

Inferencia Estadística: Contraste de Hipótesis:

Una hipótesis es una afirmación acerca de un hecho cualquiera, la cual se quiere contrastar o verificar con la realidad.

Una **hipótesis estadística** es una hipótesis, proposición o supuesto sobre la distribución de una variable aleatoria o sobre los parámetros de la distribución de una v.a..

Un contraste o test de hipótesis es una técnica de Inferencia Estadística que permite comprobar si la información que proporciona una muestra observada concuerda (o no) con la hipótesis estadística formulada sobre el modelo de probabilidad en estudio y, por tanto, se puede aceptar (o no) la hipótesis formulada.

Este es uno de los aspectos más útiles de la inferencia estadística, puesto que muchos tipos de problemas de toma de decisiones, pruebas o experimentos en el mundo de la ingeniería, pueden formularse como problemas de prueba de hipótesis.

Suponga que se tiene interés en la rapidez de combustión de un agente propulsor sólido utilizado en los sistemas de salida de emergencia para la tripulación de aeronaves. El interés se centra sobre la rapidez de combustión promedio. De manera específica, el interés recae en decir si la rapidez de combustión promedio es o no 50 cm/s. Esto puede expresarse de manera formal como

$$H_0; \mu = 50 \text{ cm/s}$$

$$H_1; \mu \neq 50 \text{ cm/s}$$

En una prueba de hipótesis surgen dos hipótesis excluyentes:

La proposición $H_0; \mu = 50 \text{ cm/s}$, se conoce como **hipótesis nula**, mientras que la proposición $H_1; \mu \neq 50 \text{ cm/s}$, recibe el nombre de **hipótesis alternativa**.

TIPOS DE HIPÓTESIS:

- 1) **Simples** cuando se refieren a un solo valor del parámetro poblacional.

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{array} \quad \text{Prueba de 2 colas}$$

- 2) **Compuestas** cuando se refieren a mas de un valor del parámetro poblacional.

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu \geq \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{array} \quad \text{Prueba de cola izquierda}$$

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{array} \quad \text{Prueba de cola derecha}$$

Es importante recordar que las hipótesis siempre son proposiciones sobre la población o distribución bajo estudio, no proposiciones sobre la muestra. Por lo general, el valor del parámetro de la población especificado en la hipótesis nula se determina en una de tres maneras diferentes:

1. Puede ser resultado de la experiencia pasada o del conocimiento del proceso, entonces el objetivo de la prueba de hipótesis usualmente es determinar si ha cambiado el valor del parámetro.
2. Puede obtenerse a partir de alguna teoría o modelo que se relaciona con el proceso bajo estudio. En este caso, el objetivo de la prueba de hipótesis es verificar la teoría o modelo.
3. Cuando el valor del parámetro proviene de consideraciones externas, tales como las especificaciones de diseño o ingeniería, o de obligaciones contractuales. En esta situación, el objetivo usual de la prueba de hipótesis es probar el cumplimiento de las especificaciones.

Un procedimiento que conduce a una decisión sobre una hipótesis en particular recibe el nombre de **prueba de hipótesis**. Los procedimientos de prueba de hipótesis dependen del empleo de la información contenida en la muestra aleatoria de la población de interés. Si esta información es consistente con la hipótesis, se concluye que ésta es verdadera; sin embargo si esta información es inconsistente con la hipótesis, se concluye que esta es falsa. Debe hacerse hincapié en que la verdad o falsedad de una hipótesis en particular nunca puede conocerse con certidumbre, a menos que pueda examinarse a toda la población. Usualmente esto es imposible en muchas situaciones prácticas. Por tanto, es necesario desarrollar un procedimiento de prueba de hipótesis teniendo en cuenta la probabilidad de llegar a una conclusión equivocada.

La **hipótesis nula**, representada por H_0 , es la afirmación sobre una o más características de poblaciones que al inicio se supone cierta (es decir, la "creencia a priori").

