

# Las cuatro operaciones en la

**Escuela Básica.**

**Método de Singapur.**

**Por**

**Francisco Rivero Mendoza.**



Mérida 11 de febrero de 2016.

## Contenido

Introducción.....	4
El Método Singapur.....	7
Destrezas básicas.....	9
De lo concreto a los dibujos.....	10
Sumas y restas sin el algoritmo clásico.....	10
Problemas de palabras.....	14
Modelos visuales. Modelos de Barra.....	14
<b>Conociendo los números.....</b>	<b>18</b>
Conociendo los números.....	19
Desarrollando los conceptos básicos.....	19
Descomponiendo los números.....	20
Recomposición.....	22
Manejo de la cadena numérica.....	23
Conjuntos de diez y de cien.....	26
<b>Vocabulario y símbolos matemáticos.....</b>	<b>30</b>
<b>Sumando decenas completas.....</b>	<b>31</b>
La Resta.....	32
<b>Primeros pasos.....</b>	<b>34</b>
<b>Vocabulario y símbolos matemáticos.....</b>	<b>35</b>
<b>Los Algoritmos de suma y resta.....</b>	<b>36</b>
<b>La tabla de la suma.....</b>	<b>37</b>
<b>El algoritmo de la resta.....</b>	<b>41</b>
<b>Los Primeros pasos.....</b>	<b>44</b>
<b>La tabla de multiplicar.....</b>	<b>46</b>
<b>Juego didáctico (para dos jugadores).....</b>	<b>47</b>
<b>Multiplicación por dos cifras.....</b>	<b>48</b>
<b>La división.....</b>	<b>50</b>
<b>Los primeros pasos.....</b>	<b>51</b>
<b>El Algoritmo de división.....</b>	<b>53</b>
<b>Otros Métodos de división.....</b>	<b>55</b>

Usando las tablas para las operaciones. ....	57
Descomposición de un número en sus unidades decimales.....	57
Otros métodos de sumar. ....	59
Otros Métodos de restar.....	62
La Multiplicación .....	66

## Introducción.

La enseñanza de la matemática en la escuela primaria es un tema que posee mucha relevancia en la formación de los individuos para adaptarse a la sociedad y prepararse para el trabajo. Tema interesante desde todo punto de vista y más aún desde el punto de vista pedagógico, por estar inmerso en un mundo cambiante de nuevas concepciones y cambios de paradigmas, donde la tecnología va ocupando espacios privilegiados en nuestra vida.

Si nos enfocamos en los primeros cuatro años de la etapa primaria, vemos que los procesos del cálculo numérico constituyen el eje central del currículo, siendo uno de los objetivos principales el correcto dominio de los algoritmos que rigen las cuatro operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división.

El proceso de enseñanza- aprendizaje de estos conceptos presenta grandes retos tanto para el niño como para el profesor. El desarrollo del pensamiento matemático es un proceso lento y laborioso que debe ser abordado con métodos adecuados con una buena formación por parte del docente para garantizar un buen desempeño.

Afortunadamente, gracias al avance de la tecnología de informática, vivimos en un mundo lleno de dispositivos como los cajeros automáticos, pantallas digitales, impresoras, fotografías, televisión, videos, calculadoras, cifras, consolas de video juegos cibernéticos,...etc. en donde se manejan muchos símbolos, imágenes y códigos. Parece que nuestra vida gira en torno, y sería inconcebible, sin el sofisticado aparataje éste, al cual están sometidos los niños desde que tienen uso de razón en sus primeros años de edad. El uso de estos dispositivos, ciertamente facilita la adquisición de un lenguaje matemático básico. Todos estos elementos son herramientas poderosas para ayudar al docente en su metodología.

Sin embargo, pudieran surgir dudas en cuanto al qué enseñar. Algunos pudieran preguntarse sobre la necesidad de emplear tiempo y esfuerzo en enseñar a los niños a sacar cuentas con papel y lápiz, teniendo hoy en día el poder y la disponibilidad, por parte de toda la población, de calculadoras, tabletas y teléfonos inteligentes. Sería como irse a pie desde nuestra casa al trabajo teniendo un carro en el garaje o un medio de transporte público. Aquella época en que uno iba al abasto o la carnicería a realizar unas compras y al final el tendero sacaba su lápiz y hacía unos cálculos sobre el papel de estraza ya es cosa del pasado. La tecnología ahora se encarga de hacer los cálculos por nosotros de manera rápida, confiable y exacta.

Recordemos al lector que la enseñanza tradicional se basa en el manejo de los algoritmos para las cuatro operaciones. Un algoritmo es un procedimiento para obtener un resultado, a partir de unos datos, mediante una serie de pasos bien establecidos. Dichos algoritmos se basan en las propiedades de los números (asociatividad, conmutatividad y distributividad) y la descomposición de los mismos en el sistema decimal.

Volviendo a lo anterior nos preguntamos ¿Qué deben enseñar los maestros en los cuatro primeros años de la primaria? ¿Vale la pena que los niños pasen horas y horas aprendiendo a sacar cuentas con papel y lápiz? Por supuesto que el tema no es nuevo y ya se han hecho estudios al respecto por parte de algunos investigadores, como Gómez Alonso (1988), quien plantea:

*La tragedia del algoritmo estándar en la escuela ha llegado de la mano de la calculadora de bolsillo. Lo que para todo el mundo era un elemento crucial de cualquier currículo hace 20 años, ha empezado a ser considerado como algo que va perdiendo importancia al mismo ritmo que aumenta el interés por el cálculo mental y estimativo.*

En favor de los cálculos mentales y estimativos se pueden decir algunas cosas a favor y otra en contra.

- Son más libres, dinámicos y creativos.
- Son personales.
- Son de tipo constructivista.
- Son efímeros.
- Son muy variados y abundantes.
- Son de tipo conceptual.

Hay autores que defienden el uso de los algoritmos clásicos, basados en la siguiente lista de argumentos que los justifican (Gómez Alonso 1988).

- Escritos. Permanecen sobre el papel y pueden ser corregidos.
- Regulares o estándar. Todo el mundo los hace igual.
- Automáticos.
- Generales.
- Tradicionales.

En estas notas se presenta un enfoque mixto sobre el tema. Presentaremos los algoritmos clásicos, para las cuatro operaciones, de manera transparente poniendo de relieve las propiedades algebraicas de los números y la estructura del sistema decimal.

En cuanto a la metodología, usaremos referentes concretos para los números, como personas, animales, frutas, árboles y cosas de uso diario. Los elementos pictóricos jugarán un papel fundamental en el desarrollo del tema.

El libro está dividido en tres partes. En la primera parte damos una exposición del Método de Singapur para trabajar las operaciones, así como también algunos modelos visuales para resolver problemas de palabras. La segunda parte es un tratamiento moderno de los algoritmos en varias etapas, comenzando con primeros procesos mentales de descomposición y recomposición de los números. En la tercera parte se trabaja con el método de las tablas.

## **El Método Singapur.**

La enseñanza de los primeros conceptos matemáticos en los niños de primero y segundo grado es un proceso complejo que ha sido objeto de investigación por parte de los expertos. El principal problema es la introducción a muy temprana edad de los símbolos de la matemática, condición necesaria esta, para llegar a tener un pensamiento abstracto. Un currículo sobrecargado de símbolos extraños, algoritmos y procesos matemáticos puede crear en el niño un temor y desconfianza hacia esta ciencia que puede durar toda la vida.

De estos estudios se han originado varios métodos y teorías. Uno de los más exitosos es el **Método de Singapur** (Singapore math) es un método de enseñanza basado en el currículo de matemáticas de Singapur, usado en la etapa Kínder- Sexto grado. El término fue acuñado en los Estados Unidos para describir este nuevo enfoque, para enseñar menos contenido matemático con mayor detalle y el empleo del método de los tres procesos o etapas para el aprendizaje. Las tres etapas son: concreto, pictórico y abstracto.

En la **Etapa de Materiales Concretos** el niño emplea objetos como clips, cubos, fichas,...etc.

En la **Etapa de dibujos** representa en el plano estos materiales concretos.

En la **Etapa de abstracción**, resuelve problemas usando símbolos, números y diagramas.

Historia:

El desarrollo del Método Singapur comenzó en a comienzos de los 80, cuando el Ministro de Educación del país propuso que se escribieran textos de matemáticas adaptados al país y que se enfocaran en resolver problemas con modelos heurísticos. Antes Singapur usaba textos de otros países. Los primeros textos aparecen en 1982 y han sido revisados en 1992 poniendo énfasis en la resolución de problemas. Los libros han sido publicados comercializados por compañías privadas como Marshall Cavendish.

Fuera de Singapur estos textos han sido adaptados para las escuelas de los Estados Unidos, Canadá, Israel, reino Unido y otros países.

Después de aplicar su método Singapur ha alcanzado unos logros impresionantes en materia educativa. Una mejora sustancial en su desempeño en matemáticas y ciencias ha colocado a este país en el primer lugar del ranking entre los estudiantes de cuarto y octavo grado, en los años 1995, 1999 y 2003. Un estudio de carácter mundial ha colocado a los estudiantes de Singapur de 15 años, en el segundo lugar después de los de Shanghái (China) en 2009 y 2012.

Nota: En los años 60 el psicólogo norteamericano Jerome Bruner estableció una teoría según la cual la gente aprende en tres etapas básicas: a través de la manipulación de objetos reales, usando imágenes y empleando símbolos. Según Bruner “Claramente los símbolos son el más misteriosos de los tres”.

Referencias:

BBC (December 2, 2013). "Can the Singapore method help your children learn maths?"

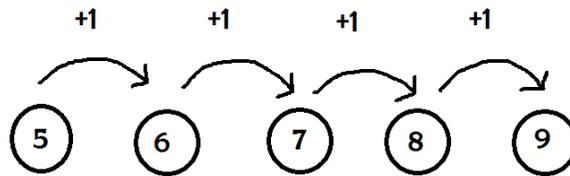
<http://www.bbc.co.uk/skillswise/0/24925787>.

