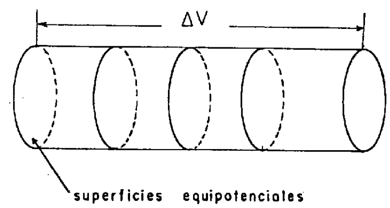
ELECTRICIDAD
MODULO 6

Corriente Eléctrica Continua

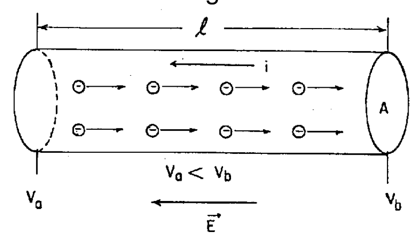
Si los extremos de un conductor se conectan a una diferencia de potencial, como se muestra en la fig., se producen superficies equipotenciales en los planos transversales del conductor.

Fig. 1



Se establece por lo tanto un campo eléctrico en todos los puntos del conductor que hace que los electrones libres se desplacen en sentido contrario a $\vec{E}$.

Fig. 2



La existencia de un campo eléctrico dentro de un conductor, no contradice la afirmación que habíamos hecho con anterioridad de que el campo eléctrico es cero en un conductor cargado, aislado en equilibrio electrostático, pues ahora estamos tratando con cargas eléctricas en movimiento y por lo tanto la restricción de campo nulo dentro del conductor ya no se cumple.

Decimos en este caso que se ha establecido una corriente eléctrica i, la cual se define como la cantidad de carga q que pasa por una sección transversal cualquiera del conductor en el tiempo t. Si esa transferencia de carga no varía a través del tiempo, la corriente es constante y se expresa por

$$i = \frac{q}{t} \qquad (59\ \text{T})$$

Si la velocidad de flujo de carga no es constante al transcurrir el tiempo, la corriente varía con el tiempo y está dada por el límite diferencial de la ecuación (59 T)

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (60\ \text{T})$$

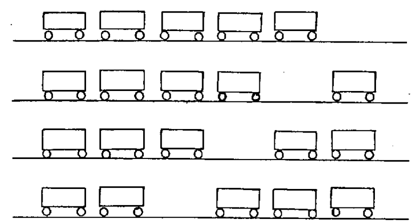
En general consideraremos solamente corrientes constantes.

La unidad de corriente es el ampére

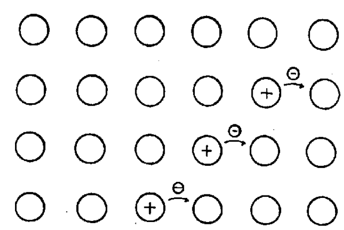
$$amp = \frac{coul}{seg}$$

Se asignó como sentido de la corriente al sentido del movimiento de las cargas positivas. Posteriormente Hall en1879 * encontró que los portadores de carga en un conductor son negativos. Se mantuvo el sentido previamente establecido para la corriente, pues el movimiento de una carga positiva en un sentido es equivalente al movimiento de una carga negativa en sentido contrario.

Para aclarar esto, observemos los carritos que aparecen en la fig. tenemos que si los carritos se desplazan hacia la derecha el espacio vacío que dejan se desplaza hacia la izquierda.



Analicemos ahora que sucede si en un material se desplazan electrones de un átomo a otro, podemos observar en la fig. que el desplazamiento de electrones hacia la derecha produce en el átomo que abandona un ión positivo que se va desplazando hacia la izquierda



Podemos entonces decir que el movimiento de electrones hacia la derecha es similar la movimiento de cargas positivas hacia la izquierda.

Densidad de Corriente j

La corriente es una cantidad macroscópica por lo tanto es propia de un conductor dado. En cambio existe una magnitud microscópica que está relacionada con la corriente, que se denomina densidad de corriente y se define como

$$j = \frac{i}{A} \qquad (61\ T)$$

La densidad de corriente es un vector que tiene el mismo sentido de la corriente.

Si la corriente no se distribuye uniformemente en la superficie transversal, se tiene la siguiente expresión

$$j = \frac{di}{dA} \Rightarrow i = \int j \cdot dA = \int \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

Velocidad de arrastre de los electrones

El campo eléctrico que actúa sobre los electrones en un conductor no produce una aceleración neta debido a los choques entre los mismos electrones y con los iones que forman el conductor. Por lo tanto los electrones adquieren una velocidad media constante que se denomina velocidad de arrastre v_d.

Podemos decir a partir de la Fig. 2 que los electrones que se encuentran en el área transversal del lado izquierdo se demoran un tiempo t en alcanzar el área transversal del lado derecho, recorriendo por lo tanto una distancia l y tienen entonces una velocidad

$v_d = \frac{l}{t}$ considerando que $i = \frac{q}{t}$ tenemos que $v_d = \frac{l \cdot i}{q}$ (62 T)

q es la cantidad de carga que atraviesa en el tiempo t el área transversal del lado derecho del conductor en la fig. 2 , por lo tanto es la cantidad de carga contenida en el conductor de longitud l.

Si n es el número de electrones por unidad de volumen, $V = Al$ el volumen del conductor y e la carga de un electrón tenemos entonces que la carga q esta dada por

$$q = neAl \tag{63 T}$$

reemplazando esta expresión en (62 T) tenemos

$$v_d = \frac{i}{neA} \tag{64 T}$$

considerando que $j = \frac{i}{A}$ tenemos

$$v_d = \frac{j}{ne} \qquad (65\ T)$$

Calculemos que valor tiene v_d para un alambre de cobre. Utilizaremos en el cálculo la expresión (64 T).

Necesitamos entonces conocer n que es el número de electrones libres por unidad de volumen, para lo cual partimos del hecho que hay un electrón libre por cada átomo de cobre. Por lo cual es suficiente encontrar el número de átomos de cobre que hay por unidad de volumen.

Tenemos que el peso atómico de un elemento es adimensional y es el valor que aparece en la tabla periódica de elementos. Si expresamos dicho valor en gramos tenemos la masa.de un mol M_m de ese elemento

Por lo tanto la masa total M_T es igual a

$$M_T = N^o \ de\ moles \times M_m$$

Puesto que el número de átomos en un mol es el Número de Avogadro, tenemos entonces que el número de átomos en una masa M_T está dada por

$$N^o\, átomos = \frac{M_T \times N^o\, Avogadro}{M_m} \qquad (66\ T)$$

Considerando que la densidad de un material está dada por $d = \dfrac{M_T}{V}$

tenemos entonces que el número N de átomos por unidad de volumen está dado por

$$N = \frac{N^o\, átomos}{V} = \frac{M_T \times N^o\, Avogadro}{V \times M_m} = \frac{d \times N^o\, Avogadro}{M_m} \qquad (67\ T)$$

y el número n de electrones libres por unidad de volumen está dado por

$$n = \frac{d \times N^o\, Avogadro \times N^o\, electrones\ libres\ por\ átomo}{M_m}$$

