}$$

$$\vec{F}_T = -(F_{12} + F_{42}\cos\theta)\hat{i} + (F_{32} - F_{42}\sin\theta)\hat{j} \quad (1-P1)$$

$$F_{12} = ? \quad F_{32} = ? \quad F_{42} = ?$$

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{a^2} = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(1.0 \times 10^{-7} C)^2}{(5.0 \times 10^{-2} m)^2} = 3.6 \times 10^{-2} N$$

$$F_{32} = \frac{k|q_3||q_2|}{a^2} = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(2.0 \times 10^{-7} C)(1.0 \times 10^{-7} C)}{(5.0 \times 10^{-2} m)^2} = 7.2 \times 10^{-2} N$$

$$F_{42} = \frac{k|q_4||q_2|}{(a\sqrt{2})^2} = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(2 \times 10^{-7} C)(1.0 \times 10^{-7} C)}{2 \times (5.0 \times 10^{-2} m)^2} = 3.6 \times 10^{-2} N$$

Reemplazando en (1-P1) los módulos de las fuerzas y el ángulo  $\theta = 45^\circ$  obtenemos

$$\vec{F} = [-6.15 \times 10^{-2} \hat{i} + 4.65 \times 10^{-2} \hat{j}] N$$

### Problema 2) H-26-7, N 23

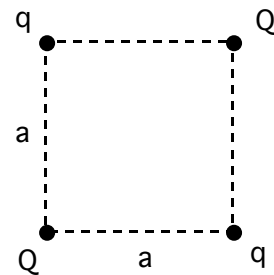
Una carga  $Q$  se coloca en cada uno de los vértices opuestos de un cuadrado. Una carga  $q$  se coloca en cada uno de los otros vértices.

a) Si la fuerza eléctrica resultante sobre  $Q$  es cero ¿Cómo están relacionadas  $Q$  y  $q$ ?

b) ¿Podría escogerse a  $q$  de tal manera que la fuerza resultante en todas las cargas valiera cero?

#### **Análisis de la situación física**

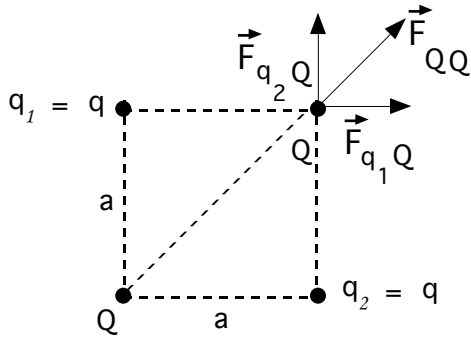
Se tiene una distribución discreta de carga eléctrica que se puede representar por medio de la fig. de la derecha.



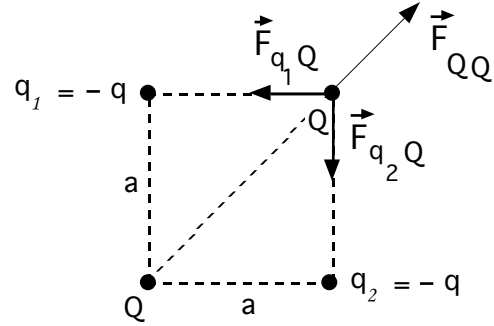
Lo que se busca es la relación entre las cargas eléctricas  $q$  y  $Q$ , para que la fuerza eléctrica sobre la carga  $Q$  sea nula ( $\vec{F}_{RQ} = 0$ ), por lo tanto es necesario dibujar todas las fuerzas que actúan sobre  $Q$ .

Puesto que no se conoce el signo de las cargas eléctricas  $q$  y  $Q$ , se suponen dos situaciones físicas que se ilustran a continuación.