## Destrezas básicas.

En un primer nivel el estudiante debe adquirir las destrezas básicas necesarias para poder dominar las cuatro operaciones.

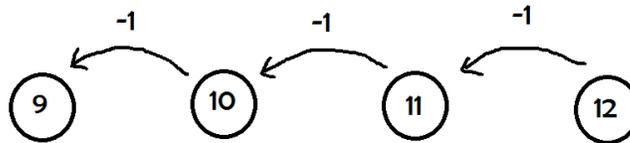
1. El método de contar hacia adelante para sumar: Para sumar dos números contar de uno en uno usando un diagrama (línea numérica)

Ejemplo:  $5 + 4 = 9$ .



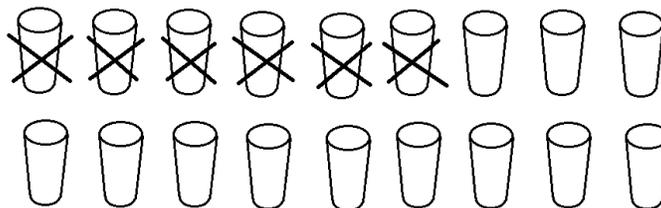
2. El método de contar hacia atrás para restar. Se cuentan tantos unos hacia atrás como indique el sustraendo.

Ejemplo:  $12 - 3 = 9$ .



3. Método de eliminación (Tachar figuras). Este es un método bastante útil para restar. El sustraendo de una resta indica el número de veces que debemos tachar una figura. El resultado de la resta es igual al conteo de figuras que quedaron sin tacha.

Ejemplo:  $18 - 6 = 12$ .



### De lo concreto a los dibujos.

Usaremos un modelo de tipo visual para representar los números. En un principio cada número se representa por un conjunto de cuadrados. Así pues, el número 5 se representa:



Cuando se hacen las primeras sumas los cuadrados se unen para formar barras. Así pues el resultado de sumar  $8 + 2$  se expresa



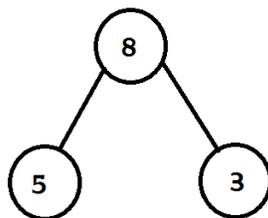
El uso del color, permite diferenciar los dos sumandos.

### Sumas y restas sin el algoritmo clásico.

Todo número se puede descomponer en sus partes. También se puede seguir el proceso inverso de recomposición cuando se dan las partes. Estos procesos de armar y desarmar nos dan métodos bastante efectivos para la suma y la resta.

1. Suma simple:

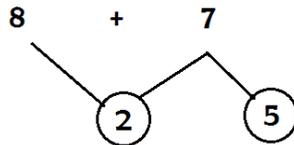
Ejemplo: la suma  $5 + 3 = 8$  y las restas  $8 - 3 = 5$ ;  $8 - 5 = 3$ , se visualizan con el dibujo:



2. Suma con resultado mayor o igual a 10.

En este caso se descompone el sumando menor en dos partes, siendo una de ellas lo que le falta al sumando mayor para llegar a 10.

Ejemplo:  $8 + 7 = 15$ .



$$8 + 7 = 8 + 2 + 5.$$

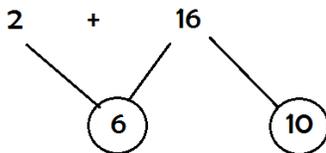
$$= 10 + 5$$

$$= 15.$$

3. Suma con uno de los sumandos mayor que 10.

En este caso, el sumando mayor se descompone en un diez más otro sumando. Luego se suman aparte los sumando menores.

Ejemplo:  $2 + 16$ .



$$2 + 16 = 2 + 6 + 10$$

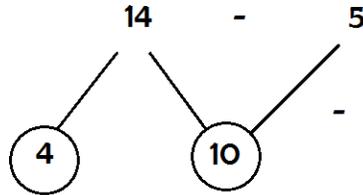
$$= 8 + 10.$$

$$= 18.$$

#### 4. Resta con sustraendo menor que 10.

En este caso el minuendo (un número mayor que 10) se descompone. El sustraendo se resta de diez.

Ejemplo:  $14 - 5$ .



$$14 - 5 = 4 + 10 - 5.$$

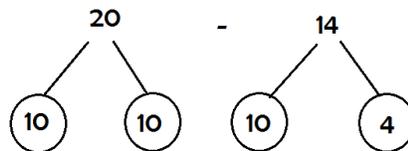
$$= 4 + 5.$$

$$= 9.$$

#### 5. Resta con dos dígitos.

Se descomponen tanto el minuendo como el sustraendo en dos partes. Luego se hace una doble resta. Al final se suman los resultados.

Ejemplo:  $20 - 14$ .



$$10 - 10 = 0.$$

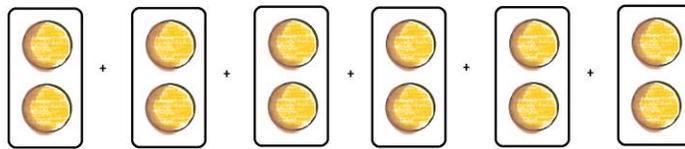
$$10 - 4 = 6.$$

$$0 + 6 = 6.$$

6. Sumas repetidas para multiplicar.

La multiplicación de dos números se expresa como varias sumas de un mismo número. Hay 6 niños en la clase y cada uno tiene dos galletas. ¿Cuántas galletas hay en total?

Ejemplo:  $6 \times 2$

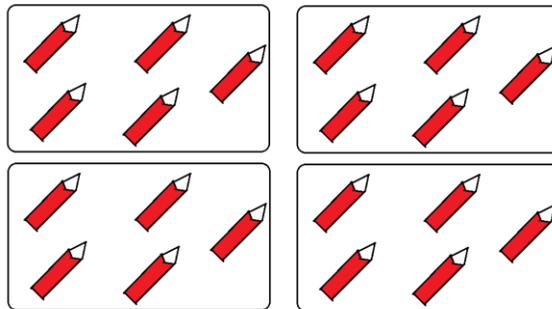


$$6 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2.$$

$$= 12.$$

7. Agrupar en paquetes iguales para dividir.

La división se hace dividiendo en paquetes. Hay 20 creyones para repartir entre 5 niños ¿Cuánto le corresponde a cada niño?



$$20 \div 5 = 4$$

## **Problemas de palabras.**

En el Método de Singapur los problemas de palabras aparecen bien temprano en la exposición y ocupan una parte esencial dentro del todo. Es un método holístico de carácter integral en donde se trabajan las etapas de aprendizaje de manera simultánea para lograr un aprendizaje significativo de los conceptos.

Recordemos que en un enfoque clásico, este tema ocupaba el final de la secuencia lineal

- Contar
- Manejo del sistema decimal.
- Operaciones
- Algoritmos
- Problemas de palabras.

Se propone entonces una metodología integradora en donde se muestre la relación entre los temas de tal manera que el niño pueda entender los procesos lógicos detrás de los algoritmos, manejar la simbología, sepa plantearse y resolver problemas. Esto último siguiendo unos métodos claros y transparentes que le permitan ensayar diversas estrategias.

## **Modelos visuales. Modelos de Barra**

Cada número se representa mediante una barra. El tamaño de la barra dependerá del número. Esta herramienta será de mucha utilidad en la solución de los problemas de palabras. La ventaja es que se visualizan mejor las variables que intervienen en el problema, las operaciones, los resultados obtenidos y los procesos de cálculo en un solo diagrama.

### 1. Modelo de suma.

**Problema:** Pedro tiene 7 caramelos y María tiene 5 caramelos. ¿Cuántos caramelos tienen entre ambos?



$$7 + 5 = 12$$

### 2. Modelo de resta.

Usamos barras para restar. La barra completa será el minuendo y una parte de ella será el sustraendo.

**Problema:** Juan y Pedro tienen juntos 15 carritos. Pedro tiene 6 carritos. ¿Cuántos carritos tiene Juan?



### 3. Modelo comparativo.

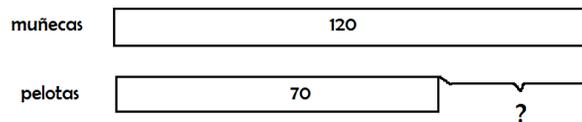
Hay problemas en donde se comparan cantidades desiguales y se pide hallar la diferencia entre ellas. Se expresan estas situaciones mediante una pregunta hecha con un tipo de oración comparativa. El comparativo de superioridad viene dado por la frase adverbial “más que”. Hay que dividir en dos casos las posibles situaciones, para poder formular la pregunta de manera correcta en español.

A) Cuando se trata de cantidades del mismo tipo pertenecientes a conjuntos distintos, tipo la pregunta sería ¿Cuántos x tiene A más que B?

Por ejemplo ¿Cuántos caramelos tiene María más que Ana?

B) Cuando se comparan cantidades de distinta naturaleza dentro de un conjunto A, habría que hacer la pregunta ¿Cuántos x tiene A, más que y? o bien ¿Cuántos x hay más que y, dentro de A?

Por ejemplo En el salón de clases hay 120 muñecas y 70 pelotas ¿Cuántas muñecas hay en el salón, más que pelotas?

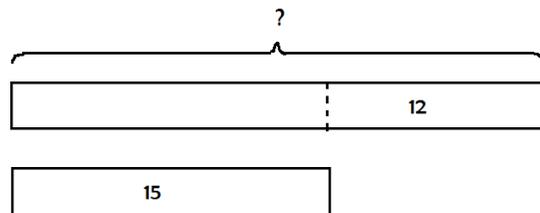


$$120 - 70 = 50.$$

#### 4. Modelo comparativo con diferencia.

En este modelo se trata la situación inversa del modelo anterior. Se comparan cantidades desiguales A y B. Pero ahora se conoce la cantidad menor B y se pide hallar la cantidad mayor A, conociendo la diferencia entre ambas.

