A.Paniagua-H.Poblete
Física 21

MAGNETISMO
MODULO 3

Ley de Faraday - Ley de Lenz

Tenemos experimentalmente que al hacer girar un conjunto de espiras en un campo magnético podemos observar que se produce una corriente que enciende un bombillo. También podemos observar que se produce una corriente moviendo un imán dentro de una bobina conectada a un galvanómetro, el cual nos permite detectar dicha corriente. En ambos casos se puede observar que la intensidad de la corriente tiene que ver con la velocidad de giro de las espiras o con la velocidad de desplazamiento del imán.

Flujo campo magnético ϕ_B

Para explicar el porqué aparece en los experimentos realizados una corriente, definamos en primer lugar flujo de campo magnético como

$$\phi_B = \vec{B}\,\vec{S} \qquad \text{o} \qquad \phi_B = \int \vec{B}\, d\vec{S} \qquad (19\ \text{T})$$

Tenemos entonces que en los dos experimentos antes realizados lo que varía es el flujo del campo magnético a través de las espiras.

Ley de Faraday

Esta ley dice que la fuerza electromotriz que aparece en las espiras y la cual produce una corriente inducida en ellas está dada por

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} \qquad (20\ \text{T})$$

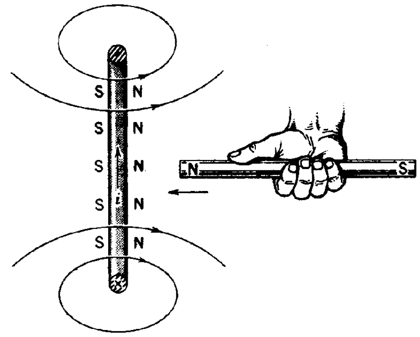
Ley de Lenz

La Ley de Lenz se refiere al sentido de la corriente y establece que:
"la corriente inducida aparece en un sentido tal que se opone a la causa que la produce".

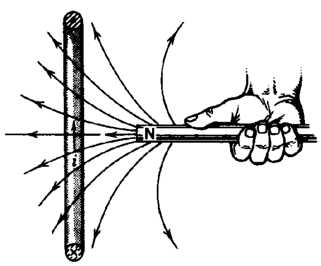
Estudiaremos tres reglas para obtener el sentido de la corriente inducida.

1) En la fig. se ve un corte transversal de una espira, de tal manera que dibujada en el plano de la hoja vemos la parte de atrás de ella.

Al acercar un imán con su polo Norte apuntando hacia la espira esta se opone al movimiento del imán produciéndose en el lado derecho de la espira un polo Norte, originado por una corriente inducida que tiene el sentido que se muestra en la fig.



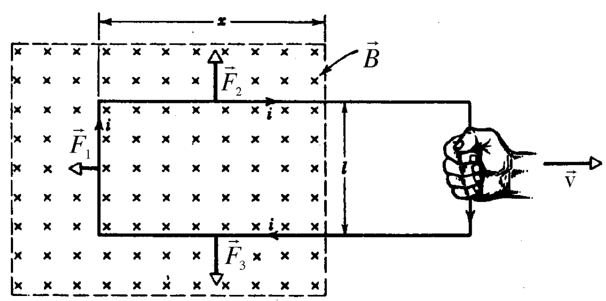
2) En este caso dibujamos las líneas de campo magnético del imán que se está acercando a la espira.



Vemos entonces que al acercar el imán, el flujo magnético que atraviesa la espira aumenta. Por lo tanto en la espira aparecerá una corriente inducida que produce un campo magnético en sentido contrario al del imán, dicha corriente aparece dibujada en la fig.

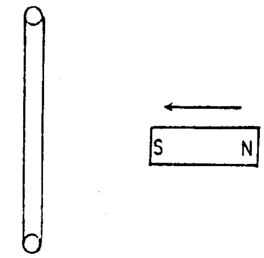
3) En este caso se está tratando de sacar un espira que está ubicada perpendicularmente a un campo magnético entrante al plano de la hoja.

Por lo cual en la espira aparecerá una corriente inducida que produzca una fuerza que se oponga a dicho movimiento. La corriente inducida aparece dibujada en la fig.

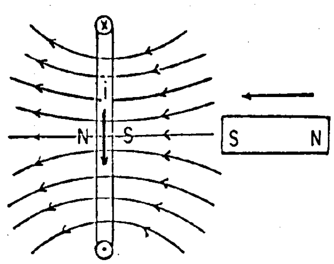


A continuación plantearemos unos ejercicios en los cuales se puede aplicar la Ley de Lenz para obtener el sentido de la corriente inducida en una espira.

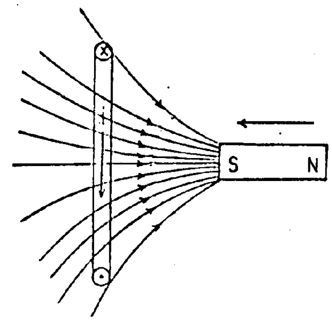
a) Se tiene una espira a la cual se acerca un imán con su polos como muestra la fig. Encontrar el sentido de la corriente inducida que aparece en la espira en esta situación física.



