

Francisco Rivero Mendoza
Universidad de Los Andes
Mérida Venezuela

El Mundo Maravilloso del Algebra

Introducción

El Algebra es la herramienta mediante la cual se pueden resolver problemas de este mundo, llevándolos a otro mundo de fantasía e imaginación en donde dejan de ser problemas para convertirse en juegos. Cuando alguien plantea un problema en palabras, en donde intervengan cantidades, entonces la solución del mismo puede ser algo difícil de conseguir. Muy pocas personas son capaces de seguir el hilo de un razonamiento intrincado sobre incógnitas, variables, multiplicaciones, sumas...etc. Por ejemplo si yo pregunto ¿ cuál es el número que al restarle 25 y duplicar este resultado, me da igual a dicho número mas la mitad del mismo ? ¿Podría alguien dar la respuesta correcta en pocos segundos ?

Gracias al álgebra este problema lo puede resolver cualquier estudiante de secundaria con sólo un pedazo de papel y un lápiz, en pocos segundos. El no poder hacerlo sería un impedimento grave para sus estudios universitarios y puedo decir que no podrá egresar de carrera científica alguna. La solución al problema planteado es 100, pero no voy a decir como la obtuve, para no aburrir a mis lectores con fórmulas y ecuaciones.

Pero volviendo a nuestro problema y al álgebra podemos formular dos nuevas preguntas ¿ Porqué funciona siempre el método del álgebra en todas las situaciones ?

¿ Qué es lo que se hace en realidad cuando se resuelve un problema usando el álgebra ?

La respuesta a la primera viene dada por el carácter universal de la matemática, en cuanto a su medio de acción sobre el universo de los números. Estos son entidades abstractas que desligados de los objetos que representan, pueden ser manejados por leyes sencillas de aritmética cuyos resultados y conclusiones no dependen ya de la realidad que los sustentan. La matemática es un mundo abstracto de proposiciones simples y precisas en donde no debe haber ambigüedad alguna sobre sus juicios y enunciados. La matemática es limpia, clara, transparente y coherente. Lo opuesto a ella sería la ambigüedad, confusión, caos y desorden. El álgebra, por ser una de las ramas mas importantes y fundamentales de la matemática, junto con la geometría y el análisis,

goza de todas estas propiedades y por lo tanto es un método exacto y preciso de obtener soluciones a los problemas.

La respuesta a la segunda pregunta puede sorprender al lector. En verdad todos hemos estudiado álgebra, el menos en la escuela secundaria, y hemos pasado por un entrenamiento mas o menos tortuoso en la tarea de resolver ecuaciones. Hubimos de aprender casi de memoria una serie de reglas para manejar las incógnitas y los números en una o varias ecuaciones, para dar con la solución. Sin embargo muchos de nosotros, y aquí me incluyo, no sabíamos con toda propiedad lo que estábamos haciendo. Lamentablemente se nos enseña en secundaria como hacer las cosas, pero no el porqué. Debido a la falta de conocimientos y la incapacidad pedagógica de algunos docentes el álgebra es presentada erróneamente como un conjunto de fórmulas y recetas, privada de motivación alguna o estímulo para el estudiante. Las innumerables aplicaciones del álgebra en la resolución de problemas de la vida real, han sido sustituidas en el aula por una serie de ejercicios simbólicos en donde hay que aplicar reglas y más reglas en una monotonía de letras sin sentido.

La verdadera enseñanza del álgebra debería ser algo completamente distinto. Cuando resolvemos un problema de álgebra estamos pasando del mundo real en donde hay objetos físicos a otro mundo imaginario, poblado de números, ecuaciones, símbolos ,...etc. Es el mundo maravilloso del álgebra en donde trabajamos y resolvemos de manera sencilla, como en un juego, nuestro problema. Luego pasamos al mundo real nuevamente para dar una interpretación concreta a la solución. Este proceso casi mágico mediante el cual nos evadimos temporalmente de la realidad, para regresar a ella victoriosos , ha cautivado la mente de todos los hombres, en todas las épocas y en todas las civilizaciones. Por esta razón el álgebra ha ocupado un lugar privilegiado entre las actividades mas nobles del hombre.

Una historia muy antigua

Los orígenes del álgebra hay que buscarlos en las primeras civilizaciones. Tan pronto como el hombre fue capaz de contar y manipular los números, se comenzó a plantear problemas. En un comienzo eran problemas fáciles de resolver y no requerían de grandes habilidades de cálculo. Sin embargo, a medida que las sociedades fueron evolucionando surgieron nuevos retos que plantearon problemas serios. Había que alimentar a grandes ejércitos, medir parcelas de tierra, determinar la posición de las naves en alta mar,...., etc.