Considerando que

$M_{mol}^{Cu} = 64 gr / mol$

$N^{o}\, de\ Avogadro = 6.023 \times 10^{23}\, átomos / mol$

$d_{Cu} = 9.0\ gr / cm^{3}$

y que el cobre tiene un electrón libre por átomo tenemos

$$n = \frac{9.0\ gr / cm^{3} \times 6.023 \times 10^{23}\, átomos / mol \times 1 electrón / átomo}{64 gr / mol}$$

$$n = 8.46 \times 10^{22} electrones\ / cm^{3}$$

Tenemos que la carga de un electrón es

$$e = 1.6 \times 10^{-19} coul$$

Si consideramos un alambre con un área transversal de $A = 0.040\ cm^{2}$ por el cual circula una corriente de $i = 20\ amp$

Tenemos de la expresión (63 T)

$$\mathrm{v}_{d} = \frac{i}{neA} = \frac{20 amp}{(8.4 \times 10^{22} electrones\ / cm^{3})(1.6 \times 10^{-19} coul / electrón)(0.040 cm^{2})}$$

$$V_{d} = 3.7 \times 10^{-2}\, cm / seg$$

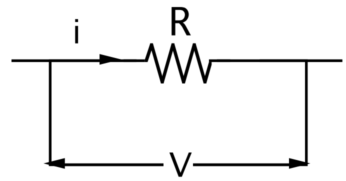
Por lo tanto un electrón se demora 27 seg en recorrer un centímetro.

La velocidad de arrastre de un electrón no debe confundirse con la velocidad con la cual avanzan cambios en la configuración del campo eléctrico por los alambres, velocidad que es cercana a la de la luz.

Resistencia R

Se designa la resistencia con la letra R y el símbolo 

Se define como resistencia a la relación que existe entre la diferencia de potencial aplicada a los extremos de un conductor y la corriente que circula por él debido a esa diferencia de potencial.



$$R = \frac{V}{i} \qquad (68\ T)$$

La unidad de resistencia es el $ohm\ (\Omega)$

$$1\ \Omega = \frac{1\ Volt}{1\ ampére}$$

Resistividad

La resistividad se designa por la letra ρ. y se define como $\rho = \frac{E}{j}$

Es una característica de cada material.

Desarrollaremos la expresión de la resistividad para encontrar la relación que existe entre ella y la resistencia.

Tenemos que $V = E \cdot l$ por lo tanto $E = \frac{V}{l}$ donde l es la longitud del conductor.

La densidad de corriente es $j = \frac{i}{A}$ donde A es el área transversal del conductor.

Reemplazando E y j en la definición de resistividad tenemos

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{V \cdot A}{l \cdot i}$$

Considerando que $R = \frac{V}{i}$ tenemos entonces $\rho = \frac{A \cdot R}{l}$

De esta expresión podemos ver que la unidad de la resistividad es $ohm \cdot m$

Entonces podemos expresar la resistencia R a través de la resistividad $\boldsymbol{\rho}$ como

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \tag{69 T}$$

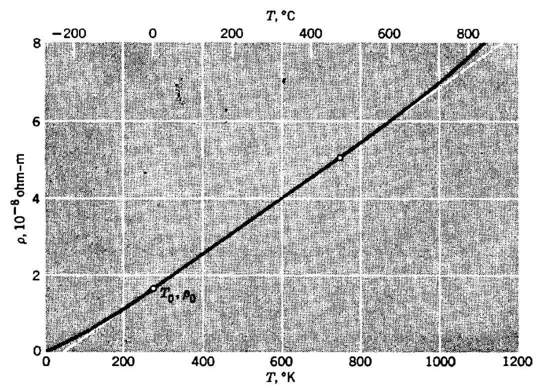
De donde vemos que para un mismo conductor la resistencia es directamente proporcional a la longitud e inversamente proporcional al área.

Variación de la resistividad con la temperatura

La resistividad del cobre varía de acuerdo al gráfico que aparece en la fig.
La línea de punto es una aproximación a la curva real.

La ecuación de dicha recta es

$\rho = k \cdot T \qquad k = \dfrac{\rho - \rho_0}{T - T_0}$



Por lo tanto

$$\rho = \frac{\rho - \rho_0}{T - T_0} T \tag{70 T}$$

Apliquemos esta ecuación al punto ρ_0 que es un punto de referencia.

$$\rho_0 = \frac{\rho - \rho_0}{T - T_0} T_0 \tag{71 T}$$

Restando (71 T) de (70 T) tenemos

$$\rho - \rho_0 = \frac{\rho - \rho_0}{T - T_0}(T - T_0)$$

que podemos escribir como

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{T - T_0}(T - T_0) \right] \tag{72 T}$$

Se define como coeficiente térmico de resistividad promedio $\overline{\alpha}$

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{\rho_0}\frac{\rho - \rho_0}{T - T_0} \qquad (73\ \text{T})$$

Entonces (72 T) se puede escribir como

$$\rho = \rho_0\left[1 + \overline{\alpha}\left(T - T_0\right)\right] \qquad (74\ \text{T})$$

Tenemos que en el límite la expresión (73 T) se puede escribir como

$\alpha = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\rho}{dT}$ $\qquad$ α coeficiente térmico de resistividad

Ley de Ohm

Por definición de resistencia tenemos $R = \frac{V}{i}$.

Aquellos materiales en los cuales la resistencia no depende del voltaje aplicado en sus extremos se dice que satisfacen la Ley de Ohm

$$R = \frac{V}{i} = cte \qquad \text{Ley de Ohm} \qquad (75\ \text{T})$$

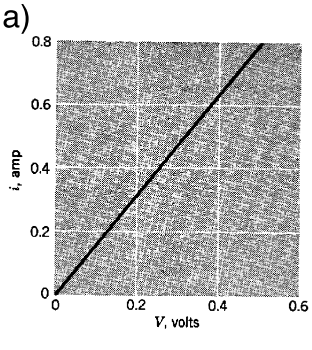
Si graficamos i vs V para materiales que cumplen la ley de Ohm tenemos

$i = \frac{1}{R}V$ $\qquad$ que es la ecuación de una recta con una pendiente $\frac{1}{R}$

Por lo tanto los materiales que cumplen con la Ley de Ohm estarán representados por una recta en el gráfico i vs V

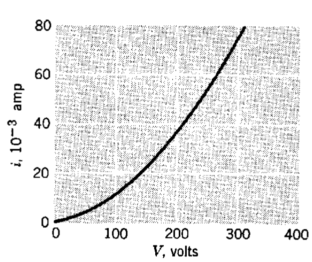
Veamos algunos gráficos

a)



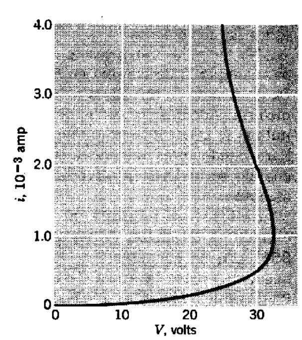
Conductor de cobre

b)



Tubo al vacío

c)



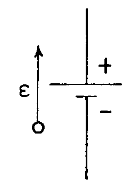
Termistor

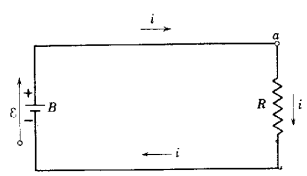
El gráfico a) nos indica que un conductor de cobre cumple la ley de Ohm en cambio los gráficos b) y c) nos muestran que un tubo al vacío y un termistor no cumplen la ley de Ohm.