Por método 1



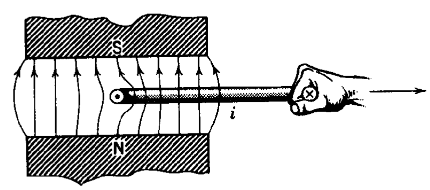
Por método 2



b) Repita el ejercicio considerando que el imán se aleja de la espira en lugar de acercarse.

c) En la fig. se tiene una espira colocada horizontalmente entre los polos de un imán.

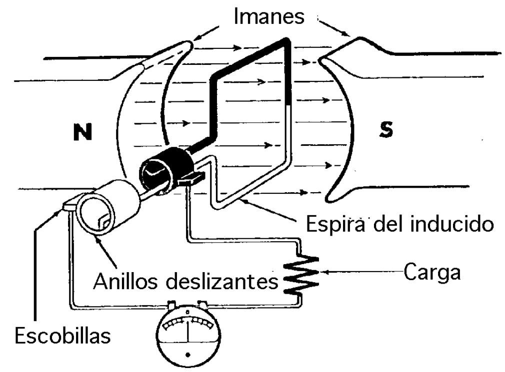
Encuentre Ud. el sentido de la corriente inducida que aparece en la espira cuando ella se trata de sacar de entre los polos este imán.



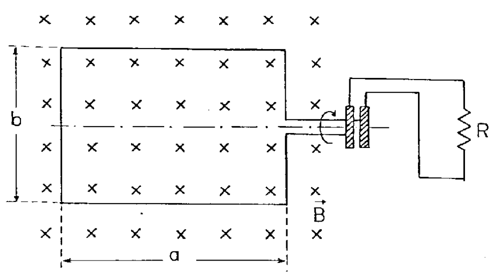
Justifique el sentido de la corriente utilizando cada uno de los tres métodos antes descrito.

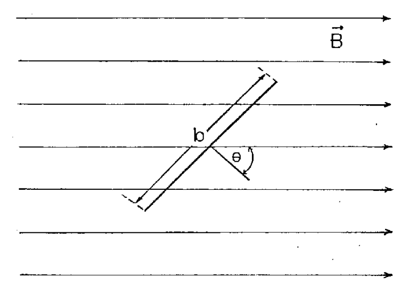
Corriente alterna

Hemos visto experimentalmente que al girar un conjunto de espiras en un campo magnético se produce en ellas una corriente inducida, dicha corriente se denomina "Corriente Alterna".
La fig. muestra el esquema de un **Generador de Corriente Alterna**



Dicho Generador se representa gráficamente de la forma indicada en la siguiente figura.





Para encontrar la fem inducida que aparece en dichas espiras se utiliza la Ley de Faraday

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

por lo tanto el flujo a través de una espira está dado por

$$\phi'_B = BA\ \cos\theta \quad \text{donde} \qquad A = ab$$

Si existen N espiras

$$\phi_B = NBA\ \cos\theta \tag{21 T}$$

Tenemos entonces que

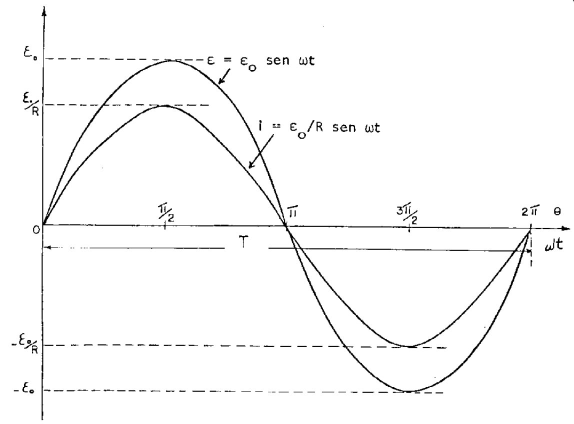
$$\varepsilon = NB\ ab\ \frac{d}{dt}(\cos\theta) = NB\ ab\ sen\theta\frac{d\theta}{dt} \tag{22 T}$$

Considerando que $\dfrac{d\theta}{dt} = \omega$ y que $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$

Tenemos de (22 T)

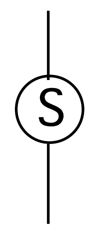
$$\varepsilon = NB\, ab\; 2\pi v\; sen 2\pi vt$$

De donde podemos ver que la fem inducida y por lo tanto la corriente en las espiras tiene un comportamiento sinusoidal que se representa en el siguiente gráfico.



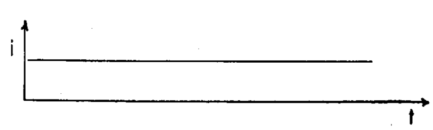
Tenemos por lo tanto que la corriente inducida producida por el giro de espiras en un campo magnético, cambia su sentido cada medio ciclo, por esta razón se denomina "Corriente Alterna".