$q$  y  $Q$  igual signo



$q$  y  $Q$  distinto signo



De donde vemos que las cargas  $Q$  y  $q$  deben tener signos opuestos para que la fuerza resultante sobre  $Q$  pueda ser nula.

$$\vec{F}_{RQ} = 0 \quad (1-P2)$$

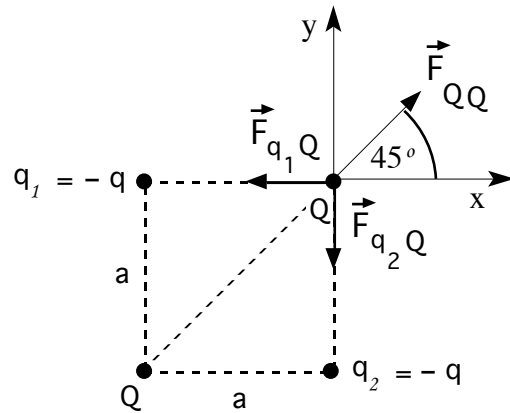
Si se introduce el sistema de coordenadas que se indica en la fig. tenemos a partir de (1-P2) que

$$\vec{F}_{RQ} = (\vec{F}_{RQ})_x \hat{i} + (\vec{F}_{RQ})_y \hat{j} = 0$$

Lo que implica que para que  $\vec{F}_{RQ}$  sea nulo, deben ser nulas cada una de sus componentes.

$$(\vec{F}_{RQ})_x = 0 \quad (2-P2)$$

$$(\vec{F}_{RQ})_y = 0 \quad (3-P2)$$



### **Solución a)**

A partir de (2-P2) tenemos que

$$(\vec{F}_{RQ})_x = -F_{q1Q} + F_{QQ} \cos 45^\circ = 0 \quad (4-2P)$$

Tenemos que

$$F_{qQ} = \frac{k |q| |Q|}{a^2} \quad F_{QQ} = \frac{k Q^2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{k Q^2}{2a^2} \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

reemplazando estas expresiones en (4-P2) tenemos

$$|Q| = \frac{4}{\sqrt{2}} |q| = 2\sqrt{2} |q|$$

Considerando, del análisis físico, que las cargas deben ser de distinto signo para que las fuerzas se anulen tenemos entonces que

$$Q = -2\sqrt{2} q \quad (5-P2)$$

Compruebe si la solución (5-P2) satisface también la ecuación (3-P2).

### **Solución b)**

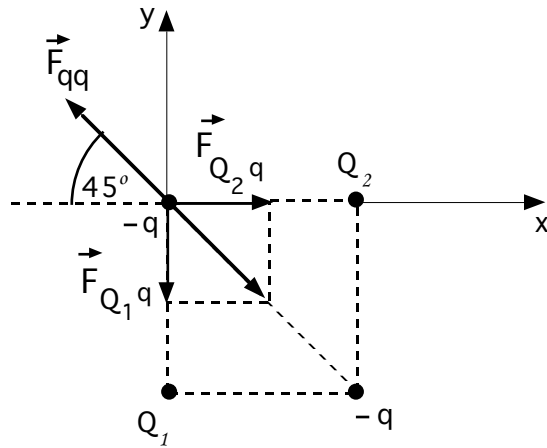
Se repite en este caso para  $q$  el procedimiento empleado en la solución a).

Dibujamos las fuerzas sobre  $q$ , e introducimos un sistema de coordenadas.

Puesto que

$$\vec{F}_{Rq} = 0 \Rightarrow \begin{cases} (\vec{F}_{Rq})_x = 0 \\ (\vec{F}_{Rq})_y = 0 \end{cases}$$

Tenemos que



$$(\vec{F}_{Rq})_x = -F_{qq} \cos 45^\circ + F_{Q2q} = 0 \quad (6-P2)$$

reemplazando

$$F_{qq} = \frac{k q^2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{k q^2}{2a^2} \quad F_{Q2q} = \frac{k |Q_2| |q|}{a^2} \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

en (6-P2) tenemos

$$|q| = \frac{4}{\sqrt{2}} |Q|$$

Considerando, del análisis físico, que las cargas deben ser de distinto signo para que las fuerzas se anulen tenemos

$$q = -\frac{4}{\sqrt{2}}Q \quad (7-P2)$$

Compruebe si la solución (7-P2) satisface también la ecuación (3-P2).