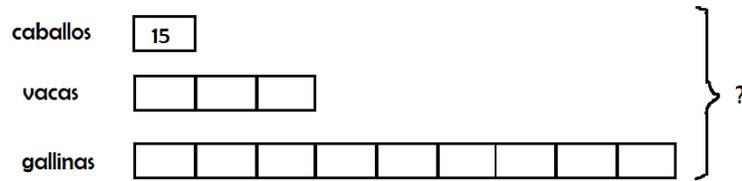
Ejemplo. Luis y la maestra están guardando los libros del salón en dos cajas. La maestra tiene en su caja 12 libros más que Luis. Si Luis tiene 15 libros en su caja, ¿Cuántos libros tiene la maestra en su caja?



$$12 + 15 = 27.$$

#### 5. Modelo multiplicativo.

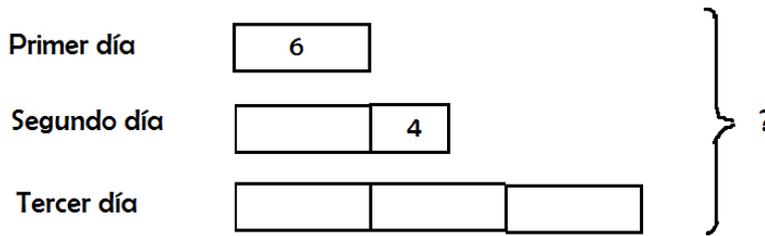
En una finca hay 5 caballos. En el potrero hay tres veces más vacas que caballos. También hay tres veces más gallinas que vacas. ¿Cuántos animales hay en la finca?



$$13 \times 15 = 195$$

6. Modelo con multiplicación y diferencia.

El primer día de clases los niños compraron seis helados. El segundo día de clases compraron cuatro helados más que el primer día. El tercer día de clases compraron tres veces más (el triple) que el primer día. Cuantos helados han comprado en estos tres días.



$$5 \times 6 + 4 = 30 + 4$$

$$= 34.$$

# Conociendo los números



## **Conociendo los números.**

### **Desarrollando los conceptos básicos.**

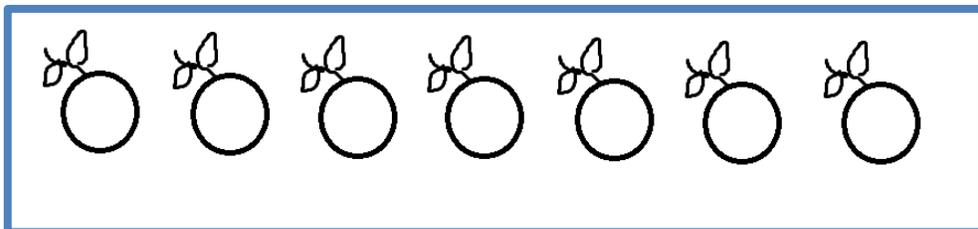
Antes de pasar a estudiar los correspondientes algoritmos de la suma y la resta, es preciso desarrollar en el niño una serie de destrezas que tienen que ver con la comprensión de los números naturales.

Es un trabajo complejo dentro del aula, cuyo objetivo principal es la adquisición, por parte del niño, de unas destrezas y cálculos mentales, que le permitirán abordar con éxito las siguientes etapas. El tratamiento de lo visual, auditivo, cinético y sensorial, como medios de representación es fundamental. Estas seis destrezas son las siguientes

- 1) Descomponiendo los números.**
- 2) Armar los números.**
- 3) Manejo de la cadena numérica.**
- 4) Formando grupos de 10 y de 100.**
- 5) Descomponiendo en decenas y centenas.**

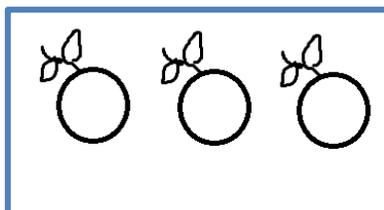
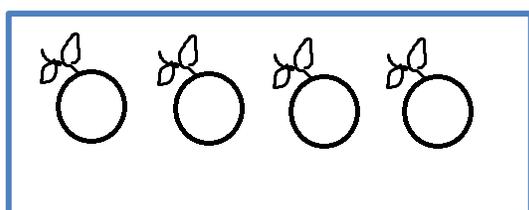
## Descomponiendo los números

1) ¿Cuántas naranjas hay?



Hay \_\_\_\_ naranjas.

2) Hay 4 amarillas y 3 verdes. Coloréalas.



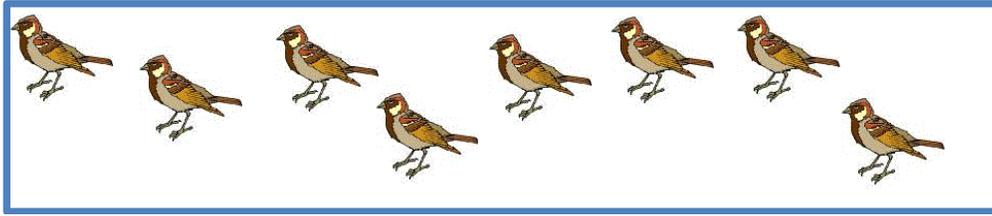
\_\_\_\_ amarillas y \_\_\_\_ verdes.

3) ¿De dónde salen los árboles de naranja?

4) Escribe una historia en donde hay 5 naranjas.

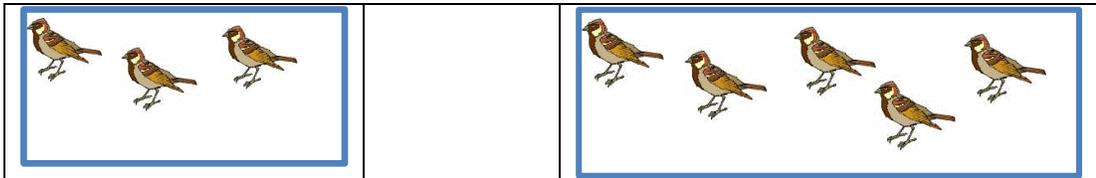
Four horizontal lines for writing a story, with an arrow pointing to the right on the third line.

### 3. ¿Cuántos pájaros hay?



Hay \_\_\_\_ pájaros.

- 1) Hay tres pájaros a la izquierda y 5 pájaros a la derecha. Cuéntalos a todos.



\_\_\_\_ a la izquierda y \_\_\_\_\_ a la derecha.

- 2) Este pájaro se llama Copetón. ¿Qué comen los copetones?
- 3) El copetón hace su nido en los árboles de Cívaro. ¿Conoces ese árbol?



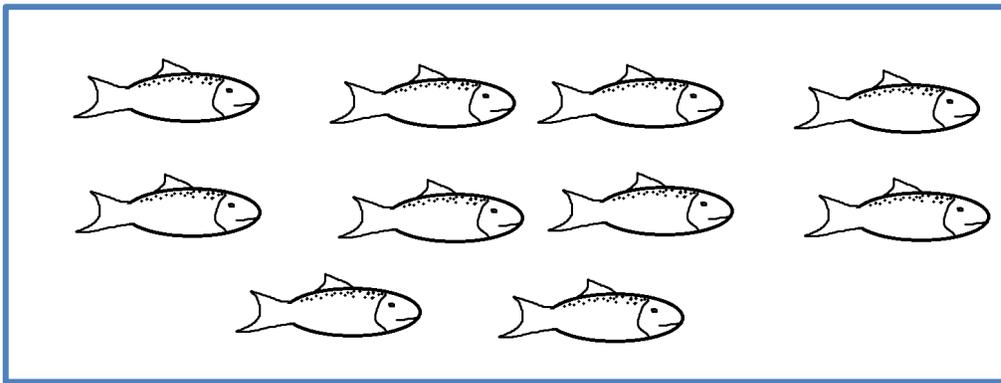
## Recomposición.

Recomposición de números, mostrando la parte complementaria a 10.  
En este tipo de actividad el niño debe ser capaz de armar o recomponer el número a partir de sus unidades básicas. Se introduce aquí la noción de la adición y sustracción al restar de 10 el número.

Pasos a seguir:

1. El niño colorea las figuras.
2. Responde a las preguntas.

¿Cuántas truchas hay en la laguna?



Hay  truchas.

Colorea 4 truchas azules.

Hay  truchas azules.

¿Cuántas quedan sin colorear?

## Manejo de la cadena numérica.

En las primeras etapas del aprendizaje, el niño debe ser capaz de contar desde uno en adelante, hasta diez o cien, sin interrupción, recorriendo la cadena numérica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Una actividad importante es empezar contar, a partir de un cierto número y terminar una cantidad de números más adelante. Por ejemplo: contar 7 números a partir del 13.

11	12	13	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
----	----	----	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

También debe practicarse, recorrer la cadena numérica en orden inverso o contar hacia atrás. Por ejemplo, a partir de 28 contar cuatro números hacia atrás.

21	22	23	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	28	29	30
----	----	----	-----------	-----------	-----------	-----------	----	----	----

Finalmente, para simplificar las operaciones, el niño debe aprender a contar de dos en dos, de cinco en cinco, de diez en diez,...etc. Este proceso de establecer hitos en la cadena numérica tiene su equivalente en el conteo de fichas, tacos u otro material concreto y debe ser estudiado con bastante frecuencia.

### Importante para el docente.

Mediante este tipo de ejercicio se introduce con bastante facilidad la suma y la resta, sin el algoritmo.

### Actividad 3. La ranita se come al grillo.

#### 1. Saltando hacia adelante.

The first number line shows a frog at position 1 and a grasshopper at position 6. The question 'Cuantos saltos?' is followed by a box for the answer.

The second number line shows a frog at position 4 and a grasshopper at position 8. The question 'Cuantos saltos?' is followed by a box for the answer.

#### 2. Saltando hacia atrás.

The first number line shows a grasshopper at position 1 and a frog at position 8. The question 'Cuantos saltos?' is followed by a box for the answer.

