Los Beneficios

Microeconomía

Douglas C. Ramírez V.

La producción y la oferta

- La esencia de la actividad productiva es obtener bienes y servicios (mercancías) con destino final al consumo por medio de los recursos de la economía.
- Esto, implica decisiones acerca de que bienes producir (y cuales no) como combinar los diversos factores de producción y con técnicas se transforman los servicios productivos de los factores en flujos de bienes y servicios.
- Por ello se estudia las propiedades de las tecnologías existentes que se asocian al análisis de las funciones de producción.
- En economía interesa las implicaciones económicas más que las propiedades técnicas y son estas las que se examinan desde la perspectiva de su incidencia en las decisiones económicas

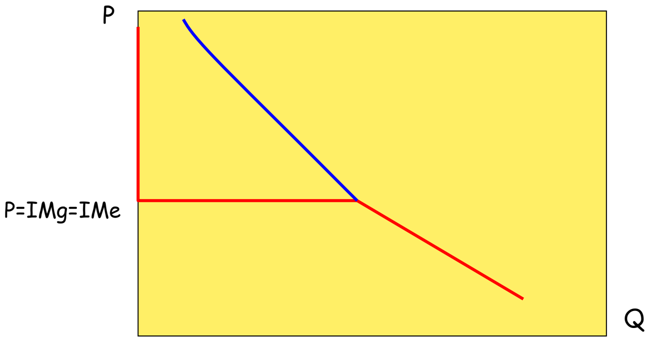
La producción y la oferta

- En la elección de la combinación productiva óptima para obtener un determinado nivel de producción, dado los precios de los insumos y la tecnología, deriva en un conjunto de resultados o combinaciones de actividades eficientes que proveen una frontera de producción para un nivel de producto tal que se logra el mínimo costo a través de la función de costos.
- Al ser la producción un flujo, el horizonte temporal es un elemento relevante en las decisiones de la empresa; la distinción entre el corto plazo y el largo plazo asociado a la existencia de o no de costos fijos, afecta el comportamiento de la empresa, al variar las restricciones sobre su margen de elección

Maximización de los Beneficios

- Al maximizar los beneficio se introduce en la decisión de la empresa no sólo los costos, sino los ingresos que se obtiene por la demanda de su mercancía.
- Para ello se requiere información acerca de la venta que puede realizar la empresa es decir de su función de demanda.
- Al asumir un mercado competitivo la empresa es precio aceptante y puede vender toda su producción al precio de mercado vigente, los bienes son homogéneos, la información es simétrica y no existen bienes específicos.

Curva de demanda competitiva



La curva de demanda que enfrenta la empresa competitiva es horizontal al precio de mercado. Cuando cobra un precio más alto, no vende nada y cuando cobra un precio más bajo, se enfrenta a toda la curva de demanda de mercado

Maximización …

- Los economistas llaman mercado competitivo, a aquel, en el que cada productor considera los precios como dados o que están fuera de su control.
- Estudiaremos el problema de maximización de beneficios de una empresa cuyos factores de producción y producto se venden en mercados competitivos.
- Lo anterior implica que la firma percibe su demanda como infinitamente elástica al precio del mercado; la firma es precio aceptante, ya que, carece de influencia sobre el mercado y por tanto, su ingreso marginal es el precio del mercado.

Maximización de beneficios

- Supongamos que las empresas producen *n* bienes (y_1, y_2, ... , y_n) utilizando *m* factores (x_1, x_2,....x_m),
- Sea al vector de precios de los productos (p_1,p_2,...,p_n) dado, sea el vector de precios de los factores (w_1,w_2,...,w_n), entonces la función de beneficios se puede formular como:

$$\pi = \sum_{i}^{n} p_i y_i - \sum_{j}^{m} w_i x_i$$

Nos aseguramos que debe incluirse todos los factores y bienes posibles en la función de beneficios. En términos vectoriales

