

Ejercicios con Maple

1. Considere la expresión

$$\frac{x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x}{x^4 + x^3 - x^2 - x}$$

transfórmela en:

$$\frac{(x+2)(x-2)}{(x-1)(x+1)}$$

2. Considere el polinomio

$$(2x^2 - x)(2x^2 + x)$$

Transforme este polinomio en:

- (a) $(-1 + 4x^2)x^2$
- (b) $x^2(2x - 1)(2x + 1)$

3. Considere $x^2 - (a - 1)x - a^3 = 0$ como una ecuación para x . Resuélvala y construya una función con la primera solución. Luego evalúe la función en $a = 0$ y $a = 1$.

4. Sean f, g y h las siguientes funciones:

- $f(x, y) = \frac{\ln(1+x^4+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}$
- $g(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}}$
- $h(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

- (a) Detrmine todas las derivadas de f de orden 2
- (b) Demuestre que g es una solución de la ecuación de Laplace:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) g = 0$$

- (c) Compruebe que h es solución de la ecuación

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + \left(\frac{4x}{x^2 + y^2 + z^2} \right) \frac{\partial h}{\partial y} = 0$$

- (d) Calcule la función $s = f + g - h$ y luego encuentre $\frac{\partial^3 s}{\partial x \partial y \partial z}$

5. Calcule las siguientes integrales indefinidas:

- (a) $\int \sqrt{e^x - 1} dx$
- (b) $\int \frac{x}{(2ax-x^2)^{3/2}} dx$
- (c) $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$

6. Calcule las siguientes integrales definidas:

- (a)

$$\int_1^{10} \frac{4x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 10x + 6}{x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 10x^2} dx$$

(b)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4 \sin(x) \cos(x) dx$$

(c)

$$\int_{\frac{1}{7}}^{\frac{1}{5}} \frac{1}{x\sqrt{5x^2 - 6x + 1}} dx$$

(d)

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos^2(bx) dx, \quad a > 0$$

(e)

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \ln(x) dx$$

7. Calcule los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\pi}{x}\right)^x$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} (2^x + 3^x)^{\frac{1}{x}}$$

8. Simplifique las siguientes expresiones

$$(a) \frac{e^x + x}{e^{2x} + 2xe^x + x^2}$$

$$(b) \frac{(x-2)^{\frac{3}{2}}}{(x^2 - 4x + 4)^{\frac{1}{4}}}$$

$$(c) \cos(x+y) + \sin(x)\sin(y) + 2^{x+y}$$

$$(d) \operatorname{ctg}^2(x) + 1 = \operatorname{csc}^2(x)$$

9. Grafique las siguientes funciones:

$$(a) f = \frac{\sin(2x)}{\sin(x)}, \quad x \in (0, 4\pi)$$

$$(b) g = e^{-x^2} \sin(\pi x)$$

$$(c) h = x^3 - 3xy^2, \quad x \in (-1, 1), \quad y \in (-1, 1)$$