

Integrales dobles

Prof. Marco García

Teorema de Fubini:

- Si $f(x, y)$ es continua en un rectángulo $R = [a, b] \times [c, d]$, entonces

$$\int \int_R f(x, y) dA = \int_c^d \int_a^b f(x, y) dx dy = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dy dx$$

- Si $f(x, y)$ es continua en una región R horizontal (o de tipo 1), es decir $R = \{(x, y) : a < x < b \text{ y } g_1(x) \leq y \leq g_2(x)\}$, donde $g_1(x)$ y $g_2(x)$ son continuas en $[a, b]$, entonces

$$\int \int_R f(x, y) dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy dx$$

- Si $f(x, y)$ es continua en una región R vertical (o de tipo 2), es decir $R = \{(x, y) : c < y < d \text{ y } h_1(y) \leq x \leq h_2(y)\}$, donde $h_1(y)$ y $h_2(y)$ son continuas en $[c, d]$, entonces

$$\int \int_R f(x, y) dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y) dx dy$$

Algunas funciones sin primitiva elemental

$P(x)$ es un polinomio de grado mayor o igual a 2

$$\begin{array}{ccc} e^{P(x)} & \frac{e^x}{x} & \frac{\sin(x)}{x} \\ \operatorname{sen}(P(x)) & \cos(P(x)) & \operatorname{Ln}(\operatorname{Ln}(x)) \\ e^x \operatorname{Ln}(x) & \sqrt{x^3 - 1} & \\ & \frac{\cos(x)}{x} & \frac{1}{\operatorname{Ln}(x)} \end{array}$$

Ejercicios:

1. Calcula la integral $\int \int_D e^{y^2} dA$, donde D es el conjunto de puntos (x, y) tales que $0 \leq x \leq 1$ y $x \leq y \leq 1$.
2. Calcula la integral $\int_{-1}^1 \left\{ \int_{|y|}^1 (2x + 3y)^2 dx \right\} dy$.

3. Calcula la integral $\int \int_D y^2 \sqrt{x} dA$, donde D es el conjunto de puntos (x, y) tales que $x \geq 0$, $y \geq x^2$ y $y \leq 10 - x^2$.
4. Calcula la integral $\int \int_R e^{x^2+y^2} dA$, donde R es la región acotada por el eje x y la curva $y = \sqrt{1 - x^2}$.
5. Encuentra el volumen del sólido S en el primer octante que contiene al origen y está limitado por las superficies $y = 0$, $z = 0$, $x + 2y = 3$, y $3x + 4y + 2z = 12$.
6. Encuentra el volumen del sólido S en el primer octante que contiene al origen y está limitado por las superficies $y = 0$, $z = 0$, $y = \sqrt{x}$, $x + 2y = 3$, y $3x + 4y + 2z = 12$.
7. Encuentra el volumen del sólido S limitado por las superficies $z = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 = 2x$ y $z = 0$.
8. Calcular el volumen del cuerpo limitado por las superficies $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + z^2 = 1$.
9. Calcula la integral $\int_0^1 \left\{ \int_x^{\sqrt{x}} \frac{e^y}{y} dy \right\} dx$.

10. **Libro:Pita Ruiz**

Página Problemas

589 26,27,29,30