$$\pi = py - wx$$

El precio y los costos

- Debemos asegurarnos que incluimos todos los factores y bienes posibles en la función de beneficio.
- Sí un individuo trabaja en la Empresa de la cual es dueño y la dirige, es posible que olvide valorar su trabajo el cual es un factor y tiene un costo, por lo tanto, debe incluirse en los costos totales. Su salario es simplemente el precio de mercado de trabajo, es decir, lo que recibiría si vendiera su trabajo en el mercado (en su mejor uso alternativo o costo de oportunidad).
- Sí un agricultor posee una tierra y la utiliza para su producción el costo económico es el valor de la tierra (en su mejor uso alternativo) si la hubiera alquilado a otro productor.

La organización de la Empresa.

- Los contadores utilizan los costos históricos (costos históricos) y los economistas los costos económicos (lo que costará si se comprará hoy en su mejor uso alternativo).
- En una economía capitalista las empresas pertenecen a los hogares, sólo son entidades jurídicas; en última instancia, son sus propietarios los responsables de su conducta y reciben sus frutos o pagan sus deudas.
  - En términos generales, existen tres tipos básicos de organización:
  - Las Empresas de propiedad individual (pertenece a un individuo).
  - Las Empresas de propiedad colectiva (pertenecen a más de uno).
  - Las sociedades anónimas (pertenecen a varias personas).

La organización de

- Desde el punto de vista jurídico, las sociedades anónimas, tienen una existencia independiente de sus propietarios.
- Como se señalo anteriormente, las Empresas de propiedad individual, son aquellas que pertenecen a una única persona.
- La sociedad colectiva; es aquella que pertenece a varias personas, pero que desde el punto de vista jurídico, tiene una existencia independiente de sus propietarios y, por lo tanto, puede durar más que la vida de cualquiera de sus propietarios.

La organización …

- En las sociedades colectivas y en las empresas individuales los propietarios tienen influencia directa en la gestión de la empresa y normalmente sus objetivos son obtener el máximo beneficio posible que le permita permanecer en el mercado y crecer a lo menos con el mercado.
- Al postular que el objetivo de las firmas es maximizar beneficios esto no significa que sea un principio indiscutible.
- En las teorías de la organización, se insiste en las posibles divergencias entre los objetivos de los accionistas (propietarios de la firma) y los directivos (quienes realmente toman las decisiones)

La organización de la Empresa.

- En una sociedad anónima la propiedad y la gestión se encuentran separadas y eso puede generar un problema principal-agente.
- Como se señalo anteriormente, las empresas de <u>propiedad individual</u>, son aquellas que pertenecen a una única persona.
- La <u>sociedad colectiva</u>; es aquella que pertenece a varias personas, pero que desde el punto de vista jurídico, tiene una existencia independiente de sus propietarios y, por lo tanto, puede durar más que la vida de cualquiera de sus propietarios.
- En las <u>sociedades colectivas</u> y en las <u>empresas individuales</u> los propietarios tienen influencia directa en la gestión de la empresa y normalmente sus objetivos son obtener el máximo beneficio posible que le permita permanecer en el mercado y crecer a lo menos con el mercado.

Los Beneficios y el valor en bolsa

- En una sociedad anónima la propiedad y la gestión se encuentran separadas y eso puede generar un problema principal-agente.
- La mayoría de las empresas son sociedades anónimas emiten acciones que representan la propiedad de una de sus partes.
- Periódicamente reparten sus dividendos generados por estas acciones, que representan una parte de los beneficios de la empresa.
- Las acciones de las sociedades anónimas se compran y se venden en la bolsa de valores. Su cotización representa el valor actual de la corriente de dividendos que esperan recibir los accionistas por cada acción.

Los Beneficios y el valor en bolsa

- El valor total en bolsa de una empresa representa el valor actual de la corriente de beneficio que se espera que genere. Por lo tanto, el objetivo de la empresa seria "maximizar el valor actual de la corriente de beneficios que genera" o "maximizar su valor en bolsa".
- Maximizando el valor en bolsa, una empresa aumenta lo más posible los conjuntos presupuestarios de sus accionistas y actúa en interés de todos ellos. En un mundo en el que no exista incertidumbre, el objetivo de maximizar los beneficios y maximizar el valor en bolsa es coincidente.