Fuente de fuerza electromotriz

Es un dispositivo capaz de mantener una diferencia de potencial entre los extremos de un conductor, se denomina usualmente fem y se designa por la letra ε.

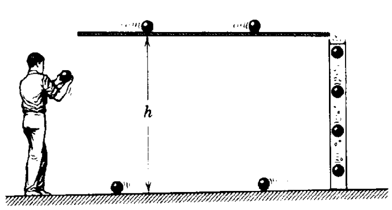
La fem se representa por el esquema mostrado en la fig.
La línea más larga representa un punto de mayor potencial y la línea más corta un punto de menor potencial eléctrico, la flecha junto a ella tiene un circulo en su extremo para diferenciarla de la flecha que designa el sentido de la corriente.





Los circuitos eléctricos están compuestos por: fuentes de fuerza electromotriz y componentes eléctricas, como por ejemplo resistencias. La diferencia de potencial que aporta una fem en un circuito hace que se produzca corriente.
La corriente en un circuito va desde los puntos de mayor a menor potencial, ya que el sentido asignado a la corriente corresponde al movimiento de las cargas eléctricas positivas.

¿Pero que sucede cuando las cargas eléctricas después de circular llegan a un punto de menor potencial? Para entender que sucede, analicemos un situación similar planteada en el campo gravitacional.



Tenemos que una persona coloca en la rampa superior unas esferas. Estas se deslizan por la rampa debido a que está levemente inclinada, caen por un tubo que contiene aceite, de tal manera que al deslizar no aceleran debido al roce con el aceite, convirtiendo su energía potencial en calor.

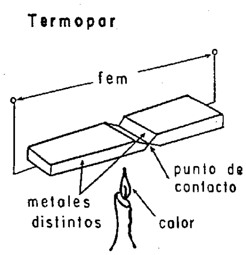
Después de atravesar el tubo caen a una rampa inferior que está también levemente inclinada y llegan hasta los pies de la persona. Las esferas por si solas no pueden ascender, la persona debe tomarlas y colocarlas en la parte superior para empezar nuevamente el ciclo.

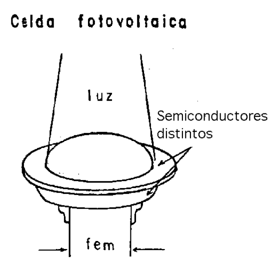
En este caso la persona gasta su energía interna para llevar las esferas hasta la rampa superior. Sin este gasto de energía no es posible que el proceso se mantenga.

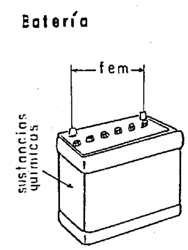
Regresemos nuevamente al circuito eléctrico y a la pregunta que teníamos planteada. ¿Qué sucede cuando las cargas eléctricas después de circular llegan a un punto de menor potencial? Necesitan un agente externo que las lleve desde los puntos de menor a mayor potencial, pues ellas no pueden fluir por si solas entre esos potenciales. Es esa entonces la función que cumple la fem en un circuito, realiza un trabajo para llevar las cargas eléctricas positivas desde un punto de menor a mayor potencial gastando en ello su energía interna. ¿Pero de donde saca la fem esa energía interna?

Para dar respuesta a esta pregunta analizaremos como funcionan algunas fuentes de fuerza electromotriz.

Son fuentes de fuerza electromotriz

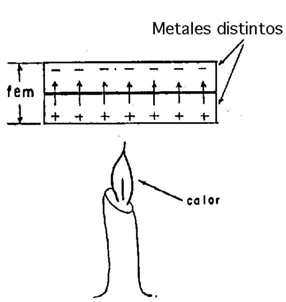






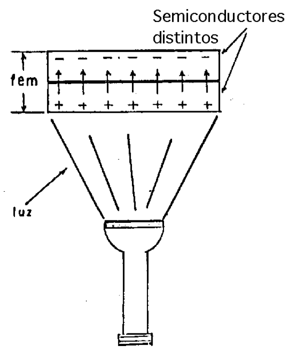
Todas ellas suministran un voltaje y producen por lo tanto en un circuito una corriente eléctrica; pero cada una de ellas lo hace convirtiendo diferentes clases de energía.

Celda termoeléctrica o Termopar



Consiste en la unión de dos metales diferentes; cuando se calienta dicha unión los electrones libres cruzan de un material al otro produciéndose en uno de ellos un deficit de electrones y en el otro un exceso lo que produce una fem. Sin embargo cuando cesa el calor se revierte el proceso y la fem se reduce a cero.

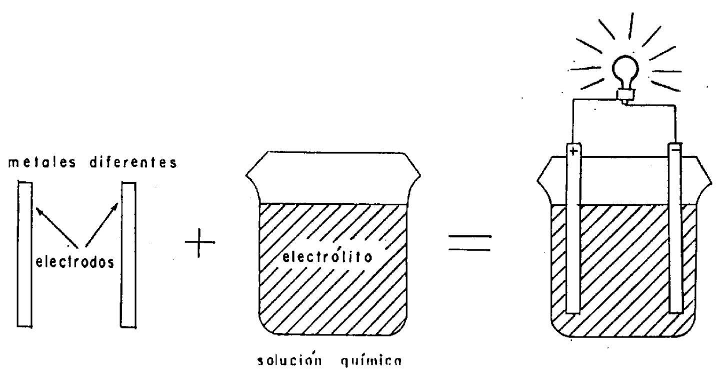
Celta fotovoltaica



Consiste en dos materiales semiconductores que están en contacto. Sobre uno de ellos se hace incidir luz que cumple una función similar a la del calor en el caso del termopar, produciéndose por lo tanto una fem.

Batería Primaria

Una batería está compuesta por dos metales diferentes llamados electrodos y una sustancia química llamada electrólito. Por medio de la reacción química de los metales con electrólito se produce una diferencia de voltaje entre los electrodos.



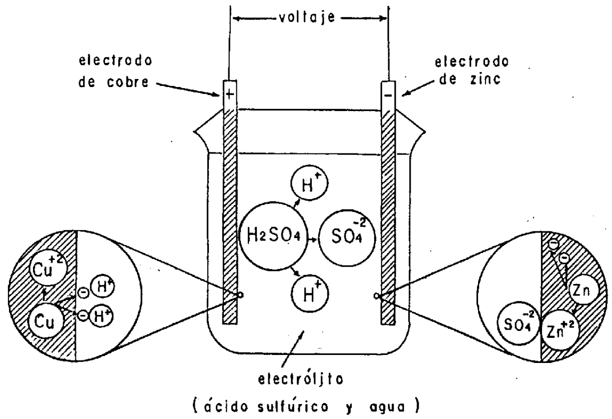
Analicemos la reacción química que sucede y de como se produce esa diferencia de voltaje en una batería compuesta por electrodos de Zinc y Cobre, y un electrólito que es ácido sulfúrico.

