

Métodos Matemáticos 2,
Tarea 3
Números y Funciones Complejas.
Fecha de entrega 22 Noviembre 2008

1. Pruebe que

$$\tan 5\theta = \frac{(\tan \theta)^5 - 3(\tan \theta)^3 + 5 \tan \theta}{5(\tan \theta)^4 - 10(\tan \theta)^2 + 1} \quad \text{calcule entonces los valores para } \tan \frac{n\pi}{10} \text{ para } n = 1, 2, 3, 4.$$

2. Resuelva la ecuación

$$z^7 - 4z^6 + 6z^5 - 6z^4 + 6z^3 - 12z^2 + 8z + 4 = 0$$

- a) Evaluando el efecto de hacer $z^3 = 2$
- b) Factorizando y utilizando la expansión binomial $(z + a)^4$
- c) Grafique las raíces en el diagrama de Argand

3. Encuentre el radio de convergencia para

- a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{z^n}{\ln n}$
- b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!z^n}{n^n}$
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+p}{n}\right)^{n^2}$

4. Encuentre la función compleja y analítica $f(z)$ tal que $\text{Im } f(z) = (y \cos y + x \text{sen } y)e^x$

5. Para las siguientes funciones complejas determine si existe una singularidad y clasifíquela su tipo

- a) $(z - 2)^{-1}$
- b) $\frac{e^z}{z^3}$
- c) $\frac{1 + z^3}{z^2}$
- d) $\sinh\left(\frac{1}{z}\right)$

6. Como transforman las coordenadas del plano z en la transformación de coordenadas

$$e^z = \frac{a - w}{a + w} \quad \text{con } a = \text{const}$$

7. Evalúe la integral

$$\int_0^{4+2i} dz z^*$$

A lo largo de una curva \mathcal{C}

- a) $z = 2t^2 + it$

b) una línea recta de $z = 0 \rightarrow 2i$ y luego otra de $z = 2i \rightarrow 4 + 2i$

8. Evalúe las siguientes integrales a lo largo de las correspondientes curvas que se indican

a) A lo largo de una circunferencia unitaria

$$\oint dz \frac{\operatorname{sen} \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)}$$

b) A lo largo de una circunferencia unitaria

$$\oint dz \frac{e^{2z}}{(z-1)^4}$$

c) A lo largo de cualquier curva cerrada \mathcal{C} que no pase por $z = 1$

$$\oint dz \frac{\operatorname{sen} \pi z^2}{(z-1)^4}$$

9. Evalúe las siguientes integrales

a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{x^2}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)} \quad \text{con } a > 0, b > 0$$

b)

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 - 2p \cos \theta + p^2} \quad \text{con } 0 < p < 1$$

c)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{x \operatorname{sen} \pi x}{x^2 + 2x + 5}$$

d)

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(5 - 3 \operatorname{sen} \theta)^2}$$