

Métodos Matemáticos 1
Tarea 3
Integración de Vectores y Números Complejos
Abril 2005

1. La aceleración de un cohete viene dada por

$$\vec{a} = \left[\frac{bc}{bt-1} \right] \hat{i} + \left[\frac{bc}{bt-1} - g \right] \hat{j}$$

donde

c velocidad de salida de los gases
 g aceleración de gravedad
 b constante relacionada con la variación de la masa del cohete

Encuentre la expresión para la velocidad y posición del cohete

2. Evalúe

$$\int_{\vec{a}_1}^{\vec{a}_2} \left(\vec{a} \cdot \frac{d\vec{a}}{dt} \right) dt \quad \text{con } \vec{a}_1 = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \quad \text{y} \quad \vec{a}_2 = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$$

3. Muestre que partícula que se mueve siguiendo la siguiente trayectoria

$$\vec{r}(t) = a \cos(\omega t) \hat{i} + b \sin(\omega t) \hat{j}$$

con a, ω y b constantes

- a) Muestre que la partícula describe una trayectoria elíptica con $a > b$ los dos semiejes.
b) Encuentre su velocidad aerolar
c) Muestre que la suma de dos vectores complejos

$$\vec{r}_1(t) = ae^{i\omega t} \quad \text{y} \quad \vec{r}_2(t) = be^{i\omega t} \quad \text{con } a > b$$

describen también la misma trayectoria elíptica

4. Dada una fuerza $\vec{F} = (2y + 3) \hat{i} + (xz) \hat{j} + (yz - x) \hat{k}$ Evalúe la integral del línea $\int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}$ a lo largo de las siguientes curvas:

- a) $x = 2t^2, y = t, z = t^3$ con $t = 0 \rightarrow t = 1$
b) segmentos de líneas rectas con el siguiente recorrido
 $(0, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 1)$ seguidamente $(0, 0, 1) \rightarrow (0, 1, 1)$ para finalizar en $(0, 1, 1) \rightarrow (2, 1, 1)$
c) la línea recta que una los puntos $(0, 0, 0) \rightarrow (2, 1, 1)$