The second number line shows a grasshopper at position 4 and a frog at position 10. The question 'Cuantos saltos?' is followed by a box for the answer.

**Juego didáctico.** (Entre dos y cinco niños)

Materiales: Un mazo de cartas numeradas del uno al diez. Fichas de colores distintos. Una cadena numérica desde el uno al cincuenta.

**Reglas:**

- **Cada niño toma una ficha y la coloca en el uno.**
- **Tomando turnos, los niños van sacando las cartas, que han sido barajeadas.**
- **Cada niño avanza hacia adelante, tantos espacios como indique la carta seleccionada.**
- **El primero que llegue hasta el número cincuenta (La Meta) gana el juego.**

## Conjuntos de diez y de cien.

En las primeras etapas se deben formar conjuntos de cosas como una manera de agrupar las cantidades. Entonces el estudiante deberá recortar y pegar en bloques de diez y de cien. Una vez que se conozcan los agrupamientos, se usan para contar más fácilmente.

Aquí se introducen nuevos esquemas de cálculo, como son las tablas de descomposición de las unidades, que serán de mucha ayuda cuando se estudie la suma.

El niño debe ser capaz de descomponer cualquier número menor que mil en unidades, conjuntos de 10 y de 100. También debemos ejercitar el proceso inverso de composición de un número, conociendo sus unidades.

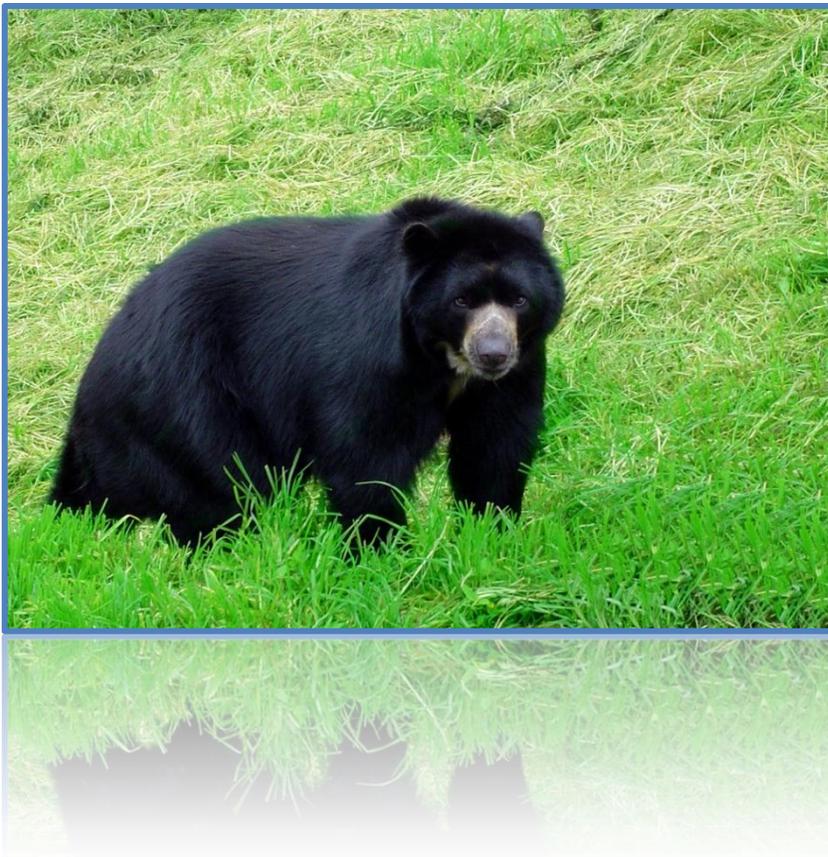
Finalmente, en estos ejercicios practicamos también la sustracción y su efecto sobre la descomposición en unidades.

Nota: De acuerdo a mi experiencia personal con los docentes, las palabras decena y centena, son muy poco usadas en el entorno del niño. En la vida diaria casi nadie las usa. Uno puede ir a cualquier panadería y pedir “una decena de panes” y nadie nos entenderá. Entonces no tiene sentido complicar aún más la matemática con estos términos casi arcaicos, representando una carga adicional en términos de vocabulario técnico que en nada mejoran las destrezas matemáticas, los cuales no son imprescindibles para la comprensión de los conceptos.

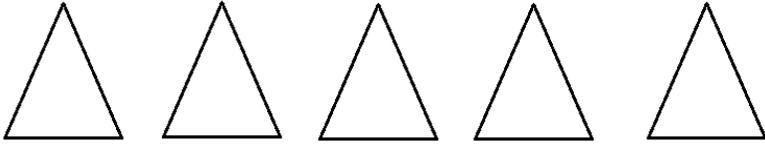
Estoy totalmente de acuerdo en que la riqueza de nuestra lengua castellana, la cual nos identifica como nación, nos llena de orgullo y debemos preservarla como un preciado tesoro. Sin embargo, palabras como decena, centena, décadas, trienio, leguas, fanegas, centurias, decimonónico, secular, milenio, siglos, lustros, quincuagésimo, sesquicentenario...etc. deben tratarse en las clases de castellano.

# La Suma

- ✿ **Primeros pasos.**
- ✿ **La tabla de la suma.**
- ✿ **El algoritmo de la suma.**
- ✿ **Otros métodos.**



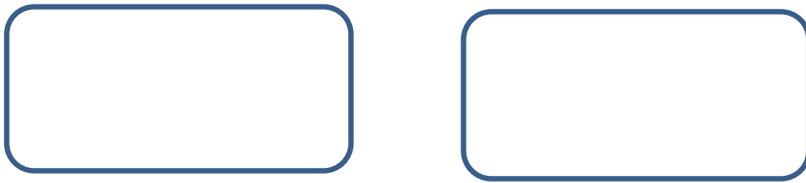
1. Colorea y resuelve.



Hay dos triángulos azules. También hay tres triángulos amarillos. ¿Cuántos triángulos hay?

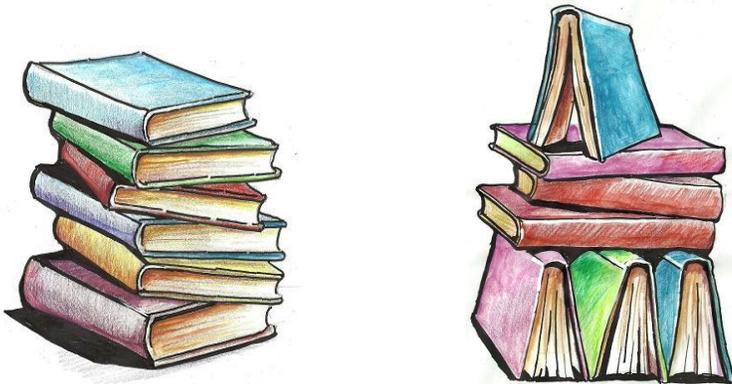
---

2. Dibuja, como haces para tener 9 pelotas.

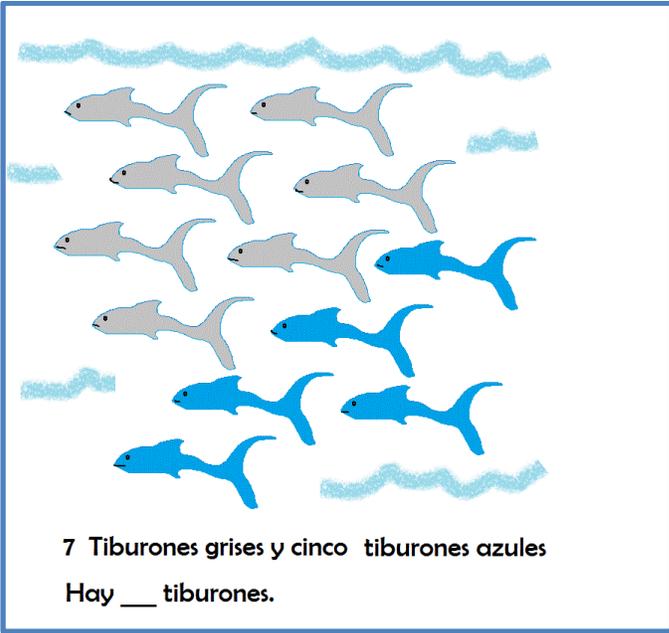


\_\_\_\_\_ pelotas                      y                      \_\_\_\_\_ pelotas                      9 pelotas.

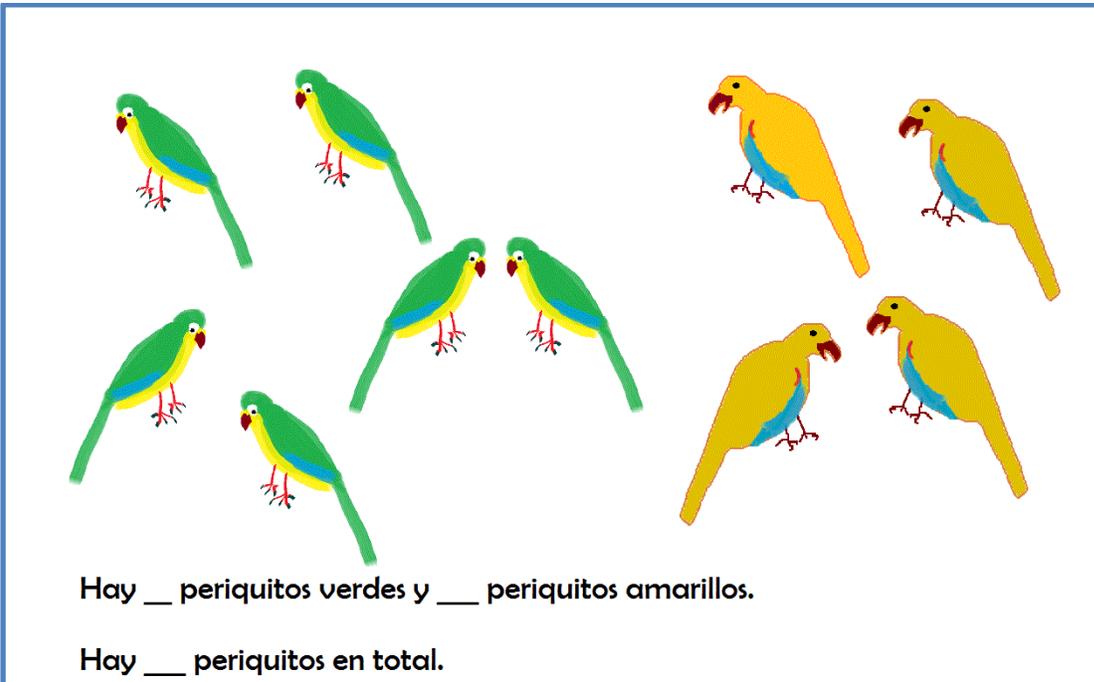
3.