Cada molécula de ácido sulfúrico se disocia en dos iones de hidrógeno y un ión sulfato. El Zinc cede dos electrones para combinarse con el ión sulfato formando sulfato de Zinc que es soluble. Por otro lado el cobre cede dos electrones a los dos iones de hidrógeno y se convierte en ión positivo de cobre.

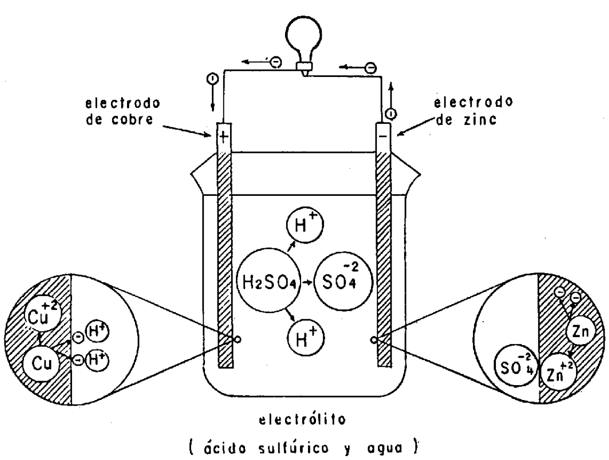
Los electrones desprendidos al formarse sulfato de Zinc hacen que el electrodo de Zinc quede cargado negativamente, y el ión positivo de cobre hace que el electrodo de cobre quede cargado positivamente, produciéndose entre ambos electrodos una diferencia de voltaje.

La reacción química que sucede está representada esquemáticamente en la siguiente fig.

H_2SO_4 Acido sulfúrico
SO_4^{-2} Ión sulfato negativo
H^+ Ión positivo de Hidrógeno
Zn Zinc
Zn^{+2} Ión positivo de Zinc
Cu Cobre
Cu^{+2} Ión positivo de Cobre



Esta reacción química se detiene cuando el electrodo de Zn alcanza una cantidad de carga negativa que impide que los iones sulfato negativo se acerquen para combinarse con el ión positivo de Zinc. Por lo tanto la reacción química se detiene cuando existe una determinada diferencia de potencial entre los electrodos, que es característica de los materiales que constituyen una batería, en el caso que estamos analizando es aproximadamente 1.08 volts.
Analicemos ahora cual es la reacción química cuando se unen ambos electrodos por medio de un bombillo y fluye corriente a través del circuito.

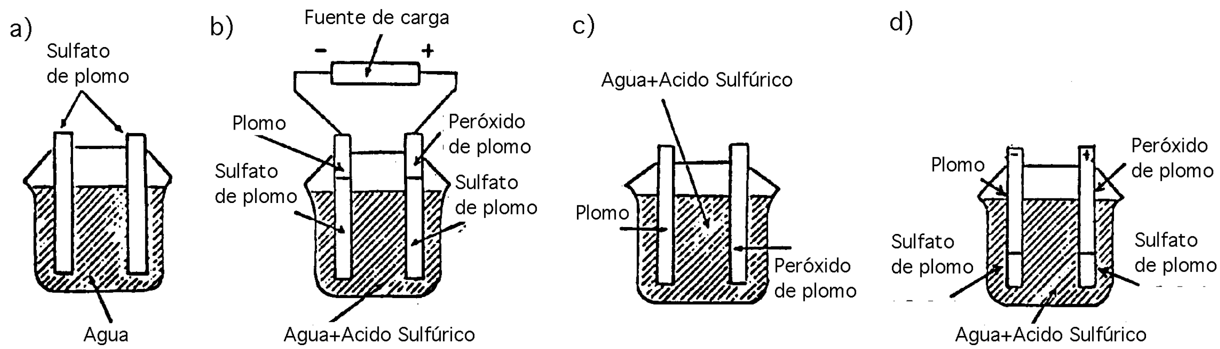


En este caso fluye carga negativa desde el electrodo de Zinc al electrodo de Cobre, disminuyendo la carga del electrodo negativo; lo que hace que la reacción química se reanude y continue, hasta que el electrodo de Zinc se transforme completamente en sulfato de Zinc.

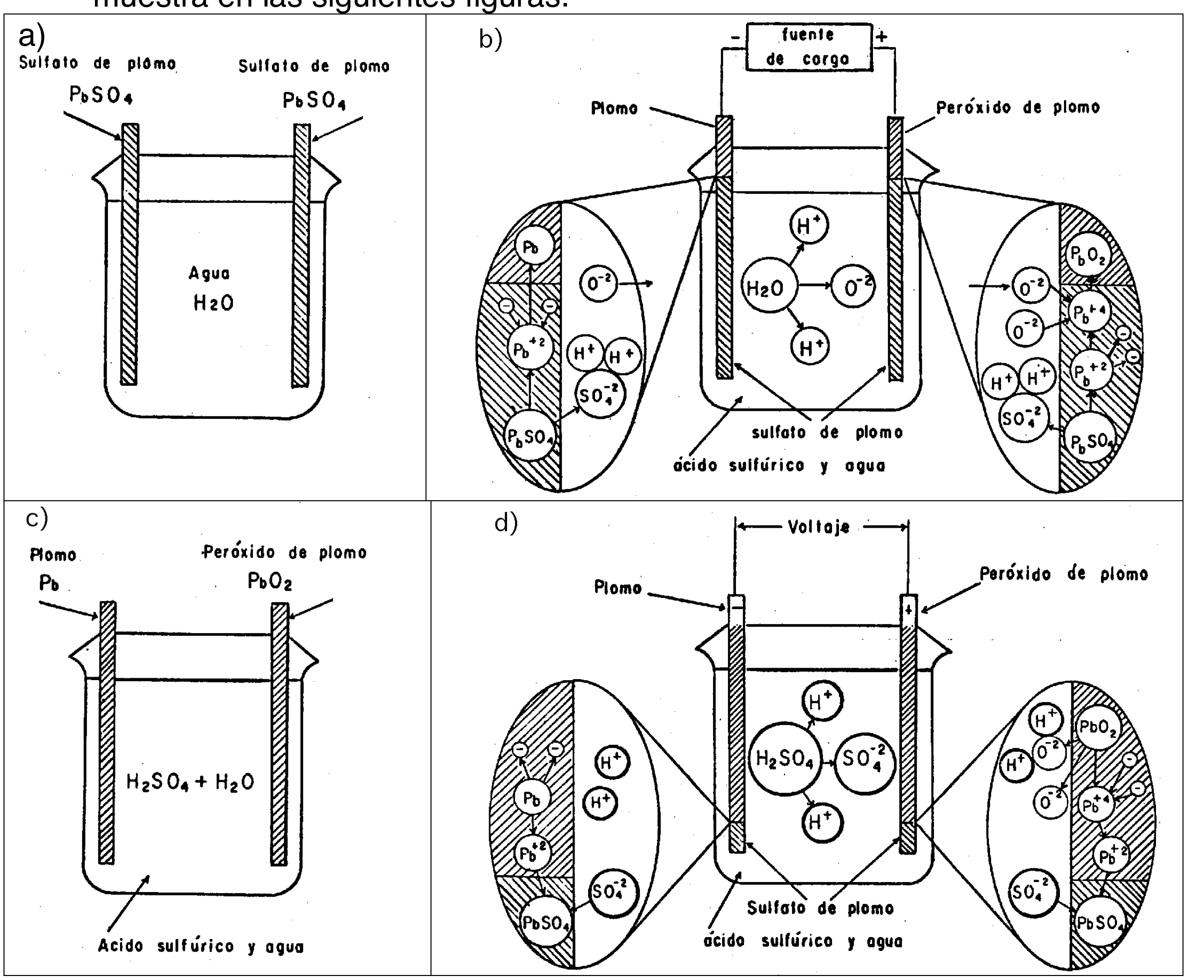
En ese caso la batería ya no es capaz de mantener el voltaje para el cual fue diseñada y decimos entonces que la batería se ha descargado.
Tenemos entonces que en este caso la energía que se utiliza para producir la corriente es energía química.