Entre estas civilizaciones están los Egipcios y los Babilonios, sobre los cuáles se conoce bastante, los Chinos y los Hindúes de los cuáles conocemos muy poco y los Maya de los que se sabe menos. Curiosamente, en todas ellas podemos identificar tres cosas en común. Todas estas sociedades sintieron la necesidad de interpretar el movimiento de los astros , debido a la influencia de éstos en las lluvias y sequías, con lo cual la Astronomía ocupó un lugar primordial entre las ciencias. También desarrollaron sistemas de numeración, siendo el de los Mayas uno de los más perfectos. Finalmente diseñaron calendarios para medir el tiempo y aquí nuevamente los mayas superaron a sus competidores. Es lamentable que nuestros matemáticos Mayas y los de Egipto y Babilonia nunca entraron en contacto. Esta unión sin duda hubiese cambiado el rumbo tomado por la matemática a lo largo de su historia, caracterizada por un avance muy lento en sus inicios.

Gracias a los miles de tablillas de arcilla escritas por los habitantes de la Mesopotamia y que afortunadamente han llegado en buen estado hasta nuestros días, conocemos bastante acerca de la matemática de este pueblo. Tenían un sistema de numeración en base 60 (o sexagesimal) que les permitió alcanzar un buen dominio de la aritmética. Eran capaces de hacer divisiones, tan fácil como lo hacemos hoy en día. Para ello construían tablillas en donde aparecían los inversos de los números enteros, expresados en el sistema sexagesimal, y usando estas tablas y la multiplicación, dividían cualquier número entre otro. En una de estas tablillas que se encuentra hoy en día en la Universidad Columbia U .S.A., conocida como la tablilla Plimpton 322, que data del 1900 a.c. se resuelven ecuaciones de segundo grado, para calcular los lados de un

triángulo rectángulo. Esto es una prueba del alto grado de desarrollo del álgebra por parte de los Babilonios.

Pero donde la matemática y el álgebra alcanzan la madurez como ciencia deductiva es en la Civilización Griega. Los primeros matemáticos griegos, comenzando por Pitágoras y Tales, conocían las matemáticas del antiguo Egipto, de los Fenicios y de la Mesopotamia, pues habían visitado esos lugares. Ellos sin embargo, le dieron un enfoque totalmente distinto a esta actividad de calcular, elevándola a la categoría de ciencia independiente de las aplicaciones prácticas. La Matemática griega se concentró en las cuestiones esenciales de probar la existencia de los números, figuras planas y sólidos siguiendo el estilo de razonamiento de la filosofía. Ya no se trataba simplemente de aplicar procedimientos particulares a cada caso, mediante el uso de tablas o recetas. Los métodos de trabajo se hicieron más generales. Se puede afirmar que ellos dieron las primeras demostraciones en álgebra, tal cual se consideran hoy en día.

Con el predominio de la Cultura Árabe, en plena edad media, el álgebra floreció espléndidamente. Una vez que las tropas árabes conquistaban pueblos y ciudades, se daba una mezcla interesante entre vencedores y vencidos. Así pues su cultura absorbió los conocimientos matemáticos de los griegos, persas, hindúes,....etc. y los difundió por toda Europa durante siete siglos. Gracias a Los Arabes se introdujo en Europa el sistema de numeración decimal, o arábigo como se le conoce, proveniente de la India. Esto influyó muy positivamente en el desarrollo del álgebra, al simplificar las operaciones aritméticas.

Como en los cuentos de Las mil y una Noches, los matemáticos árabes se reunían en una casa de sabiduría en Bagdad, creada por el Califa Al-Manum, a practicar la Astronomía bajo el cielo estrellado. Uno de ellos, llamado Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi, escribió un tratado de matemáticas que fue estudiado durante siglos por todos los sabios hasta la época del renacimiento. El título de este libro: Al-Jabr se ha immortalizado pues de la deformación del mismo se derivó la palabra ALGEBRA.

La Matemática en el mundo griego.

La Matemática durante la Edad Media : algoristas y abacistas

Hemos visto el gran impulso que alcanzó el álgebra en manos de los matemáticos árabes, quienes usaron en forma regular el sistema de numeración en base 10. Sabemos que los Egipcios ya usaban un sistema de este tipo tres mil años antes de Cristo. Pero los árabes lo tomaron de los hindúes, y le dieron sello su propio al crear los símbolos del 1 al 9 que usamos hoy en día . La palabra cero proviene de sefir que era el nombre dado por los árabes al 0. Luego este nombre se le dio a todos los otros dígitos y de allí proviene la palabra cifra. Por todo esto se le da el nombre a sistema de numeración, y con bastante justicia, de indo-arábigo.

