

Métodos Matemáticos 2,
Tarea 6 Ecuaciones Diferenciales 1er Orden.
Fecha de entrega 8 Diciembre 2006

1. Muestre que $\phi(x) = e^{2x}$ y $\phi(x) = Ce^{2x}$, con $C = cte$, son soluciones de la ecuación diferencial

$$y' - 2y = 0;$$

Sin embargo, $\phi(x) = \frac{1}{x}$, es solución de

$$y' + y^2 = 0;$$

pero $\phi(x) = \frac{C}{x}$, no lo es. ¿ Por qué esa diferencia ?

2. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) ¿ lineal e inhomogénea ?

$$3y' + 2y = xg(x) \quad \text{con} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } x \leq -1 \\ |x| & \text{para } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{para } x \geq 1 \end{cases}$$

b) ¿ separable ?

$$y^2(1-x^2)^{1/2}dy = \arcsen x dx, \quad \text{para } 1 < x < 1.$$

c) ¿ exacta ?

$$(2x+3) + (2y-2)y' = 0$$

d) ¿ invertible $x = x(y)$?

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^y - x}$$

e) ¿ homogénea ?

$$xy' = \sqrt{y^2 - x^2}.$$

f) ¿ factor integrador ?

$$x(2x^2 + y^2) + yy'(x^2 + 2y^2) = 0.$$

g) ¿ paramétrica ?

$$y = (y' - 1)e^{y'}$$

h)

$$xdy - ydx = (xy)^{1/2} dx$$

i)

$$y' = \epsilon y - \eta y^3$$

3. Encuentre la familia de curvas, $y = f(x)$, tal que el area comprendida entre $x = a \wedge x = x$; $y = 0 \wedge y = f(x)$ es proporcional a longitud del arco de esa misma familia.

4. Sea $r = r(\theta)$ una curva descrita en coordenadas polares. Compruebe las siguientes afirmaciones

a) $\frac{dA}{d\theta} = \frac{1}{2}r^2$ Siendo A el area encerrada por el arco de curva y dos radio vectores cualesquiera.

b) $\frac{ds}{d\theta} = \sqrt{\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2}$ con s el arco de curva.

c) $\tan \beta = r \frac{d\theta}{dr}$

5. Encuentre la familia de trayectorias ortogonales a la familia de circunferencias concéntricas de centro en el origen. Encuéntren las ahora para otra familia de circunferencias, esta vez no concéntricas, con centros en el eje de la x y todos pasan por el origen.
6. Un tanque de 350 lits. tiene una concentración inicial de fluido de 1 kg./lit. Se rellena con una solución de 0.5 kg./lit a una velocidad de 1 lit/., mientras que un tapón en el fondo permite salir 3 lit/min. Si la solución se mantiene homogénea removiéndola constantemente, ¿ Cuál es el comportamiento en el tiempo de la concentración de la solución ?
7. Determine el capital acumulado en 20 años siguiendo cada uno de estos esquemas de inversión:
 - a) Sin capital inicial y Bs. 1.500.000,00 anual.
 - b) Bs. 10.000.000,00 de capital inicial y Bs. 1.000.000,00 anual
 - c) Bs. 20.000.000,00 de capital inicial y Bs. 500.000,00 anual
 - d) Bs. 30.000.000,00 y ningún depósito adicional.
8. Suponga que una gota de agua esférica se evapora proporcionalmente al área de su superficie. Su radio, originalmente de 3mm, se reduce a 2mm al cabo de una hora. Encuentre la variación en el tiempo del radio de la gota.