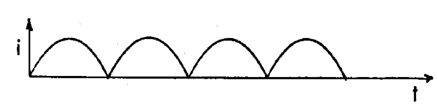
Esta corriente recibe también el nombre de "Corriente Monofásica".
Un generador de corriente alterna se representa en un circuito por el símbolo que aparece en la fig.



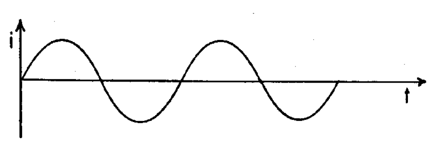
Veamos algunos gráficos correspondientes a corrientes continuas y corrientes alternas.

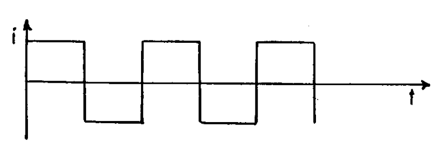
Los siguiente gráficos representan corrientes continuas que denominaremos CC.. El primero corresponde a una corriente continua constante y el segundo a una corriente continua oscilante.





Los siguiente gráficos representan corrientes alternas que denominaremos CA. El primero corresponde a una corriente alterna de onda sinusoidal y el segundo a una corriente alterna de onda cuadrada..

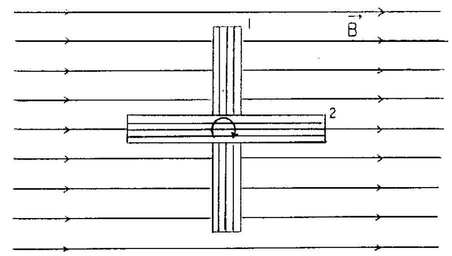




Corrientes bifásicas

Hemos visto que al girar un conjunto de espiras en un campo magnético se produce una corriente inducida que tiene un comportamiento sinusoidal.

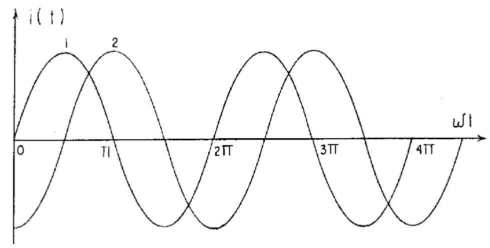
Si se colocan dos conjuntos de espiras perpendiculares uno al otro se obtiene en cada uno de ellos una corriente sinusoidal.



Estas corrientes se encuentran desfasadas entre sí como se muestra en la fig. de la derecha.

$$i_1 = i_0 \, sen\omega t$$

$$i_2 = i_0 \, sen(\omega t - 90°)$$

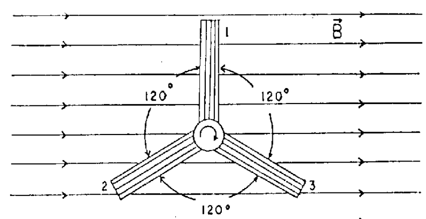


Esta corriente que está formada por dos fases recibe el nombre de **"Corriente Bifásica"**

Una corriente bifásica proporciona más potencia que una monofásica debido que cuando una fase se encuentra en el mínimo de corriente la otra fase se encuentre en el máximo.

Corrientes trifásicas

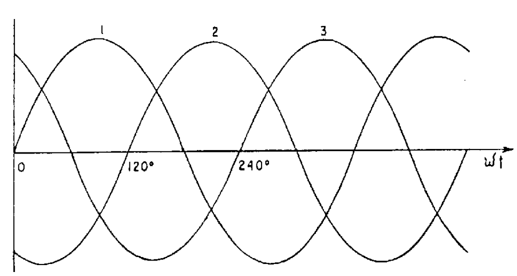
De forma similar se produce la corriente trifásica que tiene uso industrial.
Este conjunto de espiras produce por lo tanto tres fases.



$$i_1 = i_0 sen \; \omega t$$

$$i_2 = i_0 sen \; (\omega t - 120°)$$

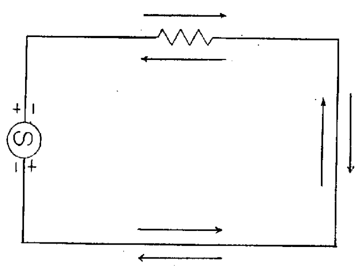
$$i_3 = i_0 sen \; (\omega t - 240°)$$

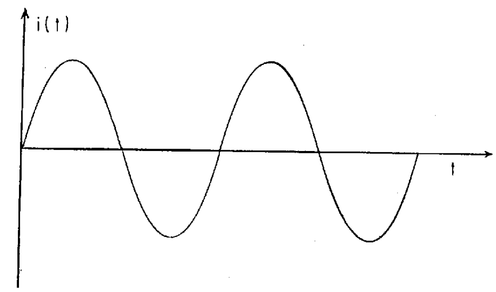


Rectificadores

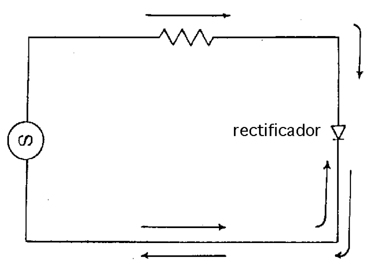
Son dispositivos que se colocan en un circuito con la finalidad de convertir la corriente alterna CA en corriente continua CC.