Hay \_\_\_ libros más \_\_\_ libros = \_\_\_\_\_ libros



7 Tiburones grises y cinco tiburones azules  
Hay \_\_\_ tiburones.



Hay \_\_\_ periquitos verdes y \_\_\_ periquitos amarillos.

Hay \_\_\_ periquitos en total.

## Vocabulario y símbolos matemáticos.

3 monos y otros 2 monos

3 + 2 = 5

mas es igual a

3 + 2 = 5 es una suma

### Nota para el docente.

Es importante trabajar la suma usando distintos sistemas de representación semiótica. Primero trabajamos con material concreto y luego usamos las palabras del español. Finalmente empleamos los símbolos de la matemática. Se requiere de un proceso de ejercitación, para automatizar estos conocimientos.

### Ejercicios.

1. 4 casas y otras 2 casas.

$$4 + 2 = \underline{\quad}$$

2. 5 perros y otros 3 perros.

$$5 + 3 = \underline{\quad}$$

### Sumando tres números.

Sumar tres números de una cifra, escritos en forma vertical, mentalmente. Para esto el niño hará la primera suma del número que va a la cabeza con el de abajo, conservar este resultado y luego sumarlo con el último número. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ \hline +2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 7 \\ \hline +4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ \hline +1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 9 \\ \hline +5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0 \\ 4 \\ \hline +6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 8 \\ \hline +9 \end{array}$$

### Sumando decenas completas.

Sumar dos números formados por decenas completas escritas en forma vertical. Por ejemplo.

$$\begin{array}{r} 30 \\ \hline +20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \hline +50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ \hline +40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ \hline +20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ \hline +60 \end{array} \quad \begin{array}{r} 70 \\ \hline +90 \end{array}$$

## La Resta



**Había 23 vacas. Se fueron 11. ¿Cuántas vacas quedaron?**

## La resta

La resta es una operación inversa de la suma y por lo tanto todos los hechos numéricos establecidos para la suma estarán relacionados con la resta. El niño desde el preescolar conoce el significado de restar como una acción de quitar objetos de una colección.

Ejemplo: Juan tenía 8 metras. Perdió 3. ¿Cuántas le quedan?

Podemos iniciarnos en la resta de esta manera, usando los dedos de la mano, las monedas o recortando y pegando papel, para el aprendizaje de los casos más fáciles en la tabla de restar. Esto permite conocer las combinaciones básicas para resta de una cifra que son 45.

### Actividad 1.

Practicar todas las combinaciones básicas de la resta de una cifra, recortando y pegando figuras. En la página siguiente damos una actividad de este tipo para desarrollar dentro del aula. Las combinaciones básicas son:

0-0

1-0, 1-1,

2-0, 2-1, 2-2.

3-0, 3-1, 3-2, 3-3.

4-0, 4-1, 4-2, 4-3, 4-4.

5-0, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5.

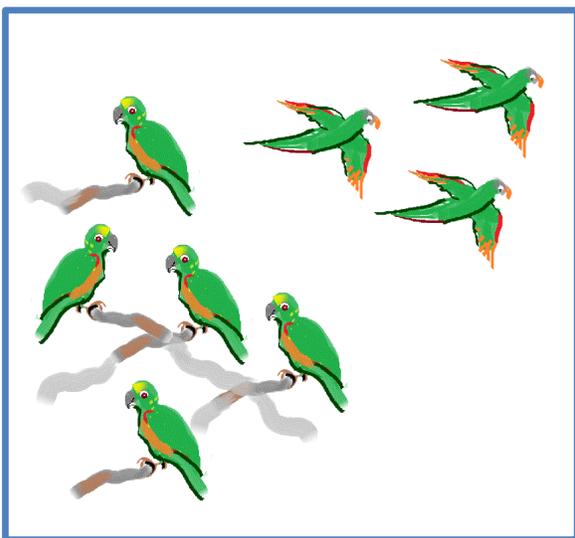
6-0, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6.

7-0, 7-1, 7-2, 7-3, 7-4, 7-5, 7-6, 7-7.

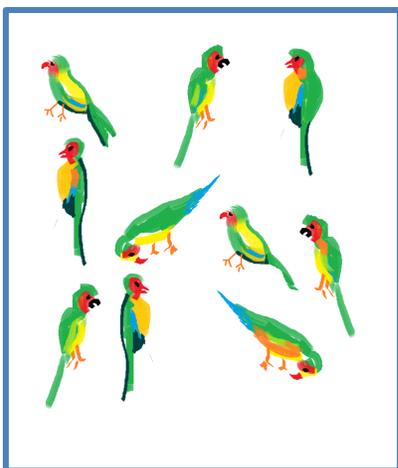
8-0, 8-1, 8-2, 8-3, 8-4, 8-5, 8-6, 8-7, 8-8.

9-0, 9-1, 9-2, 9-3, 9-4, 9-5, 9-6, 9-7, 9-8, 9-9.

## Primeros pasos.



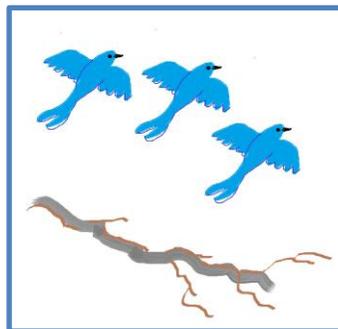
1. Había \_\_\_ pericos y volaron \_\_\_. ¿Cuántos quedaron?



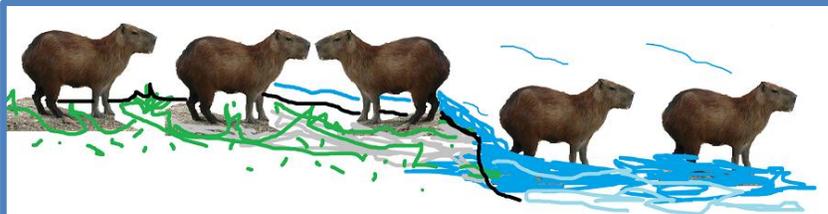
2. Encierra cuatro pájaros en un círculo. ¿Cuántos quedan por fuera?

3. ¿Cuántos pájaros no tienen el pico negro?

4. Había tres azulejos. Los tres volaron ¿Cuántos quedaron en el árbol?



**Vocabulario y símbolos matemáticos.**

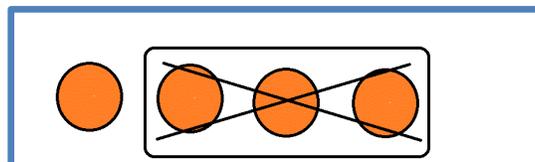


**Había 5 chiguires y se fueron 2**

$$5 - 2 = 3$$

5 **menos** 2 **es igual a** 3

**Usar figuras para restar.  
¿Cuántos quedan?**



4 - 3 = \_\_\_\_\_

# Los Algoritmos de suma y resta



**La Danta es un animal que vive en el llano venezolano cerca de los ríos.**

## La tabla de la suma.

Antes de estudiar el algoritmo de la suma se debe construir la tabla de la suma, estudiarla y comprenderla bien, hasta que se aprenda de memoria.

Se debe proporcionar a cada niño una tabla de suma con las casillas vacías, como la que se muestra en el dibujo.

Se comienza colocando en la tabla los números de cero al diez, en la primera fila y primera columna.

En cada casilla vacía colocaremos los resultados de las sumas correspondientes, de acuerdo con la siguiente regla: para hallar el resultado de sumar  $2 + 5$ , se ubica el 2 en la primera fila y luego el 5 en la primera columna. El resultado se coloca en la casilla intersección de la columna debajo del 2, con la fila a la derecha del 5.

Para llenar la tabla, se procede de la forma siguiente:

1. Se hacen todas las sumas donde interviene el cero. Esta operación es muy fácil de entender para los niños, pues al sumar cero a un número no estamos agregando nada y por lo tanto se obtiene el mismo resultado. El cero es el **elemento neutro** para la suma.
2. Se hacen todas las sumas donde interviene el uno. Es claro que al sumarle 1 a cualquier número se obtiene el siguiente.
3. A continuación se trabaja con el diez.
4. Luego vamos a sumar los morochos:  $2+2$ ,  $3+3$ ,  $4+4$ ,...etc.
5. Se procede a llenar la columna del 2, luego la del 3,...hasta llegar al 9. En el camino vamos observando todos los patrones de formación de la tabla. Por ejemplo en cada columna los números se ordenan en sucesión creciente de uno en uno, comenzando por el número del encabezamiento. Además los números que están por encima de la diagonal se repiten debajo de la diagonal en forma simétrica, esto es, la suma es conmutativa.



+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3									12
3	3	4									13
4	4	5									14
5	5	6									15
6	6	7									16
7	7	8									17
8	8	9									18
9	9	10									19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Vamos a explicar el algoritmo de la suma mediante una serie de pasos.

1) Sumar sin reagrupamiento.

Sumamos de manera independiente las cifras en cada columna.

