

Métodos Matemáticos 2,
Tarea 4
Series por Todos Lados.
Fecha de entrega 2 mayo 2006

1. Determine cual de las siguientes series es absolutamente convergente, convergente u oscilatoria

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)}{n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n |x|^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n}{\sqrt{n}}.$$

2. Determine el rango de valores $x \in \mathbb{R}$ de tal modo que las siguientes series converjan. Especifique si son absoluta o condicionalmente convergentes

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n/2} e^{-n}}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^x, \quad \sum_{n=2}^{\infty} (\ln n)^x, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \ln \left(\frac{n^x + (-1)^n}{n^x} \right)$$

3. Un interferómetro de Fabry-Pérot ¹ consiste en dos placas paralelas (semi) reflectoras. El rayo de luz entra y se refleja entre las placas y, para cada reflexión existe una transmisión parcial de la señal que emerge del interferómetro. Encuentre la intensidad $|B|^2$ de la onda emergente si su amplitud puede ser escrita como

$$B = A(1-r) \sum_{n=0}^{\infty} r^n e^{in\phi} \quad \text{con } r \text{ y } \phi \text{ cantidades reales}$$

4. Evalúe

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3} \left(\operatorname{cosec} x - \frac{1}{x} - \frac{x}{6} \right) \right)$$

5. Utilizando la expansión de Taylor hasta orden 5 encuentre el valor aproximado para $(17)^{1/4}$ y $(26)^{1/5}$
6. El desplazamiento en el eje x , de una partícula de masa en reposo m_0 sometida a una fuerza gravitacional constante $m_0 g$ puede expresarse como

$$x = \frac{c^2}{g} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{gt}{c} \right)^2} - 1 \right] \quad \text{donde se incluyen efectos relativistas}$$

Encuentre el desplazamiento expresado como una serie de potencias en t y compárela con la expresión clásica $x = \frac{1}{2}gt^2$

7. En análisis numérico se convierten las derivadas en sumas de diferencias (se conoce como métodos de diferencias finitas) Deduzca el error que se comete al aproximar

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi(x) \approx \frac{1}{h^2} (\psi(x+h) - 2\psi(x) + \psi(x-h))$$

¹ ver en http://en.wikipedia.org/wiki/Fabry-Perot_interferometer