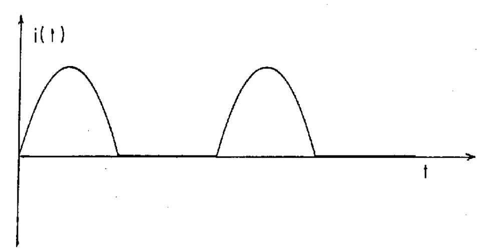
Recordemos que en un circuito de CA la corriente cambia de sentido cada medio ciclo como se muestra en la fig.





Un rectificador permite que la corriente en un circuito circule en un solo sentido.



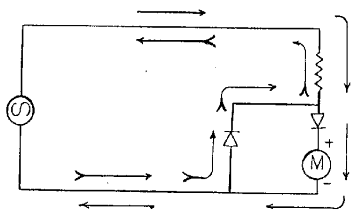


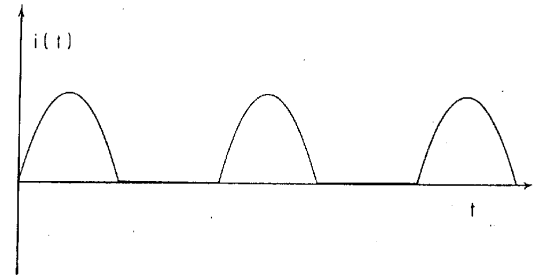
De esa forma se convierte una corriente CA en una corriente CC o sea una corriente alterma rectificada se conviente en una corriente continua oscilante.

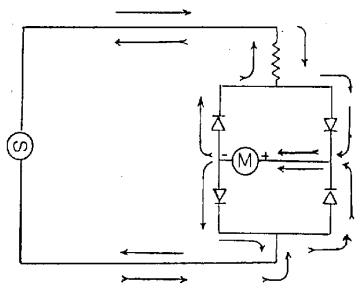
Son rectificadores los diodos de tubo y los transistores. entre otros.

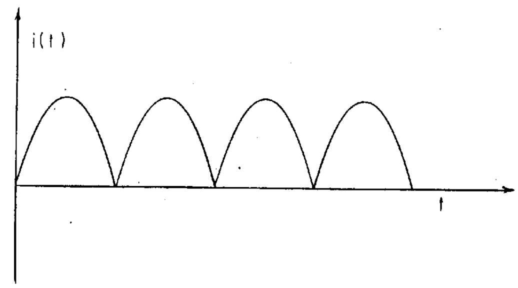
Aparatos de medida en circuitos de corriente alterna

Como vimos anteriormente los aparatos de medida funcionan en base a un galvanómetro, que es un conjunto de espiras por las cuales circula una corriente y que se encuentran ubicadas en un campo magnético. Por medio de la deflexión de una aguja podemos determinar la intensidad de corriente, para lo cual la corriente debe circular en un solo sentido. Por lo tanto en los aparatos de medida de CA se debe rectificar la corriente que pasa por el aparato de medida. A continuación colocamos dos formas de rectificación en este tipo de aparatos.







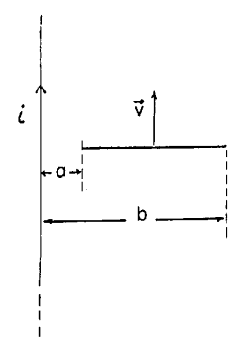


Si la corriente de acuerdo a la rectificación del circuita presenta dos posibilidades a seguir, recuerde que ella seguirá el camino que vaya desde los puntos de mayor a menor potencial.

Problemas

Problema 1 H-35-11 (V) 11 (N)

La figura muestra una barra de cobre que se mueve con una velocidad v paralelamente a un alambre recto largo que lleva una corriente i. Calcúlese la fem inducida en la barra, suponiendo que v = 5.0 m/seg, i = 100 amp, a = 1.0 cm. y b = 20 cm.



Respuesta: $\varepsilon = 3.0 \times 10^{-4}$volts

Datos

La barra de cobre es un conductor por lo tanto posee electrones libres que se pueden desplazar por la acción de una fuerza.

v es la velocidad de la barra paralela al alambre. v = 5.0 m/seg

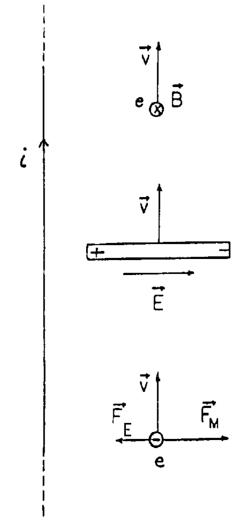
i es la corriente del alambre largo que produce un campo magnético en el cual se mueve la barra. i = 100 amp

fem = ? a = 1.0 cm

b = 20 cm

Análisis físico

* Hacemos primero un análisis físico de la situación, para averiguar que le sucede a la barra cuando se desplaza paralelamente en el campo magnético producido por un alambre largo por el cual circula corriente.