Por ejemplo (dos cifras).

$$\begin{array}{r} 26 \\ +32 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ +51 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ +12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 74 \\ +11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 82 \\ +54 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 95 \\ +82 \\ \hline \end{array}$$

Ahora con tres cifras:

$$\begin{array}{r} 124 \\ +216 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 356 \\ +417 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 352 \\ +550 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 780 \\ +193 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 177 \\ +254 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 329 \\ +198 \\ \hline \end{array}$$

2) Sumar con reagrupamiento:

Para remediar un poco el problema de “las llevadas”, se le puede permitir al niño, en una primera etapa, anotar las decenas llevadas sobre la columna de las decenas. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 26 \\ +37 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ +56 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 69 \\ +12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 74 \\ +18 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 47 \\ +54 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ +88 \\ \hline \end{array}$$

3) Sumar con reagrupamiento doble:

Por ejemplo

$$\begin{array}{r} 184 \\ +216 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 356 \\ +477 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 155 \\ +559 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 688 \\ +193 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 177 \\ +254 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 329 \\ +198 \\ \hline \end{array}$$

## El algoritmo de la resta.

Antes de pasar a trabajar con el algoritmo de la resta se hace necesario dominar todas las restas de una cifra. Los pasos a seguir en el proceso de enseñanza van en orden creciente de dificultad. Usamos tanto el formato horizontal, como el vertical para ejecutar la operación. Cada fase debe ser desarrollada antes de abordar las siguientes.

El niño deberá aprender de memoria los resultados de las restas para números de una cifra. Se recomienda estudiar la siguiente tabla de la resta:

-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0									
1	1	0								
2	2	1	0							
3	3	2	1	0						
4	4	3	2	1	0					
5	5	4	3	2	1	0				
6	6	5	4	3	2	1	0			
7	7	6	5	4	3	2	1	0		
8	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

1) Restar sin reagrupamiento.

Ejemplos

12	34	78	60	34	66
<u>-8</u>	<u>-13</u>	<u>-56</u>	<u>-40</u>	<u>-20</u>	<u>-64</u>
354	873	976	854	265	667
<u>-123</u>	<u>-533</u>	<u>-970</u>	<u>-322</u>	<u>-43</u>	<u>-332</u>

2) Restar con reagrupamiento

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 23 \\ -8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 \\ -73 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 643 \\ -127 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 978 \\ -199 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 456 \\ -428 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 511 \\ -22 \\ \hline \end{array}$$

3) Restar con reagrupamiento doble.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 223 \\ -58 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 654 \\ -199 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 706 \\ -288 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 611 \\ -177 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 708 \\ -199 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 521 \\ -334 \\ \hline \end{array}$$

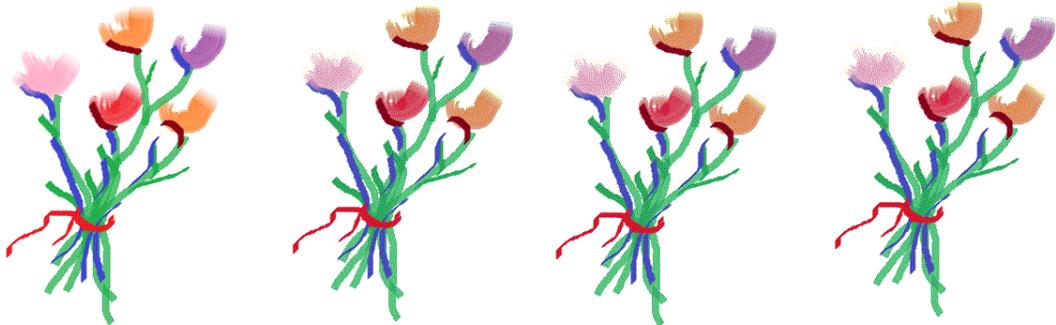
# La Multiplicación



**En cada mata hay tres turpiales. Hay 5 matas. ¿ Cuántos turpiales hay en total?**

La multiplicación no es más que una suma abreviada y los primeros ejercicios deben plantearse bajo esta óptica, como sumas consecutivas de una misma cantidad. Así por ejemplo, la multiplicación de 4 por 3, se resuelve calculando la suma  $3 + 3 + 3 + 3$  o en palabras, 4 veces 3.

## Los Primeros pasos.



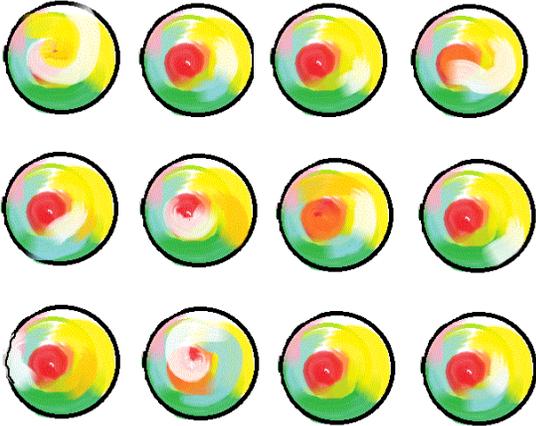
Cuatro ramos de flores. Con 5 flores cada uno. Son 20 flores en total

$$4 \times 5 = 20$$

4 por 5 es igual a 20

### ◆ Problema.

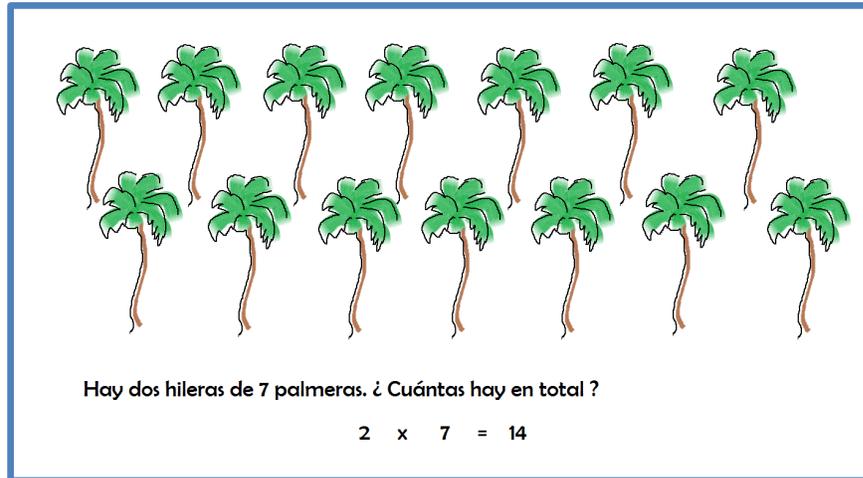
Juan, Luis y Pedro están jugando metras. Cada uno tiene 4 metras.  
¿Cuántas metras hay en total?


$$4 + 4 + 4 = 12$$

3 veces 4 es igual a 12

$$3 \times 4 = 12$$

◆ **Problema.** Paseando por la costa vi siete palmeras a un lado de la vía y siete palmeras al otro lado. ¿Cuántas palmeras hay en total?



◆ **Ejercicios**

1. Ocho cajas con cinco pelotas cada una son \_\_\_\_ pelotas.
2. Seis vacas en un potrero. Cuántas patas hay en total?
3. Dos litros de jugo en cada envase. ¿Cuántos litros en 6 envases?
4. Hay 11 jugadores en cada equipo de futbol. ¿Cuántos jugadores hay en un partido?
5. Jugué tres partidos de béisbol. Anoté cuatro carreras en cada uno. ¿Cuántas carreras anoté en total?

## La tabla de multiplicar.

El estudiante va construyendo la tabla paso a paso. Es importante tratar la multiplicación por cero y diez

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	80	100

La tabla debe ser automatizada antes de pasar al algoritmo clásico. Sin embargo sabemos de todas las dificultades que aparecen en el camino. Muchos niños tienen problemas para memorizar los resultados. Son 121 resultados que deben memorizar.

Se sugiere aprenderse de memoria la tabla del 0 al 5. Con esto resolvemos 66 casos de la multiplicación. Cuando el primer factor es mayor que 5, pero el segundo factor es menor o igual a 5, entonces hacemos uso de la propiedad conmutativa y caemos en alguno de los casos anteriores.

Por ejemplo: Para hallar  $9 \times 4$ , aplicamos la propiedad conmutativa y calculamos  $4 \times 9$ . Esto soluciona 30 casos de la multiplicación.

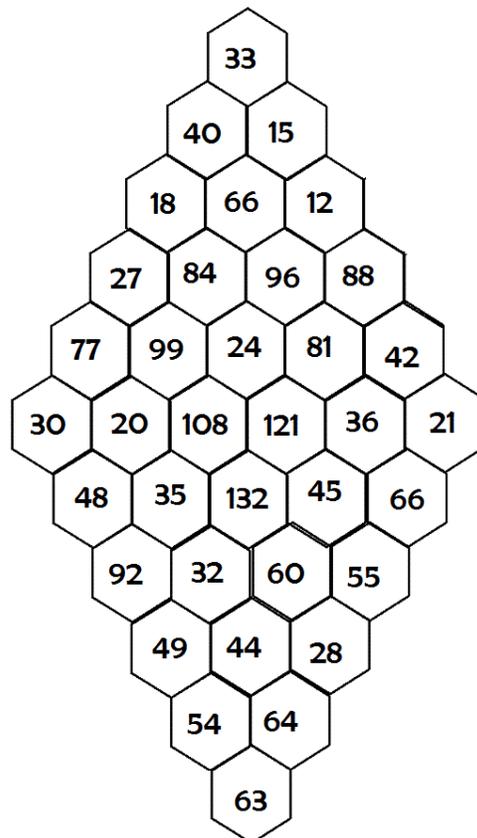
## Juego didáctico (para dos jugadores)

### Reglas.

- 1) Un jugador es verde y otro es azul.
- 2) El primer jugador (verde) toma un par de números de abajo y le pide al otro (azul) que los multiplique. Verde los multiplica usando una calculadora y esconde el resultado.
- 3) Si el jugador azul da el resultado correcto, entonces pinta de azul la casilla que corresponde al número en el tablero.
- 4) Luego es el turno de verde y se procede igual.
- 5) Gana el juego el primero que logre hacer un camino de su color, conectando un lado del tablero con el otro.