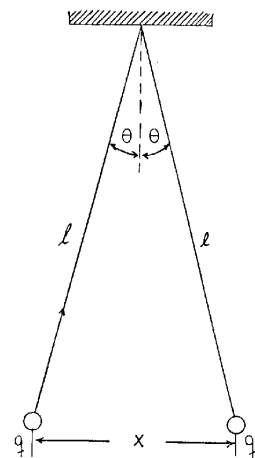
Comparando (7-P2) con (5-P2) vemos que no existe una única carga  $q$  para la cual la fuerza sobre todas las cargas sea cero.

### Problema 3. H-26-3(V), 9(N)

Dos bolas similares de masa  $m$  se cuelgan de hilos de seda de longitud  $l$  y llevan cargas similares  $q$  como se muestra en la figura. Suponga que  $\theta$  es tan pequeña que  $\tan\theta$  puede reemplazarse por  $\sin\theta$  por ser aproximadamente igual. Haciendo esta aproximación, demostrar que:

$$x = \left( \frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

siendo  $x$  la separación entre las bolas si  $l = 120\text{cm}$ ,  $m = 10\text{g}$  y  $x = 5.0\text{cm}$ . ¿Cuánto vale  $q$ ?



#### Datos

$$m_1 = m_2$$

$$q_1 = q_2$$

$$l_1 = l_2$$

$$\tan\theta \approx \sin\theta$$

$$l = 120\text{cm} = 1.20\text{m}$$

$$m = 10\text{g} = 10 \times 10^{-3}\text{Kg} = 0.010\text{Kg}$$

$$x = 5.0\text{cm} = 0.05\text{m}$$

#### Plan de solución

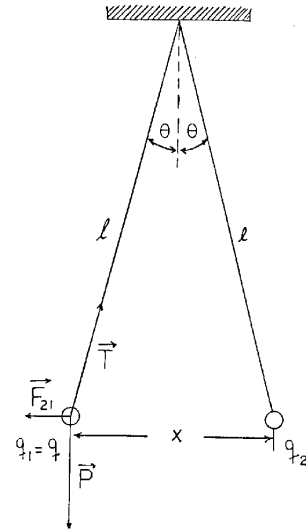
Análisis físico de la situación.

- Situación es simétrica. Por lo tanto es suficiente analizar la situación de una sola carga.
- Situación de equilibrio.

$$\vec{F}_{T1} = 0, \quad \vec{F}_{T2} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right. \quad (1-P3)$$

- Dibujamos las fuerzas que actúan sobre una de las cargas.

$$\vec{T}, \vec{P}, \vec{F}_e \quad \left\{ \begin{array}{l} P = mg \\ F_e = \frac{kq_1q_2}{x^2} \end{array} \right.$$



- Dibujamos un sistema de coordenadas.
- Aplicamos la ecuación (1-P3) en ese sistema de coordenadas.
- Despejamos  $x$ .

### Solución

Analizamos la carga 2

$$\sum F_x = 0 \quad F_{12} - T \sin \theta = 0 \quad \frac{kq^2}{x^2} - T \sin \theta = 0 \quad (2-P3)$$

$$\sum F_y = 0 \quad T \cos \theta - mg = 0 \quad T = \frac{mg}{\cos \theta} \quad (3-P3)$$

reemplazando (2-P3) en (3-P3) tenemos:

$$\frac{kq^2}{x^2} = mg \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = mg \tan \theta = mg \sin \theta$$

$$\frac{kq^2}{x^2} = mg \sin \theta \quad (4-P3)$$

Considerando que

$$\sin \theta = \frac{x}{2l} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$



