Métodos Matemáticos 1
Tarea 2
Vectores Cartesianos
Fecha de entrega 27 marzo 2008

1. Mediante el álgebra vectorial

    a) Hallar los ángulos que forma la recta que une a los puntos $P_1 \longleftrightarrow (-3,-2,1)$ y $P_2 \longleftrightarrow (0,-3,4)$ con cada uno de los ejes coordenados

    b) Hallar la distancia del punto $P \longleftrightarrow (-1,2,0)$ al plano $x - 3y + 2z = 1$

    c) Hallar el ángulo entre los siguientes planos $3x + 2y - z = 0$ y $2x + y - 5z = 1$

    d) Hallar el ángulo entre la recta que une a los puntos $P_1 \longleftrightarrow (-1,2,0)$ y $P_2 \longleftrightarrow (2,-3,4)$ con el plano $3x - 2y + z = 5$

    e) Hallar la distancia más corta del punto $P \longleftrightarrow (6,-4,4)$ a la recta que une a los puntos $P_1 \longleftrightarrow (2,1,2)$ y $P_2 \longleftrightarrow (3,-1,4)$

2. Si $\vec{a} = \vec{a}(t)$ y $\vec{b} = \vec{b}(t)$ Encuentre

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{a}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{b}}{\mathrm{d}t} - \vec{b}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{a}}{\mathrm{d}t}\right)$$

3. Muestre que $\vec{a}\,(t)\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{a}\,(t)}{\mathrm{d}t} = |\vec{a}\,(t)|\,\dfrac{\mathrm{d}\,|\vec{a}\,(t)|}{\mathrm{d}t}$ por lo cual si $|\vec{a}\,(t)| = cte \Rightarrow \vec{a}\,(t)\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{a}\,(t)}{\mathrm{d}t} = 0$

4. Muestre que

$$\frac{\mathrm{d}\left(\vec{a}\,(t)\cdot\left(\vec{b}\,(t)\times\vec{c}\,(t)\right)\right)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{a}\,(t)}{\mathrm{d}t}\cdot\left(\vec{b}\,(t)\times\vec{c}\,(t)\right) + \vec{a}\,(t)\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{b}\,(t)}{\mathrm{d}t}\times\vec{c}\,(t) + \vec{a}\,(t)\cdot\vec{b}\,(t)\times\frac{\mathrm{d}\vec{c}\,(t)}{\mathrm{d}t}$$

5. Una partícula sigue una trayectoria representada por el radio vector posición

$$\vec{r}\,(t) = \left(t^3 - 4t\right)\ \hat{\imath} + \left(t^2 + 4t\right)\ \hat{\jmath} + \left(8t^2 - 3t^3\right)\ \hat{\mathbf{k}}$$

    a) Encuentre los vectores aceleración tangencial y radial

    b) Para $t = 3sg$ encuentre las magnitudes para el vector aceleración, el vector aceleración radial y el vector aceleración tangencial

6.

7. Si $\vec{a} = t^2\hat{\mathbf{u}}_r$ y $\vec{b} = 5t\hat{\mathbf{u}}_r + \hat{\mathbf{u}}_\perp$ Encuentre

    a)
$$\frac{\mathrm{d}^2\vec{a}}{\mathrm{d}t^2}\cdot\vec{b}$$

    b)
$$\frac{\mathrm{d}^2\vec{a}}{\mathrm{d}t^2}\times\vec{b}$$

    c)
$$\vec{a}\cdot\left(\frac{\mathrm{d}^2\vec{a}}{\mathrm{d}t^2}\times\vec{b}\right)$$