Derivada direccional, diferenciabilidad y vector gradiente

Prof. Marco García

1. Responde si ó no a las siguientes preguntas:

   - ¿Si f es diferenciable en P_0, entonces es continua en ese punto?
   - ¿Si f posee todas sus derivadas direccionales en P_0 entonces es continua en P_0?
   - ¿Si f posee todas sus derivadas direccionales en P_0 entonces es diferenciable en P_0?
   - ¿Si f es diferenciable en P_0, entonces existen todas sus derivadas direccionales en P_0 ?
   - ¿Si f es diferenciable en P_0, entonces existen todas sus derivadas parciales en P_0 ?
   - ¿Si f tiene todas sus derivadas parciales continuas en P_0, entonces es diferenciable en P_0 ?
   - ¿Si f tiene todas sus derivadas parciales continuas en P_0, entonces es continua en P_0 ?

2. Dada $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   (a) ¿f es continua en $(0,0)$?

   (b) ¿f es diferenciable en $(0,0)$?

3. Dada la función $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^6-2y^4}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

   (a) ¿f es continua en $(0,0)$?

   (b) ¿f es diferenciable en $(0,0)$?

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función tal que $|f(x,y)| \leq |xy|$ para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Muestra que f es diferenciable en $(0,0)$.

5. La temperatura del piso, está dada por una función $T(x,y) = sen(x^2+y^2)$. Un insecto que busca calor está ubicado en el punto $(0,1)$.¿En cuál dirección debe comenzar a moverse el insecto para que su temperatura aumente lo más rápido posible?.

6. Un insecto se encuentra en un medio ambiente tóxico. El nivel de toxicidad esta dado por $T(x,y) = x^2 + ln(y^2+1)$.El insecto esta en la posición $(1,1)$.¿En cuál dirección debe comenzar a moverse el insecto para disminuir lo más rápido posible la toxicidad ?.

7. Encuentra la ecuación de la recta tangente a la curva de intersección entre las superficies $x^2 + y^2 = 8$ y $x + z - 3 = 0$ en el punto $(2,2,1)$

8. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x,y) = x^2 + y^2$. Dibuja en el plano el conjunto de puntos $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ tales que el gradiente de esta función forma un ángulo de $\frac{\pi}{4}$ con el vector $\langle 0,1 \rangle$.

9. Suponga que la intersección de dos superfices dadas $y^2 + x^2 + z^2 = 5$ y $z - g(x,y) = 0$ es una curva C en el espacio. Sabemos que la curva C pasa por el punto $p_0 = (0,1,2)$, además se cumple que $2g_x(0,1) + g_y(0,1) = 1$ y $g_x(0,1) + g_y(0,1) = 3$. Determina la ecuación de la recta tangente a la curva C en el punto p_0.

10. Encuentra la ecuación de la recta tangente a la curva de intersección entre las superficies $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ y $x = y^2 + z^2$ en el punto $(2,1,1)$

11. **Libro:Pita Ruiz**

Página	Problemas
197	1(a),1(b),1(c),1(d)
199	17(a),17(b),17(c)
200	24
206	2,3,5,7,9,11,12,13,16
207	20,23,26,28
215	1,3,9,10,12
217	29
222	9,10,11,12