

**Métodos Matemáticos 1**  
**Tarea 3**  
**Grupos y Espacios Lineales**  
**Fecha de entrega 15 abril 2008**

1. Definamos una operación binaria  $\blacksquare$  como

$$x \blacksquare y = x + y + \alpha xy$$

con  $x, y, \alpha \in \mathbb{R}$  y además  $\alpha \neq 0$ .

- a) Demuestre que  $\blacksquare$  es asociativa  
 b) Muestre que  $\blacksquare$  genera un grupo en  $\{\mathbb{R} - (\frac{-1}{\alpha})\}$ . Es decir,  $\forall x, y \in \mathbb{R} \wedge x \neq \frac{-1}{\alpha}, y \neq \frac{-1}{\alpha}$  entonces  $x \blacksquare y$  forma un grupo
2. Muestre que el siguiente conjunto  $\{1, A_\pi, R, I\}$  es un grupo. Donde 1 es el elemento neutro,  $A_\pi$  es una rotación de ángulo  $\pi$ , la reflexión viene representada por  $R$  y finalmente  $I$  es la inversión. El álgebra entre estos elementos es:

$$A_\pi^2 = R^2 = I^2 = 1; \quad A_\pi \circ R = I; \quad R \circ I = A_\pi; \quad I \circ A_\pi = R$$

3. Muestre que el siguiente conjunto de transformaciones en el plano  $xy$  forman un grupo y construya su tabla de multiplicación

$$a) 1 = \begin{cases} x \rightarrow x \\ y \rightarrow y \end{cases}$$

$$b) I = \begin{cases} x \rightarrow -x \\ y \rightarrow -y \end{cases}$$

$$c) I_x = \begin{cases} x \rightarrow -x \\ y \rightarrow y \end{cases}$$

$$d) I_y = \begin{cases} x \rightarrow x \\ y \rightarrow -y \end{cases}$$

4. Ejercicios del Apóstol Vol 2

- a) Ejercicios 1.5: 4, 15, 24, 29.  
 b) Ejercicios 1.10: 21, 24  
 c) Ejercicios 1.13: 1, 11