Los Beneficios y el valor en bolsa

- Cuando hay incertidumbre, difícilmente tiene sentido maximizar los beneficios, (¿Beneficios esperados?, ¿Minimizar riesgos?, ¿Maximizar que?). Sin embargo, sí es necesario maximizar el valor en bolsa .
- Sí los directivos aumentan el valor de las acciones, mejoran el bienestar de sus propietarios (los accionistas).

Los Beneficios y el valor en bolsa

- La maximización del valor en bolsa proporciona a la firma una función objetivo claramente definida en la mayoría de las condiciones económicas.
- A pesar de estas observaciones, aquí nos limitaremos a analizar el problema del objetivo de la firma de forma más simple, es decir, analizaremos las decisiones sobre la producción de un bien sin incertidumbre y en un único período pensando en una empresa que busca maximizar la distancia entre sus ingresos, sus costos con precios, demanda y tecnología dado.

La hipótesis de Maximización

- Al margen de otras consideraciones la hipótesis de maximización de beneficios tiene diversas ventajas
  - Claridad pedagógica
  - La hipótesis postula beneficios nulos a largo plazo para empresas competitivas y que si no maximiza obtendrá beneficios nulos induciendo al cierre en el corto plazo.
  - Si una empresa no es gestionada de acuerdo a los objetivos de los accionistas será blanco de las OPAS por parte de aquellos que sí maximizarán sus beneficios. Esta presión disciplinará las eventuales desviaciones

La hipótesis …

- Ventajas …
  - Los propietarios pueden incorporar una estructura de incentivos que induzcan efectivamente a la maximización de beneficios
  - En ocasiones una estrategia aparentemente distinta (como maximizar los ingresos por venta, tasa de crecimiento, cuota de mercado o del ranking) pueden ser "estrategias de corto plazo" de una estrategia maximizadora de beneficios.

Factores fijos y Factores variables

- Acorto plazo la empresa esta obligada a emplear algunos factores, incluso aunque no decida producir nada. Por lo tanto, es perfectamente posible que en el corto plazo obtenga beneficios negativos.
- Por definición; Los factores fijos son los que debe pagar la empresa, aún cuando, decida no producir nada.
- Existe otra categoría de factores que sólo es necesario pagar sí la empresa decide producir una cantidad positiva, pero sí lo hace tiene que comprar una cantidad fija, estos factores se denominan "Factores Cuasifijos" y esta distinción es útil algunas veces para analizar la conducta económica.

La maximización del beneficio a corto plazo

- Consideremos el siguiente problema de maximización de beneficios

$$\underset{x,y}{Max}\; py - wx \quad s.a. \quad f(x) \geq 0; x \geq 0$$

•Formulamos el Lagrange

$$L(y,x) = py - wx + \lambda[f(x) - y]$$

Condiciones necesarias de primer orden

- CNPO

$$\frac{\partial L}{\partial y} = p - \lambda \le 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = -w_i + \lambda \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \le 0 \Rightarrow \lambda PMgX_i = \lambda \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} = \lambda f_i \le w_i$$

$$x_i\left(-w_i + \lambda \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}\right) = 0 \Rightarrow -\frac{w_i}{PMgX_i} = 0$$