Batería Secundaria (Acumulador)

El acumulador se diferencia de una batería primaria en que es recargable. Un acumulador esta compuesto por dos láminas de un mismo material y agua. El proceso que se da es el siguiente



El detalle del proceso químico que se desarrolla en un acumulador se muestra en las siguientes figuras.



Otra fuente poco corriente de fem es la anguila eléctrica (*Electrophorus electricus)* , que vive en los ríos Amazonas y Orinoco. Cuando ataca, la anguila puede desarrollar hasta 600 V entre su cabeza (positiva) y su cola (negativa).

Resumiendo, tenemos que las fuentes de fuerza electromotriz (fem) utilizan distintas formas de energía para producir una diferencia de potencial como hemos visto en los casos que hemos analizado.

Hasta aquí nos hemos referido a una batería como fuente de fem. Si bien sirve para esta función, una batería real no es una fuente ideal. Una fuente ideal podría mantener la misma diferencia de potencial entre sus terminales sin importar la cantidad de corriente que circule. Ninguna fuente real de voltaje cumple con esas condiciones.

Las baterías como cualquier otra fuente de fuerza electromotriz poseen una resistencia interna.

Podemos dibujar una batería como se muestra en la fig. 1 donde a y b son sus terminales y r_i su resistencia interna. Al conectar esta batería en un circuito tenemos el diagrama mostrado en la fig. 2

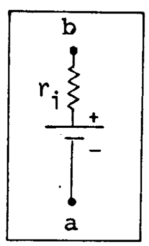


Fig. 1

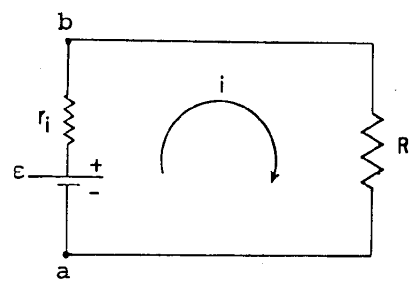


Fig. 2

Comparemos la diferencia de potencial entre los bornes de la batería y el voltaje que proporciona la fem ε.

A partir de la definición de resistencia $R = \dfrac{V}{i}$ tenemos que el voltaje en los extremos de una resistencia está dado por $V = iR$

Por lo tanto $V_a + \varepsilon - ir_i = V_b$ donde ir_i es la diferencia de potencial en los extremos de la resistencia interna de la batería. Escribimos esa diferencia de potencial con signo negativo puesto que entre los extremos superior e inferior de la resistencia hay una disminución de potencial.

Despejando tenemos que $\varepsilon - ir_i = V_b - V_a$,

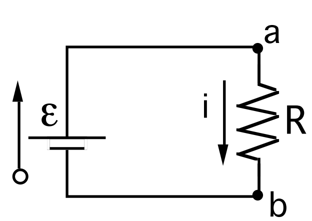
si designamos $V_b - V_a = V_{ab}$ tenemos entonces que $V_{ab} = \varepsilon - i \cdot r_i$

de donde podemos ver que $$V_{ab} \neq \varepsilon(fem)$$ $$V_{ab} < \varepsilon(fem)$$

Solamente en el caso de una batería ideal donde $r_i = 0 \quad V_{ab} = \varepsilon$

Transferencia de energía en un circuito eléctrico

Cuando una partícula cargada se mueve en un espacio libre entre dos puntos de distinto potencial, por la acción de un campo eléctrico, disminuye la energía potencial del sistema y aumenta la energía cinética de la partícula.
En cambio cuando aplicamos una diferencia de potencial a los extremos de un conductor, los electrones libres se desplazan chocando en su movimiento con los iones que forman la red del metal, por lo tanto no se observa un incremento de la energía cinética de los electrones, sino que la disminución de energía potencial del sistema se convierte en energía calórica. Por esa razón una resistencia por la que circula corriente se calienta. Esto se conoce como **Efecto Joule**.



De la definición de diferencia de potencial tenemos:

$$dU_{ab} = dqV_{ab}$$

$$P = \frac{dU_{ab}}{dt} = \frac{dq}{dt}V_{ab} = iV_{ab} \qquad (76\ T)$$

a) Tenemos a partir de (76 T) que la potencia calórica P_C disipada en una resistencia está dada por

$$P_C = iV_{ab} \qquad (77\ T)$$

Donde i es la corriente que circula por una resistencia y V_{ab} la diferencia de potencial entre sus extremos.

Considerando que $R = \frac{V}{i}$ podemos obtener para la potencia calórica las siguientes expresiones:

$$P_C = \frac{V^2}{R} \qquad (78\ T) \qquad P_C = i^2 R \qquad (79\ T)$$

b) Tenemos a partir de (76 T) que la potencia química P_Q gastada en una batería conectada en un circuito eléctrico, esta dada por

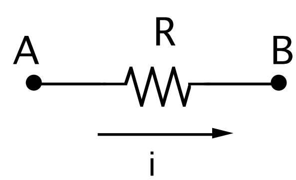
$$P_Q = i\varepsilon \qquad (80\ T)$$

$V_{ab} = \varepsilon$ si se considera la resistencia interna de la batería despreciable.

En un circuito el cual tenga más de una batería, si la corriente circula en el mismo sentido de la fem, se esta gastando energía química en impulsar la corriente en ese circuito. Si la corriente circula en sentido contrario a la fem eso significa que, si la batería es recargable, se está cargando.

Circuitos eléctricos

Si una corriente circula desde el punto A hacia el punto B, entonces $V_A > V_B$, ya que el sentido de la corriente es el del movimiento de las cargas eléctricas positivas y estas se mueven desde los puntos de mayor a menor potencial.

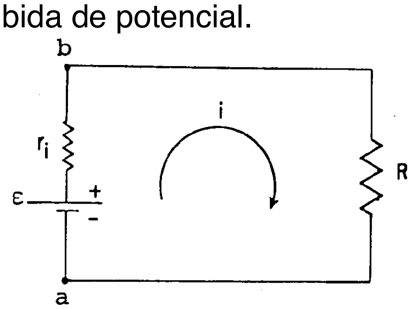


Por definición de resistencia tenemos:

$$R = \frac{V}{i} \Rightarrow V = R \cdot i$$

$A \rightarrow B$ caída de potencial $\quad V = -i \cdot R$
$B \rightarrow A$ subida de potencial. $\quad V = i \cdot R$

Si recorremos una resistencia en el mismo sentido de la corriente hay una caída de potencial .
Si recorremos una resistencia en sentido contrario al de la corriente hay una subida de potencial.