* La barra se mueve paralelamente al alambre, por lo tanto los electrones y protones que forman parte de su estructura se mueven verticalmente con la misma velocidad.
* Recordemos que una partícula cargada en movimiento en un campo magnético experimenta una fuerza. Por lo tanto los electrones y protones que existen en la barra experimentan dicha fuerza.
* Debido a que solamente los electrones tienen libertad de moverse, ellos se desplazarán por el efecto de la fuerza magnética y se irán acumulando en el extremo derecho de la barra produciendo en dicho extremo un exceso de carga negativa y una falta de carga negativa en el otro extremo, que de esta manera queda cargado positivamente.
* Esta acumulación de carga en los extremos de la barra crea, en el interior de ella, un campo eléctrico que tiene el sentido que se indica la figura.
* Debido a que el campo eléctrico es proporcional a la carga, mientras más carga se acumule en los extremos de la barra, mayor será la intensidad del campo.
* Debido a este campo eléctrico tenemos que sobre las partículas que constituyen la barra actúan otra fuerza de tipo eléctrico que tiene sentido opuesto a la fuerza magnética.
* Por lo tanto los electrones se moverán solamente hasta que ambas fuerzas se igualen.

Plan de solución

Ahora que sabemos lo que físicamente sucede podemos abordar el problema.

* Tenemos entonces que la acumulación de carga en los extremos de la barra es la responsable de la diferencia de potencial que aparece.
* Recordemos la expresión para la diferencia de potencial entre dos puntos

$$V_{a\to b} = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad \text{(1-P1)}$$

* Para poder utilizar dicha expresión debemos conocer el campo eléctrico que existe entre los extremos de la barra.

* Puesto que el campo eléctrico aparece en la expresión de la fuerza eléctrica $F_e = qE$ entonces podemos obtenerlo de la igualdad de la fuerza eléctrica y magnética que existe en la situación de equilibrio.

Solución

De la expresión (1-P1) considerando que $\theta = 0$ y dl = dx tenemos la siguiente expresión

$$V_{a\to b} = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int E\cdot dx \qquad (2\text{-P1})$$

para la diferencia de potencial o fem (fuerza electromotriz) entre los extremos de la barra.

Necesitamos entonces encontrar primero el campo eléctrico E.

Puesto que en la situación de equilibrio la fuerza eléctrica y magnética son de igual magnitud tenemos

$$F_m = F_e.$$

$$q\mathrm{v}B\, sen\alpha = qE$$

ya que $\alpha = 90°$ obtenemos para el campo eléctrico la siguiente expresión

$$E = \mathrm{v}B$$

Reemplazando el campo eléctrico en (2-P1) tenemos entonces:

$$V_{a\to b} = -\int \mathrm{v}B\, dx \qquad (3\text{-P1})$$

donde B es el campo magnético producido por el alambre largo que lleva una corriente i por lo tanto

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi x} \qquad (4\text{-P1})$$

reemplazando (4-P1) en (3-P1) tenemos

$$V_{a\to b} = -\frac{\mu_0 i\mathrm{v}}{2\pi}\int \frac{dx}{x}$$

Resolviendo la integral tenemos:

$$V_{a\to b} = -\frac{\mu_0 i \text{v}}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

Reemplazando en esta expresión los valores numéricos del problema y recordando que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ Weber / mA$

Tenemos $$fem = V_{a\to b} = -3.0\times 10^{-4}\,Volts$$

El signo - solamente indica que el punto b tiene menor potencial que el punto a.

Del problema que acabamos de analizar vemos que cuando una barra conductora se mueve en un campo magnético aparece en sus extremos una diferencia de potencial.

¿Diga qué sucede si a la barra del problema, le unimos sus extremos por un alambre conductor como se muestra en la figura 1 y 2?

Si analizamos dichas situaciones considerando que la variación del flujo magnético a través de una espira conductora cerrada produce una corriente inducida, tenemos que en la figura 1 circula corriente no así en la figura 2.

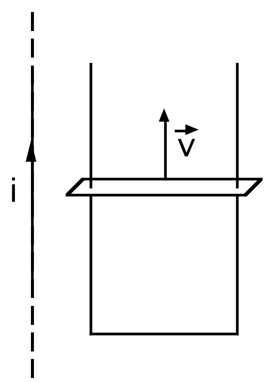


figura 1

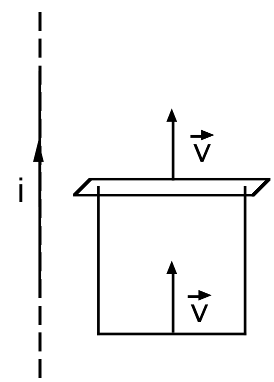
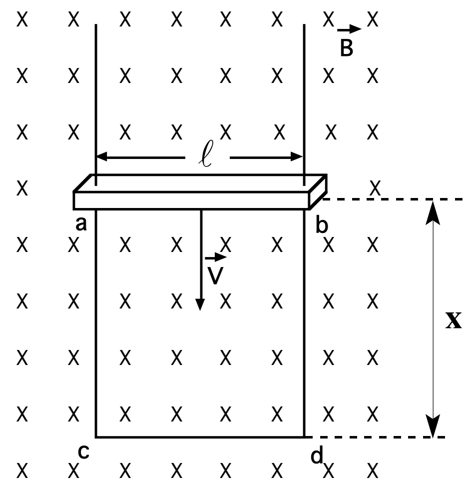


figura 2

Explique que sucede en cada caso y aclare la aparente contradicción que se presenta.

