

Guia de Ejercicios
Tema 5: Introducción a las ecuaciones diferenciales.

Sección 1: Ecuaciones diferenciales separables

1. Hallar la solución general de cada ecuación diferencial:

a) $(1 + y^2)dx + (1 + x^2)dy = 0$

b) $(1 + y^2)dx + xydy = 0$

c) $(y^2 + xy^2)y' + x^2 - yx^2 = 0$

d) $(1 + y^2)dx = xdy$

e) $(x^3 + 3x^2)\frac{dy}{dx} = y^2$

f) $x\sqrt{1 + y^2} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0$

g) $e^y(1 + x^2)dy - 2x(1 + e^y)dx = 0$

h) $(xy^2 - y^2 + x - 1)dx + (x^2y - 2xy + x^2 + 2y - 2x + 2)dy = 0$

i) $(1 - y)e^y y' + \frac{y^2}{x \ln x} = 0$

j) $yy' = xe^{-y} \text{sen}(x)$

Sección 2: Ecuaciones diferenciales homogéneas

1. Hallar la solución general de cada ecuación diferencial homogénea:

a) $xy' = y + \sqrt{y^2 - x^2}$

b) $y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2}$

c) $2xy'(x^2 + y^2) = y(y^2 + 2x^2)$

d) $xy' = \sqrt{y^2 - x^2}$

e) $(y^2 - 3x^2)dy = -xydx$

f) $z(5z - y)dy + (4z + y)(z - y)dz = 0$

g) $(z^2 - zy + 4y^2)dy = (zy - 4z^2 - y^2)dz$

h) $(z - y \ln(y) + y \ln(z))dz + z(\ln(y) - \ln(z))dy = 0$

Sección 3: Ecuaciones diferenciales lineales.

1. Hallar la solución general de cada ecuación diferencial lineal:

a) $y' + 2y = x^2 + 2x$

b) $(x^2 + 2x - 1)y' - (x + 1)y = x - 1$

- c) $(x \ln x)y' - y = x^3(3 \ln x - 1)$
- d) $(a^2 - x^2)y' + xy = a^2$
- e) $xy' = 3y + x^4 \cos x; y(2\pi) = 0$
- f) $xdy - 2ydx = (x - 2)e^x dx$
- g) $y' + y(\operatorname{ctg}(x)) = \cos(x)$
- h) $xdy = (\operatorname{sen}(x) - y)dx$
- i) $\frac{dy}{dx} - x = -2xy; y(0) = -2$

Sección 4: Ecuaciones diferenciales de Bernoulli.

1. Hallar la solución general de cada Ecuación diferencial de Bernoulli:

- a) $y' + xy = y^3 x$
- b) $x' + x \tan(t) = x^3 \sec(t)$
- c) $y' + xy = 6xy^{\frac{1}{2}}$
- d) $3xy' - 2y = \frac{x^3}{y^2}$
- e) $y' + \frac{y}{x+1} = -\frac{(x+1)^3 y^2}{2}$

Sección 5: Ecuaciones diferenciales Exactas.

1. Hallar la solución general de cada Ecuación diferencial Exacta:

- a) $x(2x^2 + y^2) + y(x^2 + 2y^2)y' = 0$
- b) $(1 - x^2y)dx - 2xydy = 0$
- c) $y' = \frac{(3-2y^2x)}{2yx^2+4}$
- d) $(3x^2 + 4xy)dx + (2y + 2x^2)dy = 0$
- e) $(\operatorname{sen}(t)\cos(t) - tz^2)dt + z(1 - t^2)dz = 0$