2.11. Problemas de probabilidad condicional, regla de la multiplicación, probabilidad total, regla de Bayes e independencia

1. La caja 1 contiene x esferas blancas y y rojas. La caja 2 contiene z esferas blancas y v rojas. Se escoge una esfera al azar de la caja 1 y se pone en la caja 2. Luego se escoge una esfera al azar de la caja 2. ¿Cuál es la probabilidad de que esta esfera sea blanca?. (Meyer)

2. Dos tubos defectuosos se confunden con dos buenos. Los tubos se prueban, uno por uno, hasta encontrar los defectuosos.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el último tubo defectuoso en la segunda prueba?.

   b) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el último tubo defectuoso en la tercera prueba?.

   c) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar el último tubo defectuoso en la cuarta prueba?.

   d) Sumar los resultados obtenidos en a), b) y c) ¿Es sorprendente el resultado?.

   (Meyer)

3. Una caja contiene 4 tubos malos y 6 buenos. Se sacan dos a la vez. Se prueba uno de ellos y se encuentra que es bueno. ¿Cuál es la probabiblidad de que el otro también sea bueno?. (Meyer)

4. En el problema anterior los tubos se verifican sacando uno al azar, se prueba y

se repite el proceso hasta que se encuentran los cuatro tubos malos. ¿Cuál es la probabilidad de encontar el cuarto tubo malo

a) En la quinta prueba?

b) En la décima prueba?

(Meyer)

5. Supóngase que A y B son dos eventos independientes asociados con un experimento. Si la probabilidad de que A o B ocurra es igual a 0.6, mientras que la probabilidad de que A ocurra es igual a 0.4, determinar la probabilidad de que B ocurra. (Meyer)

6. Veinte artículos, 12 de los cuales son defectuosos y 8 no defectuosos, se inspeccionan uno después de otro. Si esos artículos se escogen al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que

   a) los dos primeros artículos inspeccionados sean defectuosos?

   b) los dos primeros artículos inspeccionados sean no defectuosos?

   c) entre los dos primeros artículos inspeccionados haya uno defectuoso y uno no defectuoso?

(Meyer)

7. Supóngase que tenemos dos cajas, 1 y 2, cada una con dos cajones. La caja 1 tiene un moneda de oro en un cajon y una de plata en el otro, mientras que la caja 2 tiene una moneda de oro en cada uno de los cajones. Se escoge una caja al azar, y de ésta se escoge un cajón al azar. La moneda que se encontró en este

cajón es de oro. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda provenga de la caja 2? (Meyer)

8. En una fabrica de zapatos, las máquinas A, B y C fabrican 25, 35 y 40 % de la producción total respectivamente. De lo que producen, 5,4 y 2 % respectivamente, son zapatos defectuosos. Se escoge un zapato al azar y resulta ser defectuoso. ¿Cuáles son las probabilidades respectivas de que el zapato provenga de la máquina A,B o C?. (Meyer)

9. Sean A,B y C dos eventos asociados con un experimento. Supónga que $P(A) = 0{,}4$, mientras que $P(A \cup B) = 0{,}7$. Sea $P(B) = p$

    a) ¿Para qué elección de p son A y B mutuamente excluyentes?

    b) ¿Para qué elección de p son A y B independientes?

    (Meyer)

10. Un número binario está compuesto sólo de los digitos 0 y 1. (por ejemplo, 1011, 1100, etc.) Estos números tienen un papel importante en el uso de los computadores electrónicos. Supóngase que un número binario está formado por n digitos. Supóngase que la probabilidad de qe aparezca un digito incorrecto es p y que los errores en digitos diferentes son independientes uno de otro. ¿Cuál es la probabilidad de formar un número incorrecto? (Meyer)

11. Dos personas lanzan tres monedas regulares cada una. ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga el mismo número de caras?. (Meyer)

12. Se lanzan dos dados y puesto que las caras muestran números diferentes, ¿Cuál es la probabilidad de que una sea cara? (Meyer)

13. En la fabricación de cierto artículo se presenta un tipo de defectos con una probabilidad de 0.1 y defectos de un segundo tipo con probabilidad de 0.05. (Se supone la independencia ebntre los dos tipos de defectos). ¿Cuál es la probabilidad de que:

    a) Un artículo no tenga ambas clases de defectos?

    b) Un artículo sea defectuoso?

    c) Suponiendo que un artículo sea defectuoso, tenga un sólo tipo de defecto?

    (Meyer)

14. Verificar que el teorema de la multiplicación establecido para dos eventos, se puede generalizar para tres eventos como sigue:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A/(B \cap C))P(B/C)P(C)$$

    (Meyer)

15. Un conjunto electrónico consta de dos subsistemas, digamos A y B. A partir de una serie de pruebas previas, se presuponen las siguientes probabilidades: La probabilidad de falle A es 0.20, la probabilidad de que sólo falle B es 0.15 y la probabilidad de que ambos fallen es 0.15. Calcular:

    a) La probabilidad de que falle B dado que B ha fallado.

    b) La probabilidad de que sólo falle A.

    (Meyer)

16. En una ciudad se publican los periódicos A,B y C. Una encuesta reciente de lectores indica lo siguiente: 20 % lee A, 16 % lee B, 14 % lee C, 8 % lee A y B, 5 % lee A y C, 4 % lee B y C, y 2 % lee A, B, y C. Para un adulto escogido al azar, calcular la probabilidad de que:

    a) No lea ninguno de los periódicos.

    b) Lea exactamente uno de los periódicos.

    c) lea al menos A y B si se sabe que lee al menos uno de los dos periódicos.

    (Meyer)

17. Cada vez que se realiza un experimento, la ocurrencia de un evento particular A es 0.2. El experimento se repite, independientemente, hasta que A ocurre. Calcular la probabilidad de que sea necesario ejecutar un cuarto experimento. (Meyer)

18. Supóngase que un mecanismo tiene N tubos y que todos son necesarios para su funcionamiento. Para localizar el tubo que funciona mal, se revisa sucesivamente cada uno de ellos. Calcular la probabilidad de que sea necesario verificar N tubos si la probabilidad (constante) de que un tubo este dañado es p. (Meyer)

19. Probar: Si $P(A/B) > P(A)$ entonces $P(B/A) > P(B)$ (Meyer)

20. Un tubo al vacío puede provenir de cualquiera de tres fabricantes con probabilidades $p_1 = 0{,}25$, $p_2 = 0{,}50$ y $p_3 = 0{,}25$. Las probabilidades de que el tubo funcione correctamente durante un período de tiempo especificado son iguales a 0.1, 0.2 y 0.4, respectivamente, para los tres fabircantes. Calcular la probabilidad de que un tubo elegido al azar funcione durante el período de tiempo especificado.

    $\wedge$ $(Meyer)$

21. Se emiten sucesivamente cuatro señales de radio. Si la recepción de cualquier señal es independiente de la recepción de otra y estas probabilidades son 0.1, 0.2, 0.3, y 0.4 respectivamente, calcular la probabilidad de que la señal k se reciba por $k = 0, 1, 2, 3, 4$

(Meyer)