y despejando  $x$  de (4- P3) tenemos

$$x = \left( \frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3}$$

#### Problema 4. H-27-8

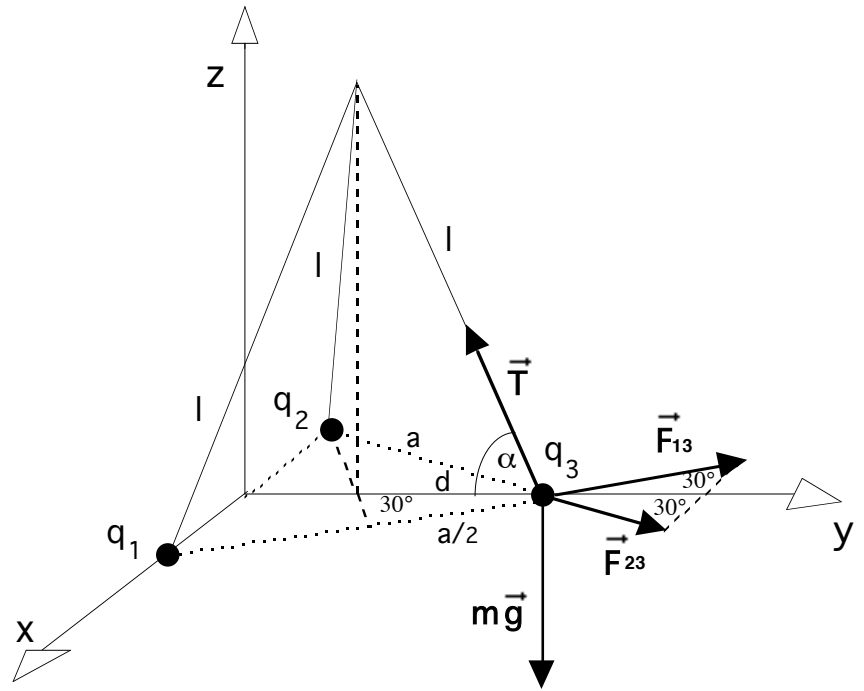
Tres pequeñas esferas de  $10g$  se suspenden de un punto común, mediante hilos de seda de  $1.0m$  de longitud. Las cargas de cada esfera son iguales y forman un triángulo equilátero cuyos lados miden  $0.1m$ . ¿Cuál es la carga de cada esfera?

##### Datos

$$m = 10g = 0.01Kg$$

$$a = 0.1m$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = q = ?$$



##### Solución

Por ser una situación de equilibrio tenemos que

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{por lo tanto}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T \cos \alpha = F_{13} \cos 30^\circ + F_{23} \cos 30^\circ = 2 \frac{kq^2}{a^2} \cos 30^\circ \quad (1-P4)$$

$$\sum F_z = 0 \quad \Rightarrow \quad T \sin \alpha = mg \quad (2-P4)$$

De la fig. se tienen las relaciones

$$\cos \alpha = \frac{d}{l} \quad \text{y} \quad d \cos 30^\circ = \frac{a}{2}$$

eliminando entre ellas  $d$  se obtiene

$$\cos \alpha = \frac{a}{2 l \cos 30^\circ} = \frac{0.1m}{2 (1.0m) \cos 30^\circ} \Rightarrow \alpha = 87^\circ$$

Eliminando T de las ecuaciones (1- P4) y (2- P4) tenemos que

$$q = \left( \frac{mg \operatorname{ctg} \alpha a^2}{2k \cos 30^\circ} \right)^{1/2}$$

reemplazando los valores numéricos se obtiene

$$q = \left( \frac{(0.01 \text{ kg})(9.8 \frac{m}{\text{seg}^2})(\operatorname{ctg} 87^\circ)(0.1 \text{ m})^2}{2(9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}) \cos 30^\circ} \right)^{1/2} = 6.0 \times 10^{-8} C$$

### Bibliografía recomendada

Halliday D. y Resnick R. -	Física	Parte II
Tipler P. A.	Física	Tomo II
Serway R. A. y Beichner R. J.	Física	Tomo II
Wilson J. D.	Física	
Hewitt P. G.	Conceptos de Física	
Máximo A. y Alvarenga B.	Física General.	
Tippens P. E.	Física. Conceptos y Aplicaciones	