Tenemos i=1 … n

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = f(x) - y \ge 0$$

Tenemos n +1 ecuaciones e incógnitas

$$\lambda\left[f(x) - y\right] = 0$$

Landa ʌ es costo marginal de producción o ingreso marginal

CKT

- **Caso 1**
- Sí y=0;

$$-w_i + p\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \le -w_i + \lambda \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$$

$$p\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \le w_i$$

$$VPMgX_i \le w_i$$

CKT

- **Caso 2**
- Sí y=0; p = λ → f(xi) = y > 0 ; x ≥ 0

$$w_i = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} p = VPMgX_i$$

Corto plazo

- Maximización del beneficio a corto plazo
- Consideramos el problema de maximización de beneficios a corto plazo cuando el factor 2 es fijo, x_2.
- Sea $f(x_1, x_2)$ la función de producción de la empresa, sea p el precio de los productos y w_1, w_2 los precios de los factores.
- El problema de maximización del beneficio q que se enfrenta la empresa puede expresarse como:
- π = máx. p $f(x_1, x_2)$ - $w_1 x_1 - w_2 x_2$; sea f(x) ≥ y
- La función de beneficios de la firma depende sólo de los precios de los factores y del precio del producto.

Maximización

- Maximización a corto plazo

$$p\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} - w_1 = 0; \text{si } \bar{x}_2 \text{ es fijo}$$

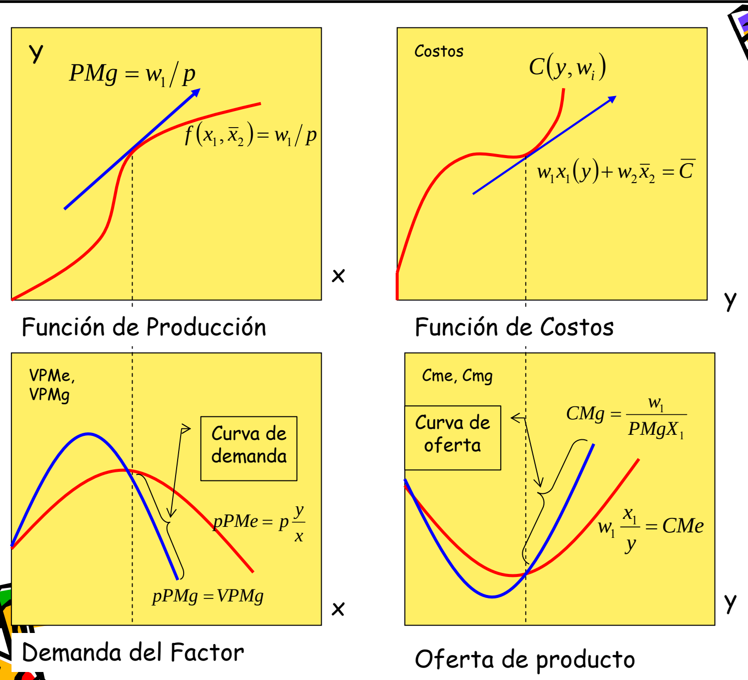
$$p(PMgX_1) = w_i$$

El valor del producto marginal del factor debe igualar a su precio

$$PMgX_1 = \frac{w_i}{p}$$

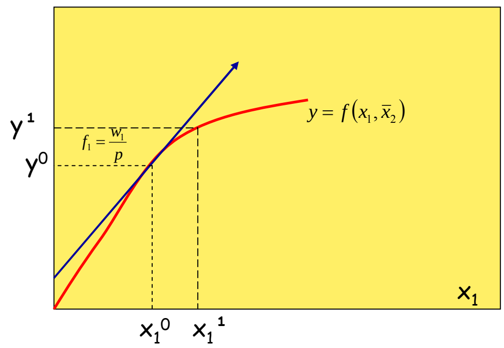
$$p\frac{\partial PMgX1}{\partial x_1} \leq 0$$

Rendimientos marginales decrecientes



Función de beneficios.

- Supongamos que solo tengo un insumo variable en el corto plazo (x) y el producto o bien único en esta economía y un producto o bien único en esta economía y donde $(y, x_1) \in \mathbb{R}^+$; el conjunto de elección esta circunscrito al (y, x_1) espacio de producto e insumo que es el conjunto técnicamente factible y los puntos óptimos del conjunto de producción (set de producción) nos define la frontera de producción y la función de producción.
- $y = f(x_1, x_2)$



(x_1^0, y^0) es un punto eficiente del set o conjunto de producción solo los puntos de la frontera de $y=f(x_1, x_2)$ de la función de producción que corresponde a la frontera son óptimos, pero el punto (x_1^1, y^1) no es un punto eficiente desde el punto de vista asignativo.