La matemática durante la Edad Media en Europa, sufrió un estancamiento y quizás un retroceso si hacemos una comparación con otros períodos. El espíritu científico, lógico y riguroso de los griegos se esfumó durante aquellos siglos oscuros y no volvió a manifestarse hasta después del renacimiento. La Edad Media abarca un largo espacio en el tiempo de casi mil años, comenzando con la caída del Imperio Romano en el 476 y terminando con la toma de Constantinopla por los Turcos en 1453 . Durante todos estos años se produjeron luchas, epidemias de Peste y persecuciones religiosas que impidieron el avance de la Ciencia en general. Solamente en Francia e Inglaterra la Peste Negra acabó con dos tercios de la población. Las Cruzadas fueron otra plaga que causó un gran atraso en aquellas sociedades al dedicarse un gran esfuerzo y recursos económicos en grandes campañas de fanatismo religioso, y cuyo único legado a la humanidad han sido los mitos, leyendas y novelas de caballería.

Sin embargo no todo fue tan negro como parece. En los primeros siglos, un ejercito de escribanos y monjes en la quietud de los monasterios se dedican a la traducción de las obras clásicas de la Antigüedad, como el *Almagesto* de Ptolomeo y *Los Elementos* de Euclides, del árabe al Latín , preservando de esta manera un patrimonio invaluable para la Humanidad. La ciudad de Toledo en España , fue en esa época un gran centro de estudio, debido a la presencia de matemáticos cristianos, árabes y judíos que servían de traductores. Poco a poco, el Latín pasa a ser la lengua oficial de las Matemáticas. Por otro lado , el auge del comercio , las transacciones financieras y los viajes sirvieron para el desarrollo del álgebra, como una herramienta muy útil, en manos de estos comerciantes, mediante la resolución de problemas de cálculo de interés, cambio de monedas , compra de mercaderías,...etc. De esta manera el álgebra se cultivó tanto en los castillos y cultas iglesias, como en el mercado y la plaza pública. La calculadora de

mano de aquellos hombres era el ábaco. Las operaciones de aritmética eran muy laboriosas, pues no sabían dividir como lo hacemos hoy en día. La razón : Todavía no se usaba el sistema indo-arábigo . Los matemáticos se dividían en dos clases : los algoristas que usaban papel, lápiz y los símbolos árabes, y los abacistas que usaban el ábaco

En el siglo XIII las cosas cambiaron con bastante rapidez. Un matemático italiano de Pisa, llamado Leonardo de Pisa o **Fibonacci**, el mejor de la Edad media, fue el hombre que ganó la batalla en favor de los algoristas. Era hijo de un hombre de negocios que realizó viajes por distintas regiones del Mediterráneo, para traer a Italia mercaderías de lugares exóticos. Fibonacci, quién viajaba al lado de su padre, estudió matemáticas en Egipto, Siria y Grecia . Allí aprendió el uso del sistema de numeración indo-arábigo, su utilización en las operaciones de la aritmética y sus símbolos del 0 al 9. Cuando volvió a Italia escribió un libro llamado *Liber Abaci*, en 1202, cuyo mayor mérito fue la difusión en toda Europa del sistema de numeración decimal.

El Nombre de Fibonacci está ligado a los conejos, en una forma bastante curiosa. En uno de los problemas del *Liber Abaci*, proponía calcular el número de parejas de conejos que se pueden obtener en un año, comenzando con una pareja inicial, y con la condición de que cada pareja da origen a otra al reproducirse cada mes. Además, cada nueva pareja comienza a reproducirse a los dos meses de haber sido creada. El número de parejas por mes, da origen a la sucesión : 1,1,2,3,5,...etc., en donde cada término es igual a la suma de los dos anteriores. Esta famosa sucesión llamada **Sucesión de Fibonacci**, ha sido estudiada durante siglos por los matemáticos y tiene una serie de propiedades asombrosas. La misma aparece en gran cantidad de problemas de diversa índole como el crecimiento de los organismos, la telefonía y la genética. ¿ Puede el lector calcular el número de parejas de conejos al final de un año ? Si consigue el resultado correcto, se sorprenderá bastante por su alta tasa de crecimiento, y quizás comience a criar estos animalitos.

