

### 3.5.7. Ejercicios

1. De un costal de frutas que contiene 3 naranjas, 2 manzanas y 3 uvas, se selecciona una muestra aleatoria de 4 frutas. Si  $X$  es el número de naranjas y  $Y$  es el número de manzanas en la muestra, encuentre La distribución de probabilidad conjunta de  $X$  y  $Y$
2. Dos contratos de obras de construcción se otorgan aleatoriamente a una o más de las compañías A,B o C. Sea  $X_1$  la cantidad de contratos concedidos a la compañía A y  $X_2$  la cantidad de contratos concedidos a la compañía B. Encuentre la distribución de probabilidad conjunta de  $X_1$  y  $X_2$ .
3. En una empresa hay nueve ejecutivos, de los cuales cuatro están casados, tres son solteros y dos son divorciados. Tres de ellos serán seleccionados al azar para un ascenso. Si  $X_1$  es el número de ejecutivos casados y  $X_2$  el de ejecutivos solteros entre los tres elegidos para el ascenso, encuentre la distribución de probabilidad conjunta de  $X_1$  y  $X_2$ .
4. En seguida se muestra la distribución de probabilidad conjunta relacionada con los datos obtenidos en un estudio sobre los accidentes de automovil en los que viajaba un niño (de menos de 5 años), de los cuales por lo menos uno resultado fatal. El estudio se concentró en determinar si el niño sobrevivió y en el tipo de cinturón de seguridad que llevaba puesto, si acaso lo utilizaban. Defina

$$X_1 = \begin{cases} 0, & \text{si el niño sobrevive;} \\ 1, & \text{si el niño no sobrevive.} \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 0, & \text{si no tenía puesto cinturón de seguridad;} \\ 1, & \text{si utilizaba cinturón de seguridad;} \\ 2, & \text{si utilizaba cinturón de seguridad de asiento para bebé.} \end{cases}$$

Observe que  $X_1$  representa la cantidad de muertes de niños y, como los asientos para bebé por lo común tienen dos cinturones,  $X_2$  representa el número de cinturones de seguridad utilizados en el momento del accidente.

$y_2 \backslash y_1$	0	1
0	0.38	0.17
1	0.14	0.02
2	0.24	0.05

Calcule e interprete  $F(1, 2)$

5. Para los ejercicios \* al \* hallas las distribuciones marginales.
6. para el ejercicio de lo niños
  - a) Calcule la distribución de probabilidad condicional de  $X_2$  dado que  $X_1 = 0$
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que un niño sobreviva si viajaba en un asiento para bebé.
7. Para los ejercicios \* al \* estudie la independencia de las variables aleatorias.
8. Para el problema de las frutas, calcule
  - a) El número esperado de naranjas

- b) El numero esperado de manzanas
- c) Usando el criterio del valor esperado, ¿son  $X$  y  $Y$  independientes?
- d) ¿Cuál es el grado de asociación lineal entre las variables?.

9. Para el problema de los niños, calcule

- a)  $E(X_1)$  y  $E(X_2)$
- b)  $E(X_1 - X_2)$
- c)  $Cov(X_1, X_2)$

10. Para el problema de los ejecutivos, calcule

- a)  $E(X_1)$  y  $E(X_2)$
- b)  $E(X_1 - 3X_2)$
- c)  $Cov(X_1, X_2)$

11. Suponga que  $X$  e  $Y$  tienen la siguiente distribución de probabilidad conjunta:

x y	2	4
1	0.10	0.15
3	0.20	0.30
5	0.10	0.15

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que  $x = 2$  y  $y = 3$ ?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que  $x = 4$  dado que  $y = 5$ ?
- c) Encuentre  $E[x]$  y  $E[y]$

d) ¿Son  $X$  y  $Y$  independientes?

e) ¿Cuál es el grado de asociación lineal entre las variables?

12. Sea  $X = \{\text{text número de contratos asignados a la empresa A}\}$  y  $Y = \{\text{text número de contratos asignados a la empresa B}\}$ .