Maximización de Corto Plazo

- Asumimos que la firma maximiza la función de beneficio que depende de la tecnología (función de producción) y de unos precios de los insumos y del producto.
- La función de beneficio sería

$$Max\pi = pf\left(x_1, \bar{x}_2\right) - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

Condiciones Necesarias de Primer Orden (CNPO)

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = pf_1 - w_1 = pPMgX_1 - w_1 = 0$$

Las condiciones de un máximo requieren estricta concavidad de la función de producción (respecto al origen) por lo menos :

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial x_1^{\ 2}} = \frac{\partial\left(pf_1\right)}{\partial x_1} = p\frac{\partial PMgX_1}{\partial x_1} = pf_{11} < 0$$

Maximización

- Nótese que la condición de concavidad exige que el costo marginal sea creciente o que la productividad marginal sea decreciente

$$\frac{\partial CMg}{\partial y} > 0 \qquad \text{ó} \qquad \frac{\partial PMgi}{\partial x_i} < 0$$

formulación alternativa de la función de beneficios

$$\underset{y}{Max}\,\pi = py - C(y)$$

CNPO

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p - CMg = 0 \Rightarrow p = CMg > 0$$

CSSO

$$\frac{\partial \pi^2}{\partial y^2} = -\frac{\partial CMg}{\partial y} < 0$$

En esta formulación garantizar un máximo requiere evaluar varios aspectos.

Maximización

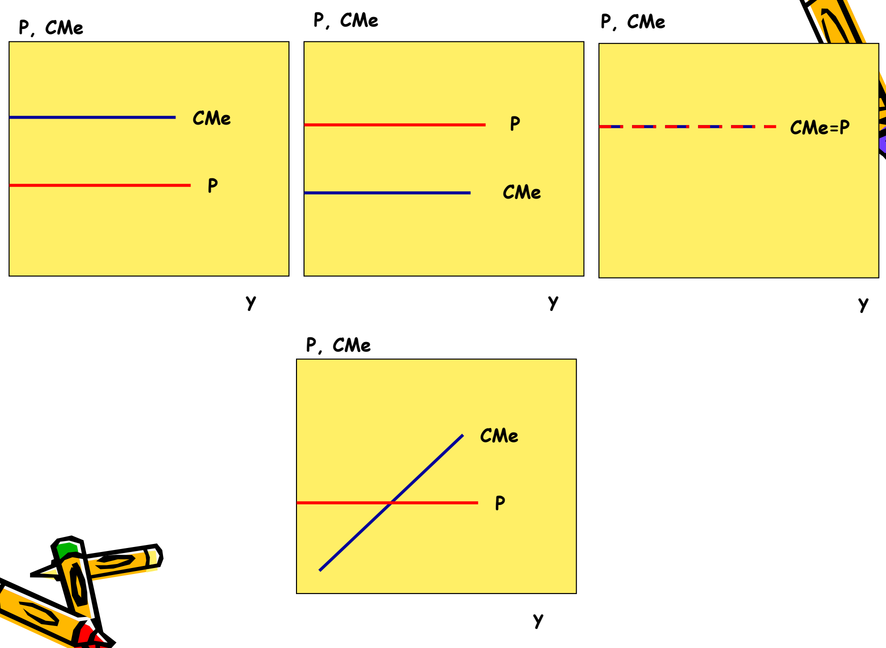
- En esta formulación garantizar un máximo requiere evaluar varios aspectos.
- Ej.: formularemos en términos unitarios. La función de costo por tanto tenemos.

$$\pi = py - yCMe = y(p - CMe) \rightarrow p - CMe = \text{ Beneficio Unitario}$$

La maximización implica necesariamente rendimientos marginales decrecientes ya que retornos constantes no garantizan. Por tanto ;