Los números a multiplicar son 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 y 12.

El Tablero es el siguiente:



## **Multiplicación por dos cifras.**

Para iniciar la multiplicación de dos cifras primero debemos multiplicar decenas exactas por una cifra. Los casos posibles aparecen en la siguiente tabla:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
30	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
40	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
50	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
60	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
70	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700
80	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
90	90	180	270	360	450	540	630	720	810	900
100	100	200	300	400	500	600	700	800	800	1000

Para multiplicar decenas se procede igual que en el caso de las unidades. Luego convertimos las decenas resultantes en unidades.

**Ejemplo 1.**

En cada camioneta caben 10 niños. ¿Cuántos niños pueden viajar en 3 camionetas?



**Ejemplo 2.** En un trolebús caben 40 niños. ¿Cuántos niños viajan en 5 trolebuses?





# La división

El Gallito de las rocas es una hermosa ave que habita el bosque nublado del Estado Mérida.

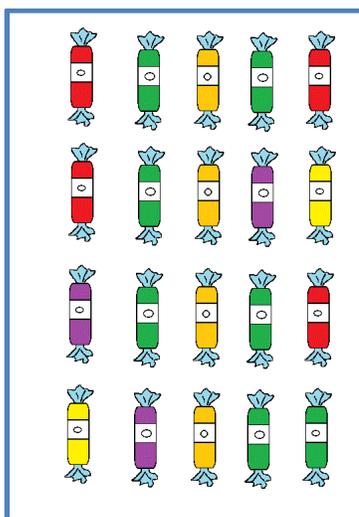
## Los primeros pasos.

La división es la operación inversa de la multiplicación.

La división, vista de manera algo informal, es un reparto y el niño la puede efectuar de manera natural en los casos sencillos. Por supuesto, hablamos de repartos en grupos con la misma cantidad de objetos.

### 1. Ejemplo

Estefanía tiene 20 caramelos y los va a repartir entre 4 niños, entonces ¿Cuántos caramelos debe dar a cada uno de ellos?



La respuesta a este problema es 5. Es decir, a cada niño le tocan 5 caramelos en el reparto.

Para verificar el resultado hacemos la multiplicación  $4 \times 5 = 20$ . O lo, que es lo mismo, si se multiplica el número de caramelos recibido por cada niño, por el número total de niños, obtendremos la cantidad exacta de caramelos.

Este es un ejemplo de división exacta, cuando el resto es igual a cero. Es recomendable comenzar con divisiones exactas y posteriormente ver la división inexacta.

### 2. Ejemplo.

Si repartimos los caramelos en paquetes de 4, entonces ¿Cuántos paquetes podemos formar?

Si pensamos que cada paquete es una columna de la tabla de arriba, entonces la respuesta es cinco.

## Vocabulario y símbolos matemáticos.

Dividir 20 caramelos entre 4 niños, y obtener el resultado se expresa

$$20 \div 4 = 5$$

20 entre 4 es igual a 5.

En toda división hay cuatro términos:

**Dividendo.** Es la cantidad a dividir en grupos.

**Divisor.** Es el número de grupos entre los cuales se divide.

**Cociente.** Es la cantidad que le toca a cada grupo.

**Resto.** Es lo que sobra, después de haber hecho la división.

### Observación 1:

El resto siempre debe ser menor que el divisor.

### Observación 2.

En estas notas halaremos solo de la división entera. No haremos divisiones con números decimales.

## El Algoritmo de división.

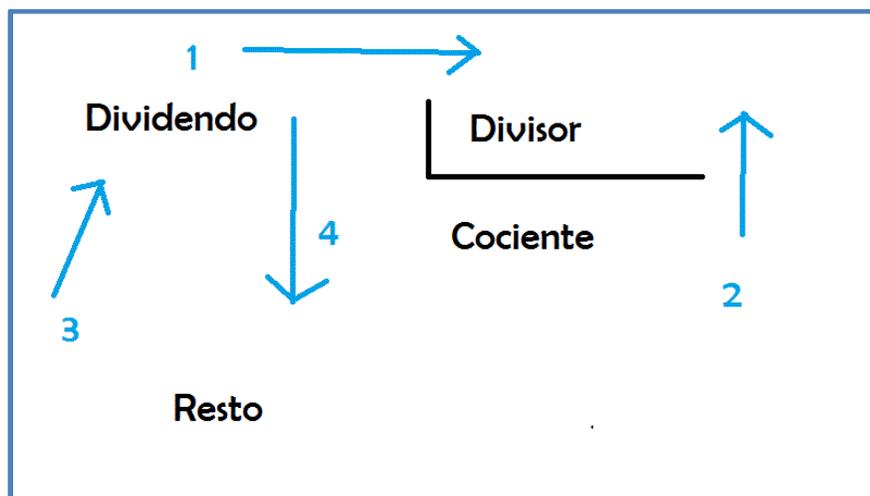
El algoritmo clásico de la división se puede resumir en cuatro pasos, que habrá que repetirlos de manera reiterada, tantas veces como haga falta, en donde se relacionan tres operaciones básicas.

- Dividir
- Multiplicar.
- Restar.
- Bajar.

Ejemplo. Hacer la división  $124 \div 5$ .

Lo primero que se hace es escribir el dividendo y a continuación, escribir el divisor, separado de este y dentro de una L invertida o galera.

La posición de los cuatro términos y el esquema de los cuatro pasos son los siguientes



La división se trabaja con el dividendo de izquierda a derecha. Comenzamos con el primer dígito que es 1, el cual no se puede dividir entre 5. Pasamos entonces a usar dos dígitos.

**Paso 1.** Vemos que 12 se puede dividir entre 5 y nos da 2 como resultado.

**Paso 2.** Multiplicamos 2 por el divisor, que es 5, y el resultado lo copiamos debajo del 12.

**Paso 3.** Restamos 10 de 12 y nos dará 2.

**Paso 4.** Como 2 no se puede dividir entre 5, bajamos el siguiente dígito en el dividendo, que es 4 y lo colocamos al lado del 2.

Entonces iniciamos de nuevo el proceso, pero esta vez con 24 como dividendo.

$$\begin{array}{r} 124 \\ -10 \\ \hline 24 \\ -20 \\ \hline 4 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 24 \end{array}$$

Vemos entonces que el cociente es 24 y el resto es 2.

### **Observación 1.**

Cuando el divisor es de dos o tres dígitos hay que realizar muchos cálculos mentales, repetir varias veces la etapa de multiplicación, para que cuadren las cuentas, todo lo cual aumenta la posibilidad de error.

### **Observación 2.**

El algoritmo de división permite resolver el problema de dividir de manera rápida y eficiente.

Para poder dominarlo hay que realizar un trabajo bastante arduo de mucha ejercitación con divisores de dos y tres dígitos.

Sin embargo, al salir de cuarto grado, el niño puede aprender el algoritmo, aunque de manera mecánica, sin saber qué es lo que realmente está haciendo.

Por tal motivo es conveniente usar otros métodos alternativos en donde el niño tenga una mejor comprensión, conozca el porqué de las cosas y pueda razonar de manera justificada en cada uno de los pasos.

El hecho de poder dividir de varias maneras no es ningún obstáculo para el aprendizaje. Al contrario, esto le da más libertad, seguridad en sí mismo y fomentará su creatividad. También lo harán pensar sobre los procesos que ocurren dentro de los algoritmos.

## Otros Métodos de división.

### 1. División por unidades básicas.

Podemos dividir de manera independiente las centenas, decenas y unidades usando una tabla.

Por ejemplo, dividir 124 entre 5. En la primera columna descomponemos a 124 en sus centenas, decenas y unidades. En la segunda columna colocamos los resultados de la división entre 5.

	$\div 5$	
100	20	decenas
20	4	unidades
4		
	24	

En favor de este algoritmo podemos decir un par de cosas

- Es claro y transparente
- Es el método que usamos para dividir el dinero usando billetes o monedas de distintas denominaciones.

### 2. División como una resta.

Así como la multiplicación es una suma abreviada, igualmente, la división es una diferencia abreviada. Para hacer la división de 23 entre 5, le restamos 5 a 20 tantas veces como sea posible, hasta obtener un resto menor que 5.

El número de veces que restamos 5 es el cociente de la división. Por lo tanto

$$23 - 5 - 5 - 5 - 5 = 3,$$

O bien

$$32 = 4 \times 20 + 3.$$

En favor de este algoritmo se pueden decir tres cosas

- Desde el punto de vista matemático el algoritmo es perfecto.
- Solamente emplea la operación de resta.
- Por los dos anteriores es el algoritmo usado por las computadoras.

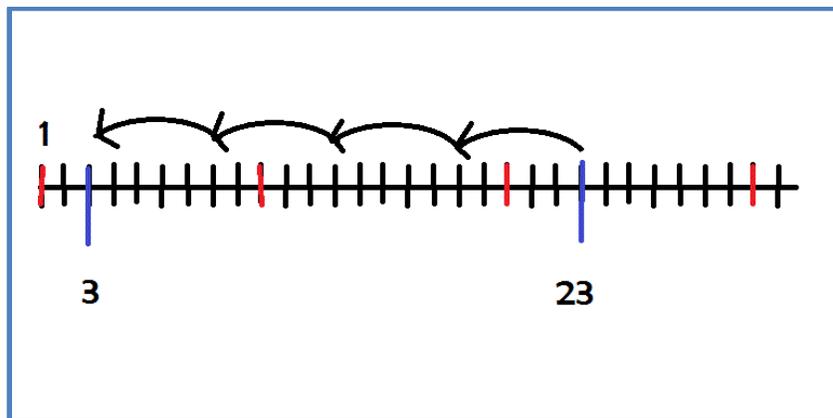
### 3. Dividir usando la recta numérica.