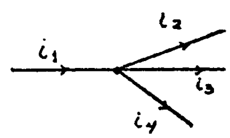
Observemos el circuito que aparece en la fig. Las líneas que unen los diferentes elementos del circuito (resistencias, fem), son cables de conexión los cuales también tienen cierta resistencia.

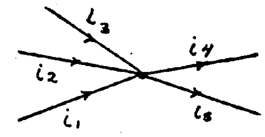
Ya que estas resistencias son generalmente pequeñas comparadas con las resistencias del circuito las consideraremos despreciables.

Puesto que $V = i \cdot R$ tenemos entonces que la diferencia de potencial entre los extremos de dichos cables es también despreciable.

Nodo

Son puntos del circuito en los cuales las corrientes se dividen o se juntan.

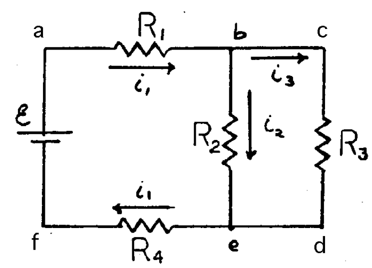




Malla

Las mallas son partes del circuito, las cuales podemos recorrer partiendo de un punto y regresando al mismo sin pasar dos veces por ninguna parte del circuito.

Analicemos el circuito que aparece en la fig.
En este circuito son nodos b y e.
No son nodos a, c d y f.
Son mallas: abcdefa, abefa
No es malla: abedcba



Leyes de Kirchoff

Primera Ley

En cualquier nodo la suma algebraica de las corrientes debe ser cero.
nodo b) $i_1 - i_3 - i_2 = 0$ (+ las que llegan, - las que salen).
$-i_1 + i_3 + i_2 = 0$ (- las que llegan, + las que salen).

Segunda Ley

En cualquier malla la suma algebraica de las variaciones de potencial es nula.

malla abcdefa $\quad -i_1R_1 - i_3R_3 - i_1R_4 + \varepsilon = 0$
malla abefa $\quad -i_1R_1 - i_2R_2 - i_1R_4 + \varepsilon = 0$
malla bcdeb $\quad -i_3R_3 + i_2R_2 = 0$

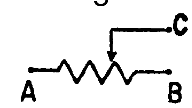
Las leyes de Kirchoff son útiles para encontrar las corrientes en circuitos eléctricos.

Reóstato

Es una resistencia que tiene dos conexiones fijas y un cursor que da la posibilidad de una conexión variable.

Se representa en un circuito por el diagrama que se muestra en la fig.

Donde A y B corresponden a los extremos fijos y C corresponde al cursor móvil.



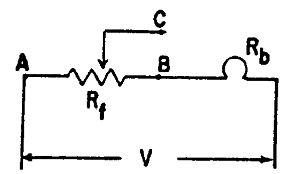
Un reóstato puede conectarse en un circuito cumpliendo diferentes funciones.

a) Como **resistencia fija**

R_f resistencia fija del reóstato

R_b resistencia de un bombillo

La corriente es independiente de la posición que tenga el cursor C



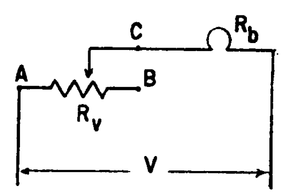
$$i = \frac{V}{R_f + R_b}$$

El bombillo tiene en este caso una luminosidad fija menor que la normal.

b) Como **resistencia variable**

R_V resistencia variable del reóstato, depende de la posición del cursor C

$$i = \frac{V}{R_V + R_b}$$



por lo cual el bombillo varía su luminosidad en función de la posición del cursor.

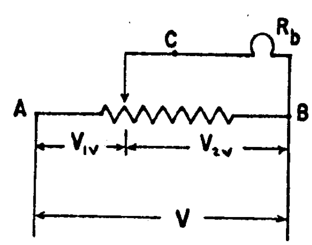
Cuando el cursor C se ubica en el extremo A el bombillo brilla normal y cuando se ubica en le extremo B el brillo del bombillo es el mínimo que puede tener en este circuito, puesto que la resistencia del reóstato está en el máximo.

c) Como **potenciómetro o divisor de tensión**

En este caso el cursor C funciona como un divisor de tensión entre los extremos A y B

V_{1V} Voltaje entre A y C

V_{2V} Voltaje entre C y B



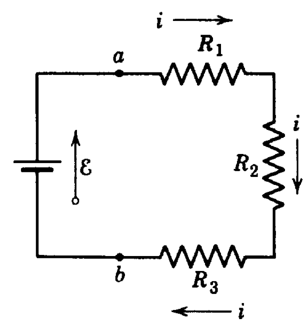
$$V = V_{1V} + V_{2V} \quad i = \frac{V_{2V}}{R_b}$$

Cuando el cursor C se ubica en el extremo A el bombillo brilla al máximo, cuando se ubica en el extremos B el bombillo se apaga, porque la diferencia de potencial entre C y B es nula en esta posición del cursor.

Resistencias equivalentes

a) Resistencias en Serie

Por resistencias conectadas en serie circula la misma corriente.



$$i = i_1 = i_2 = i_3$$

$$\varepsilon = V_1 + V_2 + V_3$$

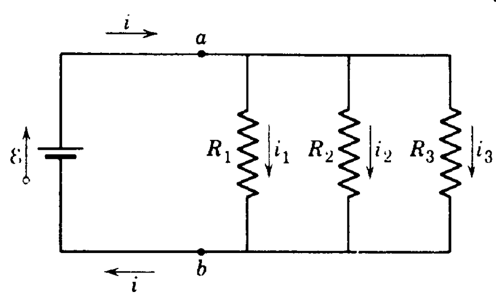
$$R_e = \frac{V_T}{i} = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{i} = \frac{V_1}{i_1} + \frac{V_2}{i_2} + \frac{V_3}{i_3}$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

b) Resistencias en paralelo

Las resistencias conectadas en paralelo tienen la misma diferencia de potencial $\varepsilon = V_1 = V_2 = V_3$ y la corriente $i = i_1 + i_2 + i_3$

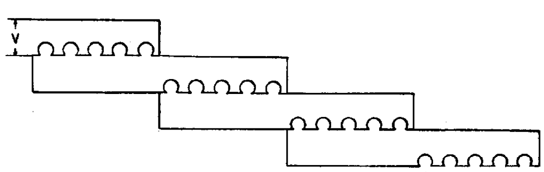
$$R_e = \frac{V}{i_T} = \frac{V}{i_1 + i_2 + i_3}$$

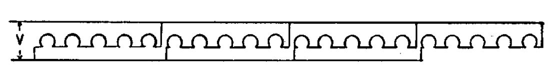


$$\frac{1}{R_e} = \frac{i_1 + i_2 + i_3}{V} = \frac{i_1}{V_1} + \frac{i_2}{V_2} + \frac{i_3}{V_3}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Una muestra de conexiones serie paralelo son las luces de Navidad. En ellas cada color constituye una conexión en serie y los colores entre sí, se conectan en paralelo.





