Problemario 3

Prof. W. Barreto

Junio 28, 2008

1. Para las Figuras 1, 2, 3 y 4, encuentre las aceleraciones de los cuerpos y las tensiones en las cuerdas.

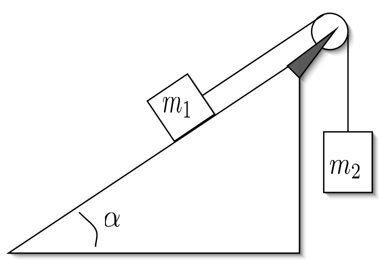

Figura 1: Problema 1

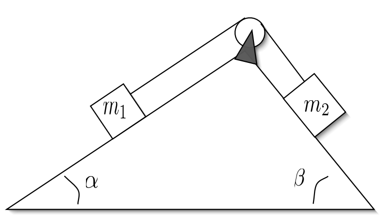

Figura 2: Problema 1

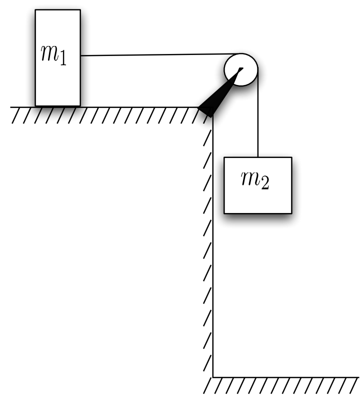

Figura 3: Problema 1

2. Una pequeña esfera de masa m, inicialmente en reposo en el punto A, se desliza sobre una superficie circular (de radio R) lisa ABD (Figura 5). Encuentre la velocidad angular y la fuerza ejercida por la superficie en el punto C.

3. Una niña de masa m está sentada en la cima de un tobogán hemisférico, liso y de radio R, como se muestra en la Figura 6. Si empieza a resbalar desde el reposo ¿en qué punto deja la niña de tener contacto con el tobogán?

4. A partir de la diferencial total de la

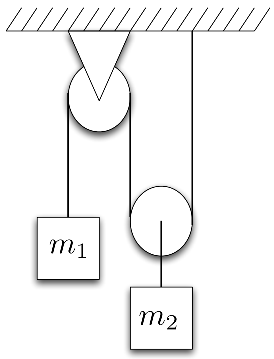

Figura 4: Problema 1

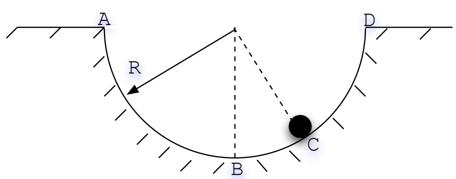

Figura 5: Problema 2

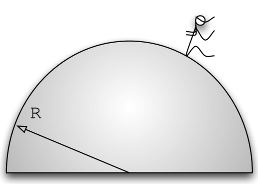

Figura 6: Problema 3

función energía potencial $E_p(x, y, z)$

$$dE_p = \frac{\partial E_p}{\partial x}dx + \frac{\partial E_p}{\partial y}dy + \frac{\partial E_p}{\partial z}dz,$$

demuestre que la fuerza conservativa asociada se puede escribir como:

$$\overrightarrow{F} = -\Big\langle \frac{\partial E_p}{\partial x}, \frac{\partial E_p}{\partial y}, \frac{\partial E_p}{\partial z} \Big\rangle \equiv -\overrightarrow{\nabla} E_p.$$

(La siguiente parte del problema considérelo un divertimento.) Ahora, demuestre que en coordenadas cilíndricas la fuerza se puede escribir de la siguiente forma:

$$\overrightarrow{F} = -\Big(\frac{\partial E_p}{\partial \rho}\hat{e}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial E_p}{\partial \phi}\hat{e}_\phi + \frac{\partial E_p}{\partial z}\hat{k} \Big),$$

y en coordenadas esféricas:

$$\overrightarrow{F} = -\Big(\frac{\partial E_p}{\partial r}\hat{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial E_p}{\partial \theta}\hat{e}_\theta + \frac{1}{r sen\theta}\frac{\partial E_p}{\partial \phi}\hat{e}_\phi \Big).$$

5. El Teorema de Trabajo y Energía no discrimina entre fuerzas conservativas y no conservativas, por tanto, en la demostración $\Delta E_c = W$, W representa la suma del trabajo realizado por las fuerzas conservativas y las fuerzas no conservativas, esto es, $W = W_C + W_{NC}$. Si el trabajo de las fuerzas conservativas es igual a menos la variación de la energía potencial (por definición de energía potencial), $W_C = -\Delta E_p$, demuestre que la variación de la energía mecánica es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas, $\Delta E = W_{NC}$.

6. Un cuerpo D de masa m (Figura 7), se encuentra sobre una superficie cónica lisa ABC y está girando alrededor del eje EE' con una velocidad angular ω. Calcular: a) la velocidad lineal del cuerpo; b) la reacción de la superficie sobre el cuerpo;

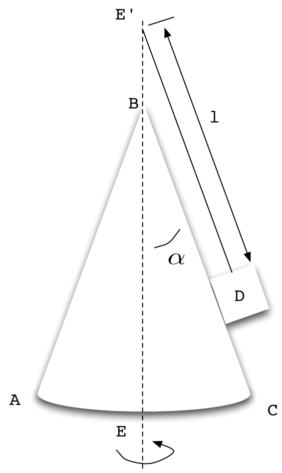

Figura 7: Problema 6

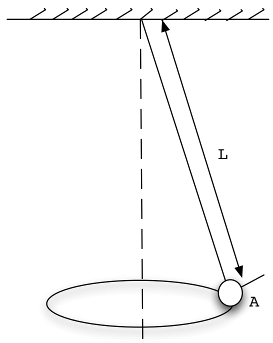

Figura 8: Problema 7

c) la tensión del hilo; d) la velocidad angular necesaria para reducir la reacción del plano a cero.

7. Una masa m suspendida de un punto fijo por una cuerda de longitud L gira alrededor de la vertical con velocidad angular ω (ver Figura 8). Encontrar la tensión en la cuerda y el ángulo que hace la cuerda con la vertical. Este es el péndulo cónico.

8. El cuerpo A de la Figura 9 tiene una masa m. Partiendo del reposo resbala una distancia d sobre un plano liso, inclinado un ángulo α sobre la horizontal, hasta que choca con el resorte M de constante k, cuyo extremo B está fijo al final del plano. Calcular la máxima deformación.

9. Determinar la altura mínima desde la cual una bola debiera caer de manera que pueda completar el movimiento circular mostrado en la Figura 10. Suponer que la bola desliza sin rodar y sin fricción.

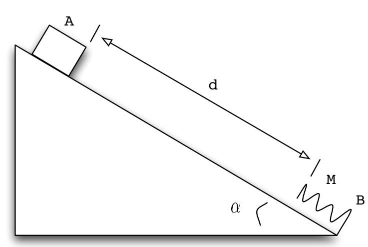

Figura 9: Problema 8

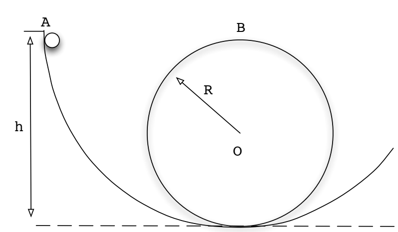

Figura 10: Problema 9