Basándonos en el algoritmo anterior, podemos restar el divisor tantas veces como sea necesario dando saltos hacia atrás, de la misma longitud de éste, en la recta numérica.

#### 1. Ejemplo

Hacer la división  $23 \div 5$ .

Nos paramos en el punto marcado por 23 en la recta numérica y retrocedemos hacia atrás en saltos de a 4. Al final nos detenemos en 3, pues no podemos seguir dando saltos.



## Usando las tablas para las operaciones.

Un método bastante empleado en la escuela española consiste en trabajar los algoritmos con tablas. El formato de tabla tiene la ventaja de ser bien conocido por la población. La tabla tiene la virtud de resumir una gran cantidad de información en poco espacio. Además es bastante ordenada y agradable a la vista.

El material de este capítulo está tomado casi en su totalidad del excelente libro *Una nueva didáctica del cálculo en el siglo XXI* de Jaime Martínez Montero.

## Descomposición de un número en sus unidades decimales.

Para lograr esta destreza, se le da al niño un número y luego se le pide determinar los dígitos de cada una de sus unidades que lo conforman. Se trabaja con números hasta de cuatro cifras.

Con esta actividad se refuerza el conocimiento del valor posicional de los números y el uso del cero como ausencia de cantidad.

Es importante usar el arreglo en forma de tabla y el orden decrecientes de las unidades, para poder introducir correctamente el algoritmo de la suma. Este ejercicio tiene la potencialidad de hacer el proceso inverso, esto es, obtener el número, a partir de su descomposición en unidades decimales.

### Escribe el número.

a) 3 unidades dos decenas

b) tres decenas y cinco unidades

c) 8 decenas y seis unidades

d) Una centena , tres decenas y siete unidades

e) 3 centenas, 4 decenas y 9 unidades.

f) siete centenas, dos decenas y 15 unidades

g) dos centenas, 26 decenas y 14 unidades

h) 120 decenas y 23 unidades.

Usando la tabla de las unidades, descomponer cada número en unidades decenas, centenas y unidades de mil.

<b>NUMERO</b>	<b>CENTENAS</b>	<b>DECENAS</b>	<b>UNIDADES</b>
<b>2</b>			
<b>18</b>			
<b>80</b>			
<b>123</b>			
<b>405</b>			
<b>400</b>			
<b>760</b>			
<b>333</b>			
<b>607</b>			
<b>670</b>			
<b>600</b>			
<b>760</b>			

## Escribir el número.

NUMERO	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES
		4	3
		6	0
		4	12
	4	24	0
	7	0	23
	2	16	5
	5	30	5
	9	17	0
	12	12	6
	15	2	7
	1	45	16

## Nota para el docente.

En algunos de los ítems, se plantea el problema del rebosamiento de las unidades.

El niño debe ser capaz de detectar esta situación y recomponer las unidades, pasando a las de orden superior. Esto es fundamental para poder trabajar el algoritmo de la suma.

## Otros métodos de sumar.

Daremos otros dos métodos alternativos, para ayudar a entender el algoritmo clásico.

### 1) Suma por unidades básicas.

Este método imita el proceso de suma con el dinero. Es algo distinto al algoritmo clásico, pues solo trabajamos con las unidades básicas de cada número, sin importarnos el valor posicional de los dígitos.

Ejemplo: Efectuar la suma:

$$153 + 238$$

En primer lugar descomponemos cada número en sus unidades básicas. Luego las sumamos en forma independiente y finalmente las reagrupamos, resolviendo el problema del rebosamiento de las unidades en la etapa final

153	238		
100	200	300	300
50	30	80	90
3	8	11	1
		Resultado	391

En este método se suaviza considerablemente el problema de las llevadas y además sigue muy de cerca el proceso mental de cálculo.

## 2) La tabla de sumar.

Este método sirve para dos sumandos cuya suma no sea superior a 100.

En primer lugar se construye una tabla con todos los números del 1 al 100 como la que se muestra abajo.

Para sumar dos números digamos,  $23 + 15$ , nos ubicamos en el primero de ellos y luego contamos quince casillas a partir de él, moviéndonos de izquierda a derecha y al final de la fila bajamos a la cabeza de la fila siguiente. En la casilla de llegada nos encontramos con el resultado de la suma.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

## Otros Métodos de restar.

A continuación daremos otros métodos para restar distintos del algoritmo clásico.

### Restar usando la cadena numérica.

El método es bastante simple y además tiene la ventaja de no involucrar cálculos algunos. Si se quiere restar 12 de 25, entonces nos ubicamos en el 25 y contamos doce números hacia la izquierda. Llegamos entonces al número 13 el cual es el resultado de efectuar  $25 - 12$ .

### Resta usando la tabla de sumar.

Podemos restar dos números menores que 100, usando la tabla dada para la suma. Para restar 12 de 25, nos paramos en la casilla correspondiente al 25 y hacemos el recorrido inverso desde el 25 contando 12 números y moviéndonos hacia la izquierda (cuando llegamos al extremo de una fila, comenzamos por la fila de arriba en el extremo derecho).

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

### Restar quitando.

Podemos transformar una resta en otra (con minuendo y sustraendo menores) por medio de la propiedad siguiente:

Propiedad Uniforme.

Si le quitamos una cantidad fija tanto al minuendo como al sustraendo, entonces el resultado no se altera.

**1. Restar 23 – 18.**

Haremos un arreglo en donde queden reflejados claramente todos los pasos.

	quito	quito
	10	3
23	13	10
-18	-8	-5
		5

**2. Ejemplo: Restar 123 –88.**

Usando el arreglo de tabla y usando la propiedad uniforme tantas veces como nos guste se tiene

	Quito	Quito	Quito	
	3	20	60	
123	120	100	40	
-88	-85	-65	-5	
			35	

**3. Ejemplo Restar 746 – 358.**

Construimos la tabla y usamos la propiedad uniforme

	Quito	Quito	Quito	Quito
	6	40	300	10
746	740	700	400	390
-358	-352	-312	-12	-2
				388

Restando las unidades, decenas y centenas.

Es posible hacer la resta de izquierda a derecha y escribir los resultados parciales, para flexibilizar un poco el algoritmo tradicional. Este proceso imita la resta con el dinero, en el cual se resta primero los billetes de 100, luego los de 10 y después las monedas de 1.

**1. Ejemplo: Restar 784 –523.**

Separamos en columnas las cantidades y vamos restando de izquierda a derecha.

700 - 500	200
80 - 20	60
4 - 3	1

Resultado: 261

## 2. Ejemplo. Restar 827 –563.

En este caso el problema de las llevadas en las decenas, se resuelve después de haber restado las centenas y las unidades.

800 - 500	300
20 - 60	
7- 3	4
120 - 60	60
Resultado	264

Convertir una resta en una suma.

Se basa este método en usar la suma como la operación inversa de la resta. La resta la transformamos en una suma donde falta uno de los sumandos:

### 1. Ejemplo Restar 23 – 15.

La resta  $23$  se transforma en la suma

$$\begin{array}{r} 23 \\ -15 \\ \hline \dots \end{array} \qquad \begin{array}{r} \dots \\ + 15 \\ \hline 23 \end{array}$$

### 2. Ejemplo Restar 434 - 76

La resta  $434$  se transforma en la suma

$$\begin{array}{r} 434 \\ -76 \\ \hline \dots \end{array} \qquad \begin{array}{r} \dots \\ + 76 \\ \hline 434 \end{array}$$

## La Multiplicación

### Multiplicación con los dedos.

Los resultados de la tabla de la multiplicación para números mayores que cuatro y menores o iguales a 10, son difíciles de memorizar para el estudiante. Para ayudar en este aspecto existe un truco muy antiguo, que consiste en valerse de los dedos de la mano.

Por ejemplo: Si queremos multiplicar  $7 \times 8$ , escribimos cada número como 5 más un resto. Esto es  $7 = 5 + 2$  y  $8 = 5 + 3$ .

Si sumamos estos restos nos dará el dígito de las decenas.

Si multiplicamos  $5-2$  por  $5-3$ , tendremos las unidades.

Podemos escribir esto en una tabla:

$7 =$	5	+ 2	3
$8 =$	5	+ 3	2
$7 \times 8$	=	5	6

Hacer esta operación con los dedos de la mano, resulta algo curioso y divertido.

### Observación para el docente:

Dicho método se basa en una relación algebraica bastante sencilla. Si tengo un par de números X e Y entre 5 y 10, entonces los puedo escribir como:

$$X = 5 + a \quad \text{e} \quad Y = 5 + b,$$

Donde a y b son otros números entre 0 y 5.

Luego se puede probar la fórmula:

$$(5 + a)(5 + b) = (a + b) 10 + (5 - a)(5 - b)$$

Es decir, el resultado de la multiplicación es el número de la derecha, cuyo dígito de las decenas es  $(a+b)$  y el dígito de las unidades es  $(5-a)(5-b)$ .

Podemos hacer el producto, de dos números de una manera más eficiente, colocando los resultados en una tabla. El resultado aparece en la casilla sombreada.

### Ejemplo 1 Multiplicar 13 x 4

X	10	3	
4	40	12	52

### Ejemplo 2. Multiplicar 25 x 12

X	20	5	
10	200	50	250
2	40	10	50
	240	60	300

Tanto en la fila encabezada por el 10, como por el 2, aparecen los resultados de multiplicar por 20 y 5. En la última columna colocamos la suma de los tres resultados y en la casilla sombreada está la suma total. Nótese que llegamos al mismo resultado, si sumamos primero por columnas y luego por filas. Esto es otra ventaja de este algoritmo.

### Ejemplo 3. Multiplicar 28 x 16

X	20	8	
10	200	80	280
6	120	48	168
	320	128	448

	3	2	5	x
2	2 1	1 4	3 5	7
3	6	4	1 0	2
	4	0	0	

Resultado: 23400