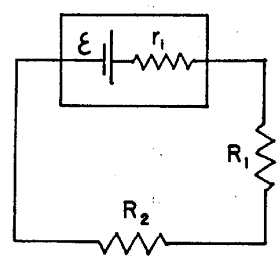
Aparatos de medida

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Voltímetro} & \text{mide Voltaje}\\ \text{Amperímetro} & \text{mide Corriente}\\ \text{Ohmetro} & \text{mide Resistencia}\end{array}\right\}\textit{Tester}$$

Al introducir un aparato de medida para hacer una medición alteramos el sistema en que vamos a medir, por lo tanto la medida que obtenemos no es la que existe antes de introducir el aparato de medida.

Tenemos que un aparato de medida será más fiel cuanto menos altere el sistema en el cual se desee medir.

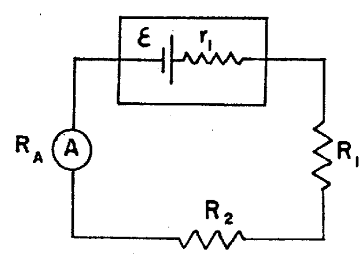
Estudiaremos la conexión de un amperímetro y un voltímetro en el circuito que aparece en la fig.
A partir de dicha conexión analizaremos las características que debe tener cada uno de estos aparatos de medida para perturbar lo menos posible la medición que se realiza.



Amperímetro

Un amperímetro se conecta en serie en un circuito y agrega al conectarse una resistencia R_A adicional al circuito

Llamaremos
i la corriente que existe en el circuito antes de conectar el amperímetro,
i' la corriente después de conectar el amperímetro.



Sin amperímetro

$$i = \frac{\varepsilon}{R_e} = \frac{\varepsilon}{r_i + R_1 + R_2}$$

Con amperímetro

$$i' = \frac{\varepsilon}{R_e'} = \frac{\varepsilon}{r_i + R_1 + R_2 + R_A}$$

Tenemos entonces que el amperímetro será más fiel cuanto más cercanas estén i e i'. Escribimos i' como

$$i' = \frac{\varepsilon}{R_e'} = \frac{\varepsilon}{(r_i + R_1 + R_2)\left(1 + \frac{R_A}{r_i + R_1 + R_2}\right)}$$

Si $R_A << r_i + R_1 + R_2$ podemos despreciar el término $\frac{R_A}{r_i + R_1 + R_2}$ tenemos entonces que

$$i' \approx \frac{\varepsilon}{(r_i + R_1 + R_2)} \text{ por lo tanto } i' \approx i$$

Entonces un buen amperímetro será aquel que tenga una resistencia R_A pequeña comparada con la resistencia equivalente del circuito antes de conectarlo.

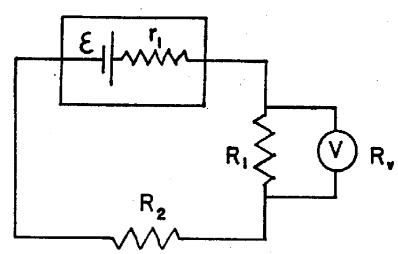
Un amperímetro ideal es aquel en que $R_A = 0$

Voltímetro

Un voltímetro se conecta en paralelo en un circuito, en los extremos de la resistencia donde se desea medir el voltaje, y agrega al conectarse una resistencia R_V adicional al circuito

V_1 Voltaje en R_1
antes de conectar el voltímetro.

V_1' Voltaje en R_1
después de conectar el voltímetro.



Tenemos entonces que el voltímetro será más fiel en su medición mientras más próximos estén V_1 y V_1'.

Puesto que

$$V_1 = i_1 R_1 \qquad V_1' = i_1' R_1$$

entonces es suficiente que los valores de i e i' estén próximos.

Sin voltímetro $$i=\frac{\varepsilon}{R_e}=\frac{\varepsilon}{r_i+R_1+R_2}$$

Con voltímetro tenemos que

$$i_1' =\frac{V_1'}{R_1} \qquad V_1' = i_T' R_e(1,V) \qquad i_T' = \frac{\varepsilon}{r_i+R_e(1,V)+R_2}$$

Entonces

$$i' = \frac{\varepsilon}{r_i+R_e(1,V)+R_2}\frac{R_e(1,V)}{R_1} \qquad (81\ T)$$

Desarrollando la resistencia equivalente entre la resistencia R_1 y el voltímetro tenemos

$$R_e(1,V)=\frac{R_1R_V}{R_1+R_V}=\frac{R_1R_V}{R_V\left(\dfrac{R_1}{R_V}+1\right)}$$

De donde vemos que si $R_V >> R_1$ entonces $\dfrac{R_1}{R_V}\to 0$ y $R_e(1,V)\approx R_1$

reemplazando en la expresión (81 T) tenemos que

$$i' \approx \frac{\varepsilon}{r_i+R_1+R_2}$$

Tenemos entonces que $i_1' \approx i_1$ si $R_V >> R_1$

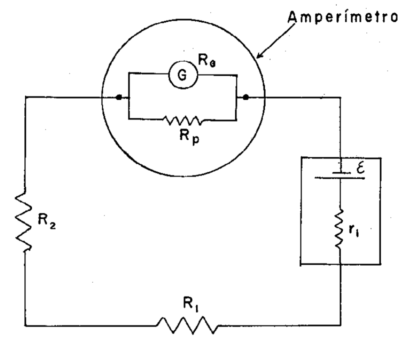
Por lo tanto un buen voltímetro será aquel que tenga una resistencia R_A grande comparada con la resistencia en la cual se desea medir el voltaje..

El voltímetro ideal sería cuando $R_V \to \infty$

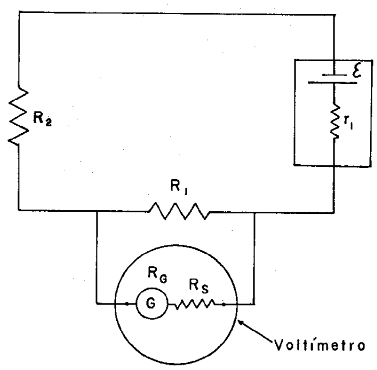
Todos los aparatos de medida Voltímetro, Amperímetro y Ohmetro están compuesto por un galvanómetro que es un aparato que sirve para detectar pequeñas corrientes. Como funciona un galvanómetro y en que principios físicos se basa su funcionamiento lo veremos en la parte de magnetismo, por

ahora solo veremos como, a partir de él, se construye un voltímetro y un amperímetro.
En las siguientes figs. se designa un galvanómetro por una G dentro de un círculo.

Puesto que por el galvanómetro sólo pueden circular pequeñas corrientes, para construir un **amperímetro** se coloca una resistencia en paralelo que se denomina resistencia Shunt. El fondo escala del amperímetro depende de esta resistencia.