El Algebra en Italia durante el renacimiento

La Matemática durante el renacimiento italiano, etapa que se inicia con la toma de Constantinopla por los Turcos en 1453, tuvo un avance muy importante en relación con el lento desarrollo de la Edad Media. Por un lado la invención de la imprenta trajo

consigo una proliferación de textos impresos en matemáticas, que circularon por toda Europa. Por otro lado hubo un interés especial por las ciencias y las artes como expresión del conocimiento y la sensibilidad humana, al entrar en contacto la cultura Europea, medieval y Cristiana, con el mundo antiguo de Grecia. El centro mas importante de actividad matemática en el siglo XV fue sin duda alguna la península itálica.

El problema fundamental que se plantearon los algebristas durante este período fue la resolución de la ecuación cúbica. Para dar una idea de la dificultad de este problema , consideremos el siguiente ejemplo : Si un número se eleva al cubo, esto es se multiplica por si mismo tres veces y luego se le suma 9 veces dicho número y el resultado es 100, entonces ¿ Puede el amigo lector hallar dicho número ?. Cuando este problema lo planteamos en símbolos algebraicos, tendremos entonces una ecuación cúbica o de tercer grado. La ecuación de segundo grado ya era conocida por los babilonios, quienes hallaron soluciones particulares. Los matemáticos griegos fueron los primeros en dar fórmulas generales, usando raíces cuadradas, para resolver la famosa ecuación de segundo grado, tal cual se estudia hoy en día en 9no. grado. Sin embargo fueron incapaces de resolver el problema de la cúbica. Por cierto, la solución al problema planteado es 4. ¿ Cómo llegaron los matemáticos a obtener una fórmula para resolver este tipo de problemas ? Es una historia apasionante llena de violencia , intrigas y envenenamientos muy típica de la época renacentista, en donde vemos pasar a Curas , Cardenales, jugadores, brujos , algebristas y herejes .

Las cosas se inician cuando Geronimo Cardano, publica un libro de álgebra en 1545, titulado *Ars Magna*, en donde presenta la solución de la ecuación cúbica. El mundo quedó tan sorprendido por este singular descubrimiento, que Cardano, quien era un médico consagrado al servicio de un Cardenal, pasa a ser el matemático mas famoso de su época. Se puede decir que a partir de la publicación de dicho libro nace el álgebra moderna. Gerónimo Cardano ocupó el cargo de profesor en las Universidades de Bolonia y Milán. Los métodos empleados por Cardano para resolver la cúbica son bastante ingeniosos y están basados en completación de cuadrados y cambios de variables.

Sin embargo, no todo el mérito en este genial descubrimiento fue de Cardano, pues el mismo confiesa en su libro, que otro matemático Italiano : Niccolo Tartaglia, le había ayudado en esta tarea. Tartaglia se enfureció con Cardano por la publicación de la

solución, pues este había jurado mantenerla en secreto. Un alumno de Cardano, Ludovico Ferrari acusó públicamente a Tartaglia de ser un tramposo. Ferrari fue el descubridor de la fórmula para resolver la ecuación de cuarto grado y murió envenenado por su hermana. Pero continuemos nuestra historia...

Inmediatamente se caldearon los ánimos y se establecieron bandos opuestos que apoyaban a cada uno de los oponentes, reclamando para sí la paternidad del descubrimiento. Hubo una guerra de panfletos y cartas muy airadas, que conmocionaron al mundo matemático. La controversia se complicó aún más, cuando se supo que el verdadero padre de la idea era Scipione del Ferro, un profesor de matemáticas en Bolonia. Nunca se supo como ni cuando descubrió la solución de la ecuación cúbica, pues nunca publicó algún resultado. Pero antes de morir le comunicó todo el secreto a su alumno Antonio María Fior.

Esta noticia cayó como una bomba e inmediatamente se estableció un torneo para dilucidar quien era el verdadero descubridor. Así pues se enfrentaron Tartaglia y Fior en un concurso de ecuaciones, bajo las siguientes reglas : cada concursante debía proponer treinta ecuaciones cúbicas a su oponente para ser resueltas en un período de tiempo determinado. Cuando llegó el día del concurso todo el mundo se aglomeró en la plaza pública para observar a los matemáticos trabajando en unos grandes pizarrones. Tartaglia cautivó a la multitud con sus grandes habilidades y ganó la prueba, pues pudo resolver todas las ecuaciones planteadas. Por su parte, el pobre Fior no pudo resolver ninguna. ¿Como se las ingenió Tartaglia para vencer a su oponente ? En todas las ecuaciones propuestas por Tartaglia, había que usar números negativos y Fior no sabía nada acerca de estos números misteriosos. ¿ Magia o Ingenio ?