Problema 2

Una barra metálica de longitud $L = 25$ cm., por cuyos extremos pasan dos varillas conductoras como se muestra en la fig, se desplaza hacia abajo con rapidez constante $v = 5\ m/seg$, perpendicular a un campo uniforme de inducción magnética $B = 10\ Tesla$.
La resistencia del circuito ABCD es $R = 15\ \Omega$ y se supone constante. El roce entre las barras y las varillas es despreciable.



a) Encontrar la magnitud e indicar el sentido de la corriente inducida.
b) Encontrar la masa que debe tener la barra para que descienda con la rapidez constante antes indicada.

Solución

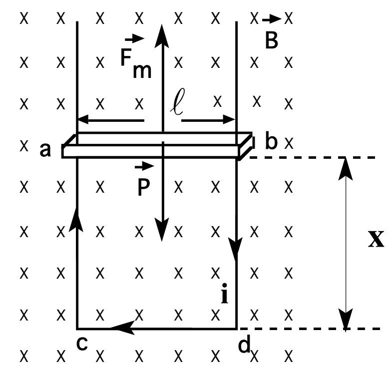
a) El sentido de la corriente inducida es sentido horario.
Debido a que la barra va descendiendo disminuye el área formada por la barra y las varillas conductoras, por lo tanto disminuye el flujo del campo magnético, lo que hace que aparezca una corriente inducida que produce un campo en el mismo sentido del campo magnético externo existente.

Tenemos $\quad i = \dfrac{\varepsilon}{R} \quad$ donde $\quad \varepsilon = -\dfrac{d\phi_B}{dt}$

$$\phi_B = \int \vec{B} d\vec{S} = \int B dS\ \cos 0° = B \int dS = Blx$$

$$\varepsilon = -Bl\frac{dx}{dt} = Blv \qquad i = \frac{Blv}{R}$$

$$i = 0.83\ amp$$



b) Para que la barra descienda con velocidad constante la suma de las fuerzas que actúan sobre ella debe ser igual a cero.
Por lo tanto

$$P = F_m \qquad\qquad mg = ilB$$

$$m = \frac{ilB}{g} = 0.208\ Kg$$

Inductancia

Al conectar un bombillo a una fuente de corriente continua se puede observar que prende instantáneamente, en cambio al conectar en serie con el bombillo una bobina se puede observar que el bombillo prende lentamente hasta alcanzar un brillo estable menor que en la conexión anterior.

La disminución del brillo del bombillo se debe a la resistencia de la bobina que se agregó al circuito. En cambio la lentitud en prenderse se debe a lo oposición que ejerce la bobina a que la corriente crezca hasta su valor máximo en dicha conexión.

Para entender mejor este último aspecto recordemos las Leyes de Faraday y de Lenz.

Tenemos de acuerdo a la Ley de Faraday que si existe una variación de flujo magnético a través de una espira en ella aparece una fuerza electromotriz que genera una corriente.

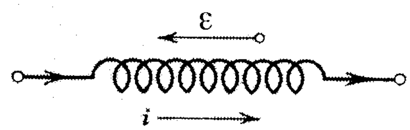
Este efecto se produce tanto si la variación de flujo es debida a un agente externo o si es producida por una corriente, variable en el tiempo, que circula en la misma espira. En este caso tenemos que la corriente resultante que circula por dicha espira estará dada por la suma algebraica de dichas corrientes.

Para conocer el sentido de dicha corriente se utiliza la Ley de Lenz :"la corriente inducida aparece en un sentido tal que se opone a la causa que la produce"

Analicemos con más detalle la aplicación de esta Ley para las siguientes situaciones físicas:

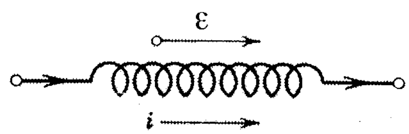
a) La corriente en una bobina aumenta.
b) La corriente en una bobina disminuye.

a) Si la corriente que atraviesa un bobina aumenta, en ella aparece un fuerza electromotriz inducida que impulsa una corriente en sentido contrario para oponerse a dicho aumento.



i aumenta

b) Si la corriente que atraviesa un bobina decrece, en ella aparece un fuerza electromotriz inducida que impulsa una corriente en el mismo sentido para oponerse a dicha disminución.



i disminuye

En el experimento que se describe anteriormente, aunque la bobina está conectada a una fuente de corriente continua, que es constante a través del tiempo, en su momento inicial existe un aumento de corriente desde 0 al valor constante para ese circuito, este aumento de corriente produce en la bobina una variación del campo magnético y por lo tanto del flujo magnético que pasa a través de ella, generando una corriente inducida que se opone a dicho aumento de corriente. Por esta razón es que el bombillo al estar conectado en serie con una bobina se demora un intervalo de tiempo en alcanzar su corriente máxima para ese circuito.