La **hipótesis alternativa**, representada por H_1 , es la afirmación contradictoria a H_0 , y ésta es la hipótesis del investigador.

La hipótesis nula se rechaza en favor de la hipótesis alternativa, sólo si la evidencia muestral sugiere que H_0 es falsa. Si la muestra no contradice decididamente a H_0 , se continúa creyendo en la validez de la hipótesis nula. Entonces, las dos conclusiones posibles de un análisis por prueba de hipótesis son **rechazar H_0 o no rechazar H_0** .

PASOS PARA ESTABLECER UNA PRUEBA DE HIPOTESIS

INDEPENDIENTEMENTE DE LA DISTRIBUCION QUE SE ESTE TRATANDO

1. Precisar el problema y el nivel de significancia.
2. Definir las suposiciones que generan los datos (Normalidad de la distribución, si se conoce o no la varianza, el tamaño de la muestra, etc)
3. Formular las hipótesis concernientes al objetivo que se persigue

$$\begin{array}{lll} H_0 : \mu = \mu_0 & H_0 : \mu \geq \mu_0 & H_0 : \mu \leq \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 & H_1 : \mu < \mu_0 & H_1 : \mu > \mu_0 \end{array}$$

4. Fijar los valores críticos. Estos son estadísticos de acuerdo a los supuestos, basados en el nivel de significación deseado y de la hipótesis planteada.

Para el caso Normal que es el que nos concierne en este momento seria:

a) Prueba de dos colas o bilateral

$$H_o : \mu = \mu_o$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_o$$

b) Prueba de cola derecha

$$H_o : \mu \geq \mu_o$$

$$H_1 : \mu < \mu_o$$

c) Prueba de cola izquierda

$$H_o : \mu \leq \mu_o$$

$$H_1 : \mu > \mu_o$$

5. Establecer la regla de decisión: Sirve para determinar cual es la región de aceptación y de rechazo. A partir del punto determinado por los valores críticos, en dirección a la cola o las colas se inicia la región o regiones de rechazo.

Y la regla de decisión expresa que se rechazará H_o si el valor del estadístico cae en la región de rechazo y que no se rechazará H_o si el valor del estadístico cae en la región de aceptación.

6. Determinar el estadístico de prueba, se realiza de acuerdo a los datos y las suposiciones que se establecieron.
7. Decisión y Conclusiones.

Ejemplo:

Una muestra aleatoria de 100 muertes registradas en Estados Unidos el año pasado muestra una vida promedio de 71.8 años. Suponga una desviación estándar poblacional de 8.9 años, ¿esto parece indicar que la vida media hoy en día es mayor que 70 años? Utilice un nivel de significancia de 0.05.

1) Significancia del 5%

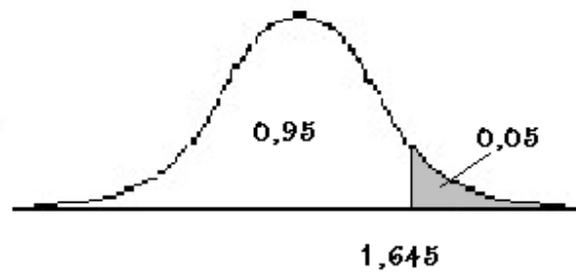
2) Se trata de una distribución muestral de medias con desviación estándar conocida, y tamaño de muestra grande (N=100)

3) $H_o : \mu = 70$

$H_1 : \mu > 70$

Será que la vida media mayor a 70 años?

4)



5) Si el estadístico de prueba es mayor a 1.645 Rechazar Hipótesis nula

6) Calculo del estadístico de prueba:

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{71.8 - 70}{8.9 / \sqrt{100}} = \frac{1.8}{0.89} = 2.022$$

7) Como el Z es mayor a 1.645 se RECHAZA la hipótesis nula es decir que la vida media si es mayor a 70 años.