El Algebra Sincopada.

La Matemática tiene su propio lenguaje de números, símbolos, gráficos,...etc. que permite expresar las ideas en forma muy precisa. Gracias a este lenguaje se pueden comunicar los matemáticos de todo el mundo, independientemente del idioma que hablen. Esto sin duda es una gran ventaja. La música también es un lenguaje Universal, y aprender a leer música es un proceso lento, que puede llevar muchos años de estudio. Para ejecutar una pieza de música, se requiere aprender a leer las notas, las pausas, las

tonalidades y los tiempos en el pentagrama. No existe una manera fácil de expresar la música de una sinfonía o un vals, sin usar las partituras.

Algunos detractores de la matemática, la culpan de ser demasiado complicada para entenderla por los simples mortales y dicen que los matemáticos somos personas que perdemos el tiempo inventando cosas sin sentido que nadie comprende. Una vieja leyenda dice que una vez Alejandro El Grande le solicitó a Euclides que le explicara en forma sencilla la geometría, a lo cual este le respondió “ *No existe un camino real para la Geometría* ”. Esta frase encierra un profundo sentido de respeto hacia la matemática como expresión suprema del pensamiento humano. Nadie inventó la matemática, esta existe gracias a la genialidad de muchos hombres de todas las épocas, que fueron mejorándola poco a poco hasta convertirla en una ciencia de proposiciones bellas y elegantes, que sirve de modelo para todas las demás ciencias.

El lenguaje matemático se fue desarrollando durante varios siglos. En un principio sólo existían los números y las palabras. Los matemáticos árabes como Al-Kwarizmi y Al-Kashi no usaban letras para, designar números, en sus libros de álgebra. Todos los procedimientos se explicaban mediante palabras. A partir del siglo XV comienzan a aparecer los primeros símbolos matemáticos en una etapa intermedia conocida como álgebra sincopada. Por ejemplo, los matemáticos italianos del renacimiento usaban la letra “p” para indicar una suma y “m” para indicar una resta. Para indicar la incógnita usaban la palabra “la cossa “. Es en el siglo XVI cuando se comienza a utilizar los signos “+” y “-“ para la suma y la resta. También en esa época se comenzó a usar el signo “= “ para la igualdad. Muchos docentes de matemáticas hoy en día, pretenden enseñar en pocas horas de clase, toda una simbología que tardó varios siglos en desarrollarse. Esto produce un rechazo automático hacia la matemática por parte de los estudiantes y con justa razón.

Un matemático destacado en este período fue el Jesuita alemán Christoforus Clavius, algebrista y astrónomo, quien publicó unas de las primeras tablas de trigonometría. A él debemos el uso del punto para separar los decimales. Fue amigo de Copérnico y del Papa Gregorio XIII. Clavius fué uno de los asesores del Papa en la elaboración del Calendario Gregoriano. Por cierto que, muy poca gente sabe que la obra original de este célebre matemático se encuentra en nuestra ilustre Universidad de Los Andes. Gracias al empeño de los Jesuitas en traer la cultura y la Ciencia a Mérida, tenemos tres tomos

voluminosos de la obra de Clavius en la Biblioteca de libros antiguos de la ULA. Aquellos que no dominen bien el latín, ni intenten acercarse a ella.

El lenguaje moderno del álgebra, se debe en gran parte en la obra del matemático francés Francisco Vieta (1540-1610). En su libro *Algebra* aparece por vez primera esta álgebra sincopada, que sería el paso previo al álgebra simbólica. Vieta fué un matemático por accidente, pues aprendió esta ciencia en sus ratos libres. Tuvo una brillante carrera como jurista, miembro del Parlamento de Bretaña y asesor del rey Enrique IV. Uno de los grandes aportes de Vieta se dio en una nueva ciencia que recién comenzaba llamada Criptografía. Esta consiste en el arte de cifrar los mensajes secretos y descifrar los del enemigo. Durante la guerra contra España, Vieta fue capaz de descifrar las cartas que enviaba en clave el Rey Felipe II a la corte de Enrique IV. El Rey Felipe se dirigió indignado ante al Papa, acusando a los franceses de usar Magia Negra para hacer algo que era humanamente imposible. El Papa entonces se mostró muy preocupado ante el Rey Felipe II, pero no tanto como se esperaba, pues sus propios asesores del Vaticano llevaban treinta años descifrando el código de los españoles !