

Métodos Matemáticos 1
Tarea 3
Grupos y Espacios Lineales
Fecha de entrega 15 abril 2008

1. Definamos una operación binaria \blacksquare como

$$x \blacksquare y = x + y + \alpha xy$$

con $x, y, \alpha \in \mathbb{R}$ y además $\alpha \neq 0$.

- a) Demuestre que \blacksquare es asociativa
 b) Muestre que \blacksquare genera un grupo en $\{\mathbb{R} - (\frac{-1}{\alpha})\}$. Es decir, $\forall x, y \in \mathbb{R} \wedge x \neq \frac{-1}{\alpha}, y \neq \frac{-1}{\alpha}$ entonces $x \blacksquare y$ forma un grupo
2. Muestre que el siguiente conjunto $\{1, A_\pi, R, I\}$ es un grupo. Donde 1 es el elemento neutro, A_π es una rotación de ángulo π , la reflexión viene representada por R y finalmente I es la inversión. El álgebra entre estos elementos es:

$$A_\pi^2 = R^2 = I^2 = 1; \quad A_\pi \circ R = I; \quad R \circ I = A_\pi; \quad I \circ A_\pi = R$$

3. Muestre que el siguiente conjunto de transformaciones en el plano xy forman un grupo y construya su tabla de multiplicación

$$a) 1 = \begin{cases} x \rightarrow x \\ y \rightarrow y \end{cases}$$

$$b) I = \begin{cases} x \rightarrow -x \\ y \rightarrow -y \end{cases}$$

$$c) I_x = \begin{cases} x \rightarrow -x \\ y \rightarrow y \end{cases}$$

$$d) I_y = \begin{cases} x \rightarrow x \\ y \rightarrow -y \end{cases}$$

4. Ejercicios del Apóstol Vol 2

- a) Ejercicios 1.5: 4, 15, 24, 29.
 b) Ejercicios 1.10: 21, 24
 c) Ejercicios 1.13: 1, 11