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = (p - CMg) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial y^2} = -\frac{\partial CMg}{\partial y^2} < 0$$



La Función de Beneficios

- Tenemos para un beneficio máximo se requiere que $\pi \geq 0$ tomemos la primera función de beneficio y hagamos algunas operación.

$$Max \frac{\pi}{p} = f(x_1, \bar{x}_2) - \frac{w_1}{p} x_1 - \frac{w_2}{p} \bar{x}_2$$

Los beneficios se maximizan donde $f_1 = \left(\frac{w_1}{p} \right)$

Tomemos la función de beneficio y dividamos por ($p\ x_1$)

$$\frac{\pi}{px_1} = \frac{f(x_1, \bar{x}_2)}{x_1} - \frac{w_1}{p} - \frac{w_1}{px_1} \bar{x}_2 \geq 0$$

$$\frac{f(x_1, \bar{x}_2)}{x_1} \geq \frac{w_1}{p} + \frac{w_1}{px_1} \bar{x}_2$$

- Tenemos que al producto medio es mayor o igual al óptimo local, pero de la CPO, tenemos que el producto marginal es igual a la selección (w/p)

Maximización

1. Tenemos que el producto medio es mayor o igual al óptimo local, pero de la CPO, tenemos que el producto marginal es igual a la selección (w/p), luego tenemos que:

$$f_1(x_1^*) = \frac{w_1}{p} \Rightarrow \frac{y}{p} \geq PMg$$

Producto Medio ≥ Producto Marginal =(w_1/p)

Si existe un óptimo local para maximizar el beneficio de una empresa competitiva, la función de producción será cóncava por abajo.

Una formulación alternativa en términos de elasticidad seria la siguiente. Si y/x1 ≥ dy/dx1 ; (PMe ≥ PMg). ¿Tenemos retornos creciente?

Elasticidades

- Una formulación alternativa en términos de elasticidad seria la siguiente. Si y/x1 ≥ dy/dx1 ; (PMe ≥ PMg).

$$\frac{y}{x_1} \geq \frac{dy}{dx_1} \rightarrow (PMe \geq PMg)$$

$$\frac{y}{x_1}\frac{x_1}{y} \geq \frac{dy}{dx_1}\frac{x_1}{y} = \varepsilon_{yx_1}$$

la elasticidad producto del factor x_1

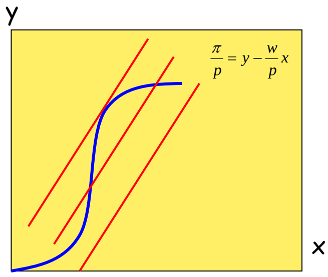
Ej. :demostremos que la elasticidad producto de cada factor (en el caso de dos insumos) es igual a la participación con los ingresos.

Ejemplo

- $\varepsilon_{y,x1} \leq 1$; implica que las retornos a escala son no crecientes ya que la elasticidad del producto con respecto al insumo no es mayor a la unidad ($\varepsilon_{y,x1} \leq 1$).
- Cuando los retornos a escala de los factores son no crecientes, el valor del producto marginal (en términos de unidades de producto) tienen un costo marginal creciente.

Isobeneficios

- 2. analicemos gráficamente la elección óptima.



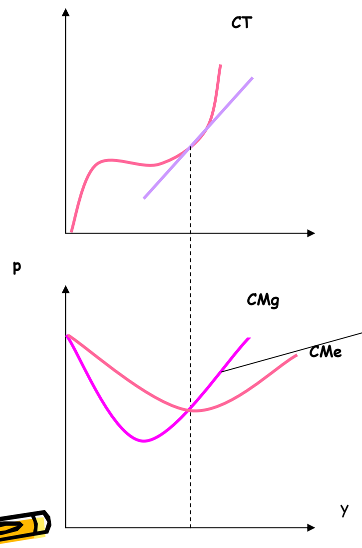
Podemos ver gráficamente que la función de isobeneficios es tangente a la función de producción; y = (w / p) x_1^*. Donde la recta de isobeneficios es; π / p = y – (w/p) x_1. Donde los retornos son no crecientes, dado los precios de los factores y el producto.
<u>Una empresa maximizadora de beneficios con precios dado (tomadora de precios), no producirá donde los retornos a escala son no crecientes y el punto será cóncavo por abajo.</u>