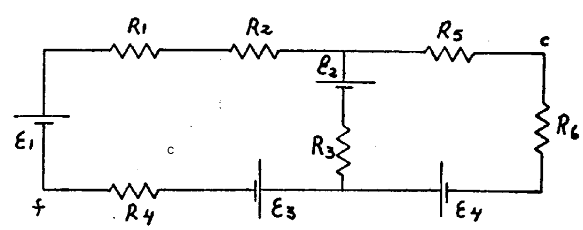
Como por el galvanómetro sólo pueden circular pequeñas corrientes, en su extremos existen pequeñas diferencias de potencial, por lo cual para construir un **voltímetro** de amplia escala se conecta en serie a él, una resistencia que determina el fondo escala del voltímetro.



Problemas

Problema 1

Se tiene el circuito indicado en la figura



Si

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 3 volts \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = 10 volts \\ R_1 = R_3 = R_5 = 5\ Ohms \\ R_2 = R_4 = R_6 = 12\ Ohms \end{cases}$$

a) Encontrar las corrientes del circuito indicando su sentido.
b) Encontrar la potencia calórica disipada en cada resistencia.
c) Encontrar la potencia química en cada fem.
d) La diferencia de potencial entre los puntos c y f

Nota

Recuerde que por todas las resistencias que están en serie circula la misma corriente.

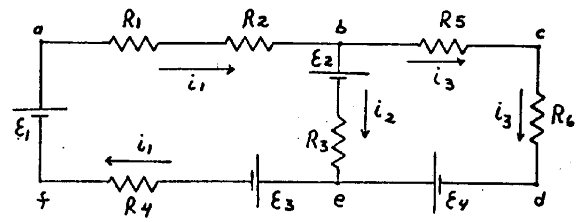
El sentido de las corrientes se elige arbitrariamente. Si al calcular la corriente el valor que obtenemos es negativo significa que el sentido correcto es contrario al elegido.

El sentido en que se recorre la malla es también arbitrario.

Solución

Parte a)

Elegimos arbitrariamente como sentido de las corrientes los que aparecen en la siguiente figura.



Escribimos las ecuaciones de Kirchoff para esos sentidos de las corrientes

Malla abefa

$$-i_1R_1 - i_1R_2 - \varepsilon_2 - i_2R_3 - \varepsilon_3 - i_1R_4 + \varepsilon_1 = 0$$

Reemplazando los valores correspondientes tenemos

$$-5i_1 - 12i_1 - 10 - 5i_2 - 3 - 12i_1 + 3 = 0$$

$$-29i_1 - 5i_2 = 10 \qquad \text{(1-P1)}$$

Malla bcdeb

$$-i_3R_5 - i_3R_6 + \varepsilon_4 + i_2R_3 + \varepsilon_2 = 0$$

$$-5i_3 - 12i_3 + 10 + 5i_2 + 10 = 0$$

$$5i_2 - 17i_3 = -20 \qquad \text{(2-P1)}$$

Nodo b

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \qquad \text{(3-P1)}$$

Tenemos un sistema de tres ecuaciones (1-P1), (2-P1) y (3-P1) y tres incognitas que son las corrientes i_1, i_2 y i_3

Resolvemos entonces ese sistema de ecuaciones.

De (3-P1) tenemos $i_1 = i_2 + i_3$ reemplazando en (1-P1) se tiene

$$-29i_2 - 29i_3 - 5i_2 = 10 \qquad i_2 = -\frac{29i_3 + 10}{34} \qquad \text{(4-P1)}$$

reemplazando i_2 en (2-P1) tenemos

$$-5\left(\frac{29i_3 + 10}{34}\right) - 17i_3 = -20 \qquad i_3 = 0.87\,amp$$

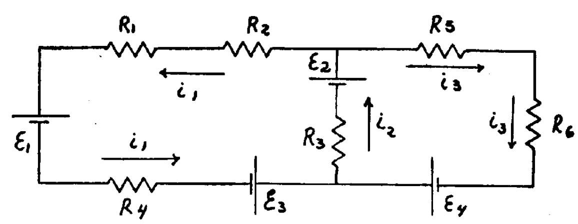
reemplazando i_3 en (1-P4) tenemos:

$$i_2 = -\frac{29 \cdot 0.87 + 10}{34} \qquad i_2 = -1.04\,amp$$

reemplazando i_2 en (1-P1)

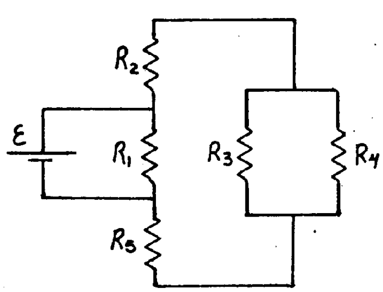
$$i_1 = -\frac{10 + 5i_2}{29} = -\frac{\left[10 + 5(-1.04)\right]}{29} \; i_1 = -0.17\,amp$$

Los sentidos correctos de las corrientes son los que aparecen en la fig.



Problema 2

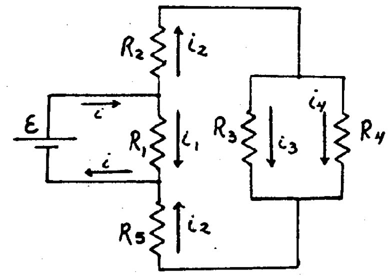
Se tiene el circuito indicado en la figura



Si $R_1 = R_2 = R_3 = 3\ Ohms$, $R_4 = R_5 = 5\ Ohms$ y $\varepsilon = 150 volts$,
Encontrar
a) La resistencia equivalente del circuito.
b) La corriente que circula por cada resistencia.

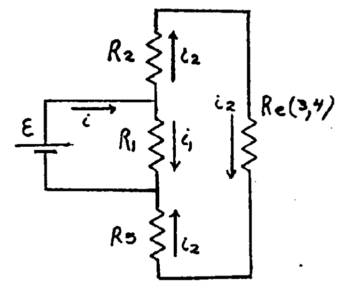
Solución

Dibujemos las corrientes que circulan por el circuito.



a) Las resistencias $R_3 \ y \ R_4$ están en paralelo.

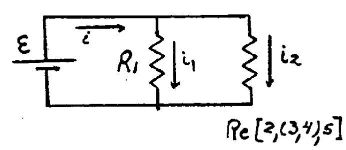
$$\frac{1}{R_e(3,4)} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \Rightarrow R_e(3,4) = 1.88 Ohms$$



Las resistencias $R_3, R_e(3,4)$ y R_5 están en serie.

$$R_e[2,(3,4),5] = R_2 + R_e(3,4) + R_3 \Rightarrow R_e[2,(3,4),5] = 9.88 Ohms.$$

La resistencia $R_e[2,(3,4),5]$ y R_1 están en paralelo.



$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_e[2,(3,4),5]} \Rightarrow R_T = 2.30 Ohms$$

b) $$i = \frac{\varepsilon}{R_T} = 65.22 amp \qquad i = i_1 + i_2$$

$$i_1 = \frac{\varepsilon}{R_1} = 50 amp \qquad i_2 = \frac{\varepsilon}{R_e[2,(3,4),5]} = 15.18 amp$$

$$V_{3,4} = i_2 R(3,4) = 28.54 volts \qquad V_{3,4} = V_3 = V_4 = 28.54 volts$$

$$i_3 = \frac{V_3}{R_3} = 9.51 amp \qquad i_4 = \frac{V_4}{R_4} = 5.71 amp$$

$$i_3 + i_4 = i_2$$