

Problemas 2 (Parte I)

Prof. W. Barreto

Noviembre 2, 2007

1. Demostrar que para el movimiento uniformemente acelerado las siguientes dos ecuaciones son equivalentes:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \frac{1}{2}(\vec{v}_0 + \vec{v})(t - t_0),$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0) - \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2.$$

2. Para el movimiento circular de radio R y usando coordenadas cilíndricas, demuestre que la aceleración tiene componentes tangencial y normal:

$$a_T = R\alpha,$$

$$a_N = \frac{v^2}{R},$$

donde la velocidad tangencial es $v = \omega R$, $\omega = \dot{\phi}$ es la velocidad angular, y $\alpha = \dot{\phi}$ es la aceleración angular. Demuestre también que para el movimiento circular:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r},$$

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}).$$

3. Demuestre que en el caso de movimiento curvilíneo (no circular) en el plano, la aceleración tiene componentes:

$$a_\rho = \ddot{\rho} + \rho\dot{\phi}^2,$$

$$a_\phi = 2\dot{\phi}\dot{\rho} + \rho\ddot{\phi}.$$

4. Demuestre que

$$\dot{\hat{e}}_\phi = -\dot{\phi}(\sin\theta\hat{e}_r + \cos\theta\hat{e}_\theta).$$

5. Demuestre que en el caso general de movimiento curvilíneo, la aceleración tiene componentes:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2\theta,$$

$$a_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} - r\dot{\phi}^2 \sin\theta \cos\theta,$$

$$a_\phi = 2\dot{\phi}(\dot{r} \sin\theta + r\dot{\theta}) + r\ddot{\phi} \sin\theta.$$

6. Demuestre que el movimiento circular con aceleración angular constante, tiene ecuaciones de movimiento:

$$\phi = \phi_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2,$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha(t - t_0).$$

7. ¿Por qué el movimiento circular se puede considerar unidimensional?
8. ¿Cómo se relacionan el periodo, la frecuencia y la velocidad angular?