Relaciones

- Tomemos el caso de una función de costo de un solo insumo será:
- Costo total → C= w x
- Costo medio → C/y= (w x) / y = w (y/ x)$^{-1}$ = w/ PMe
- Costo medio → precio del factor/producto medio del factor.
- Costo marginal → dC/dy = (dC/dx) (dx/ dy) = w(dy/dx)$^{-1}$ = w/PMg x
- Costo marginal → precio del factor/producto marginal del factor.

Relaciones

- Dado que Pmex ≥ Pmg x ; (y/ x) ≥ (dy/dx)
- Ordenando tenemos:
- (w/PMex) ≥ (w/PMgx);
- CMex ≤ CMgx
- Por lo tanto tenemos:
- El costo marginal (x_1*) ≥ costo medio (x_1*)



Área de producción positiva

Por esto, de aquí es que el costo promedio es decreciente

Relaciones

- (3) En una empresa tomadora de precios que maximiza beneficios, los costo medios son decrecientes (retornos crecientes) donde el costo marginal es menor que el costo promedio y los costo medios son crecientes donde el costo marginal es mayor al costo medio.

La función de oferta

- Volvamos a las condiciones de primer orden, $p^* f1 (x_1, x_2) = w_1$
- Es decir : $p * Pmg\ x_1 = w_1$; $p = (w1/Pmg\ x1) =$ costo marginal = Función de oferta.
- La expresión anterior es la función de oferta del producto a partir de la elección optima de factores; dado que x_1^* le corresponde a un nivel de producto y^* ; podemos en ese sentido reescribir la función como.

Relaciones

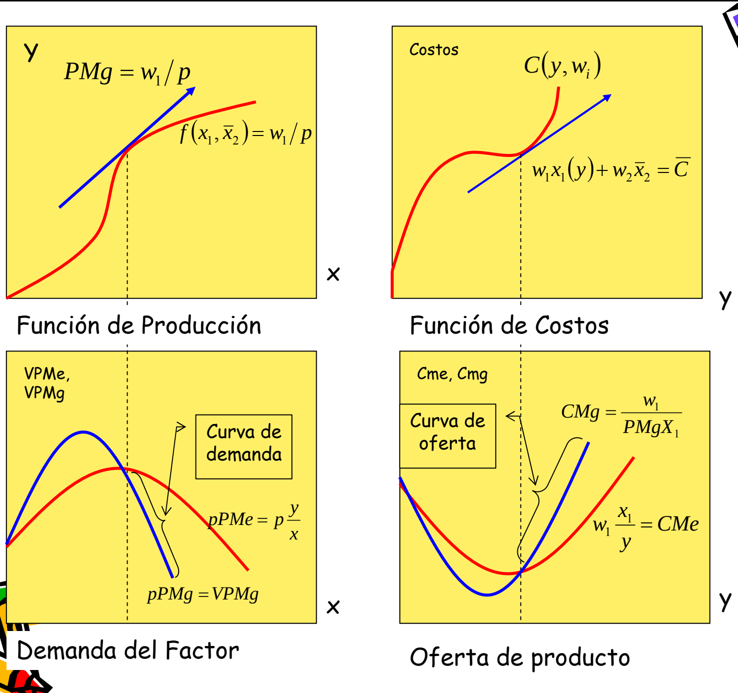
- Reescribiendo la curva anterior, se tiene que $w_1 = p^* \, PMg \; x_1$;
- Valor del producto marginal que define la función de demanda (no condicionada) de factores.