Las bobinas por lo tanto presentan una oposición a la corriente en aquellos circuitos que las corrientes son variables en el tiempo como es el caso de la corriente alterna.

Para encontrar los parámetros que caracterizan a una bobina analicemos el flujo magnético a través de ella.

Tenemos que el flujo depende de la intensidad de corriente que circula por la bobina y del número de vueltas

$$N\phi_B \approx i \qquad (23T)$$

Podemos introducir una constante y escribir la expresión (23T) como

$$N\phi_B = Li \qquad (24T)$$

donde L es una constante de proporcionalidad y se denomina Inductancia de la bobina.

Si reemplazamos (24T) en la Ley de Faraday tenemos $\varepsilon = -L\dfrac{di}{dt}$

de donde obtemos que $L = -\dfrac{\varepsilon}{di/dt}$, de esta expresión se define la unidad de la inductancia

$$\frac{volt \times seg}{amp} = Henry$$

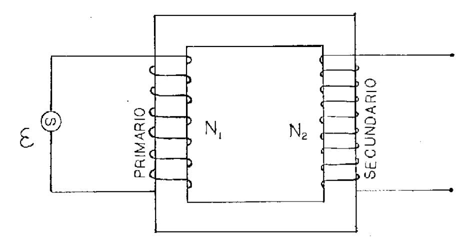
Para calcular inductancias se utiliza la expresión (24T) de donde obtenemos que

$$L = \frac{N\phi_B}{i} \qquad (25T)$$

La inductancia L depende de la estructura geométrica de la bobina de forma similar como la capacidad de los condensadores.

Transformador

Es un dispositivo que está compuesto por dos bobinas que están enrolladas en un núcleo de hierro que las une, como se muestra en la fig



La bobina 1 esta conectada a una fuente de corriente alterna por lo tanto la corriente que circula por ella es variable en el tiempo. Esto hace que en la bobina 1 aparezca una fuerza electromotriz inducida ε_1

$$\varepsilon_1 = -\frac{d(N_1\phi_{B1})}{dt} \qquad (26T)$$

A través del núcleo de hierro que une a ambas bobinas se transmite el flujo magnético produciendo en la bobina 2 una fuerza electromotriz inducida ε_2

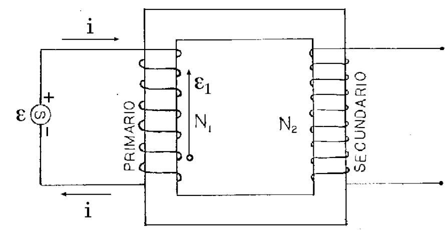
$$\varepsilon_2 = -\frac{d(N_2\phi_{B2})}{dt} \qquad (27T)$$

Si no existe pérdida de flujo $\phi_{B1} = \phi_{B2}$ tenemos entonces combinando (26T) y (27T) que las fuerzas electromotrices en ambas bobinas están relacionadas por

$$\frac{\varepsilon_1}{N_1} = \frac{\varepsilon_2}{N_2} \quad (28T)$$

Para relacionar la fuerza electromotriz ε_1 con la fuerza electromotriz ε que proporciona el generador de corriente alterna, aplicamos Kirchoff al circuito de la izquierda .

Puesto que la corriente cambia de sentido con el tiempo y tiene intervalos en los cuales es creciente y otros en los cuales es decreciente, tomaremos para escribir esta ecuación un intervalo de tiempo en el cual la corriente esta aumentando y tiene el sentido que se indica en la fig.



En un instante de tiempo

Tenemos entonces que

$\varepsilon - \varepsilon_1 = 0 \quad \Rightarrow \qquad \varepsilon = \varepsilon_1$ reemplazando en (28T) tenemos

$$\varepsilon_2 = \varepsilon \frac{N_2}{N_1} \quad (29T)$$

De donde vemos que fuerza electromotriz ε_2 es proporcional al número de vueltas del secundario

A partir de la expresión (29T) tenemos que si:

a) $N_2 > N_1 \qquad \frac{N_2}{N_1} > 1 \qquad \Rightarrow \qquad \varepsilon_2 > \varepsilon$

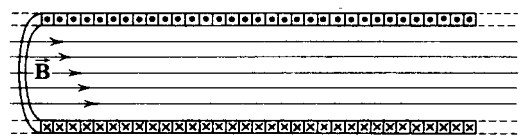
el transformador se llama **elevador**

b) $N_2 < N_1 \qquad \frac{N_2}{N_1} < 1 \qquad \Rightarrow \qquad \varepsilon_2 < \varepsilon$

el tranformador se llama **reductor**.

Problema 3

Calcular la inductancia de un solenoide ideal de espiras cuadradas adyacentes muy pegadas, que tiene una longitud l y n vueltas por unidad de longitud. El área trasversal del solenoide es A.



Se considera un solenoide ideal, a un solenoide en el cual su longitud es mucho mayor que su diámetro. En dicho solenoide si las espiras están muy juntas entre sí, se puede considerar que para puntos exteriores próximos a la zona central el campo magnético es nulo.

Solución

Calcularemos la inductancia utilizando la expresión $L = \dfrac{N\Phi_B}{i}$

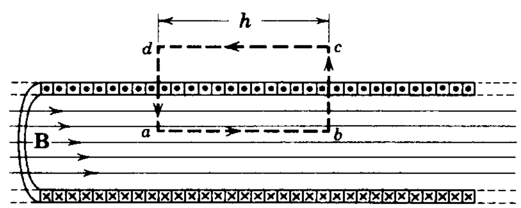
Supongamos que la corriente que circula por la bobina es i_0

puesto que $\Phi_B = BA$ y $N = nl$ tenemos

$$L = \frac{nlBA}{i_0} \tag{1-P3}$$

De esta expresión vemos que para encontrar la inductancia debemos conocer el campo magnético dentro del solenoide.

Para encontrar dicho campo aplicamos la Ley de Ampére a la trayectoria que se indica en la fig. La corriente enlazada por esta trayectoria es $i_0 n$ siendo n el número de vueltas por unidad de longitud.



Tenemos entonces para la Ley de Ampére

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \int_a^b \vec{B}d\vec{l} + \int_b^c \vec{B}d\vec{l} + \int_c^d \vec{B}d\vec{l} + \int_d^a \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 i_0 nh \tag{2-P3}$$

Los integrales a lo largo de las trayectorias $b \to c$ y $d \to a$ se anulan por ser $\vec{B} \perp \vec{dl}$, a lo largo de la trayectoria $c \to d$ el integral se anula por ser el campo magnético nulo fuera del solenoide. Ya que el campo magnético es constante dentro del solenoide a partir de la expresión (2-P3) tenemos

$$\int_a^b \vec{B}\vec{dl} = \int_a^b B\, dl \cos 0° = B\int_a^b dl = \mu_0 i_0 nh$$

Puesto que la longitud entre los puntos $a \to b$ es h tenemos finalmente

$$B = \mu_o n i_0 \qquad (3\text{-P3})$$

Reemplazando esta expresión en (1-P3) se tiene $L = \mu_o n^2 lA$

Problema 4

Derívese una expresión para la inductancia de un toroide de sección transversal rectangular como se muestra en la fig. Obtenga su valor numérico para $N = 10^3$, $a = 5.0cm$, $b = 10cm$ y $h = 1.0cm$

Solución

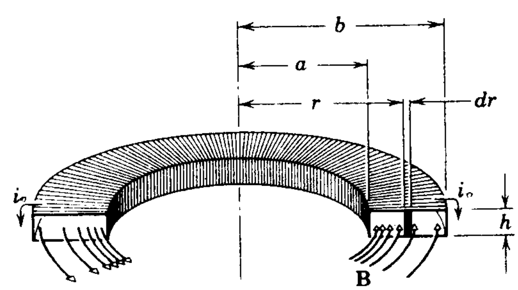
Calculamos la inductancia por medio de la expresión $L = \dfrac{N\Phi_B}{i}$ (1-P4)

Por lo tanto debemos calcular en primer lugar el campo magnético para poder encontrar el flujo magnético y reemplazarlo en la expresión(1-P4)

Cálculo del campo magnético para un toroide

En la fig.se muestra un toroide de radios a y b.

Tenemos que la líneas de campo magnético B para el toroide son círculos concéntricos. Por lo tanto podemos aplicar la Ley de Ampére a una trayectoria circular de radio r.



Considerando que por el alambre que forma el enrollado del toroide circula una corriente i_0 y que el toroide tiene N vueltas tenemos

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \mu_o i_0 N \qquad \text{(1-P4)}$$

$$(B)(2\pi r) = \mu_o i_o N \quad \text{y por lo tanto} \quad B = \frac{\mu_o i_o N}{2\pi r}$$

De esta expresión vemos que el campo magnético no es uniforme y varía con el radio, por lo tanto el flujo debemos calcularlo por la expresión

$$\Phi_B = \int \vec{B}d\vec{S}$$

Por lo tanto el flujo Φ_B para la sección transversal del toroide es:

$$\Phi_B = \int \vec{B}d\vec{S} = \int B\, dS \cos 0° = \int_a^b (B)(hdr) = \int_a^b \frac{\mu_o i_o N}{2\pi r} hdr$$

Siendo hdr el área de la tira elemental que se muestra en la figura.
Recordando que la corriente que circula por la bobina es i_0 tenemos a partir de la ecuación (1-P4)

$$L = \frac{N\Phi_B}{i_o} = \frac{\mu_o N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{\mathrm{a}}$$

$$L = \frac{(4\pi \times 10^{-7} weber/amp - m)(10^3)^2 (1.0 \times 10^{-2} m)}{2\pi} \ln \frac{10 \times 10^{-2} m}{5 \times 10^{-2} m} = 1.4 \times 10^{-3} weber/amp = 1.4mh$$

$$L = 1.4mh$$