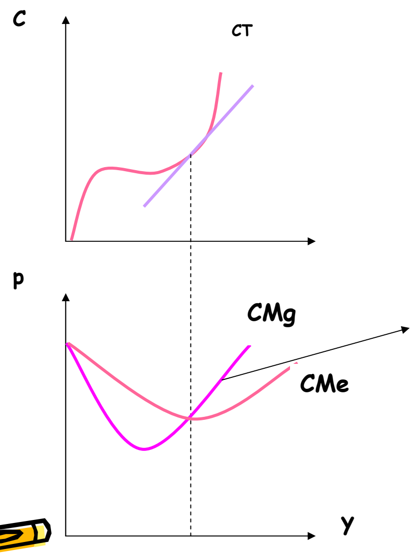
Relaciones

- De la función de oferta podemos ver que.
- $P = w_1 / PMg \; x_1 = CMg$
- $\partial x_i / \partial y \; (p = w/f_1) \Rightarrow CMg$
- $\partial x / \partial p = - f_1 / p \, f_{11}) > 0$
- Desde la función de demanda $wi = p * f_1$
- $x_i / \partial w_1 = 1/ p * f_{11} < 0$
- Así que la oferta del producto crece cuando los precios crecen y la demanda por insumo disminuye, cuando los precios de los insumos crece.

Relaciones

- 4. **Def**. La curva de oferta es la curva de costo marginal desde el punto donde el costo marginal es creciente y excede (o sobre pasa, o es mayor, o mayor igual que) al costo promedio o curva de costo medio.





Por esto, de aquí es que el costo promedio es decreciente

Área de producción positiva

Relaciones

- 5. La curva de demanda de factor es la curva del valor del producto marginal, donde el producto marginal decrece y es menor (o igual en x_1*) que el producto medio. Para precios mayores a donde (x_1*) es optimo, la demanda es nula.

Ejemplo

- Ej: $y = f(x) = x^{a}$ $a > 0$; $\pi = p\,x^{a} - w\,x$.
- CPO.
  $\partial\pi/\partial x = 0; \rightarrow a\,px^{(a-1)} = w$
- CPO.
  $\partial^2\pi/\partial x^2 < 0 \rightarrow a\,(a-1)\,p\,x^{(a-2)} \leq 0\ ; \rightarrow\ x^{a-2} < 0$
- Pero $a \neq 0$, $p \neq 0$.
- La condición de Segundo orden solo puede satisfacer cuando $a \leq 1$, lo que significa que la función de producción debe tener rendimientos constantes o decrecientes de escala para que tenga sentido la maximización competitiva del beneficio.

Ejemplo

- Si $a = 1$; la condición de primer orden se reduce a: $p = w$, por lo tanto cuando $w = p$, cualquier valor de x es una elección maximizadora del beneficios.
- Si $a < 1$, se utiliza la condición de primer orden para hallar la función de demanda de factores.
- $X(p, w) = (w/ap)^{1/(a-1)}$
- La función de oferta viene dada por.
- Sustituyendo; $x(p, w) \rightarrow f(x)$.
- $y^{s}(p, w) = f(x(p, w)) = (w/ap)^{a/(a-1)}$
- Y la función de beneficios viene dada por.
- $\pi(p, w) = p\,y^{s}(p, w) - w\,x(p, w) = w\,[(1-a)/a]\,[w/(a\,p)]^{1/(a-1)}$

Distinguir:

Demanda condicionadas	≠ Demanda de factores
$X_i(w_i, w_j, y)$ • La demanda condicionada de factores es la elección optima de factores por parte de la empresa, condicionada a que esta produzca una cantidad dada de y*.	$X_i(p, w_i, y)$ • La curva de demanda de un factor por parte de la firma, mide la relación entre su precio y la cantidad de ese factor que maximiza el beneficio

Propiedades de las funciones

- Las funciones que indican las elecciones óptimas de los factores y de los niveles de producción en función de los precios se conoce como demanda de factores y de oferta de producción proviene del problema de maximización de beneficios y como soluciones están sometidas a restricciones.
- 1. Si multiplicamos todos los precios

Estática comparativa con un único factor.

- El problema que resuelve la firma.

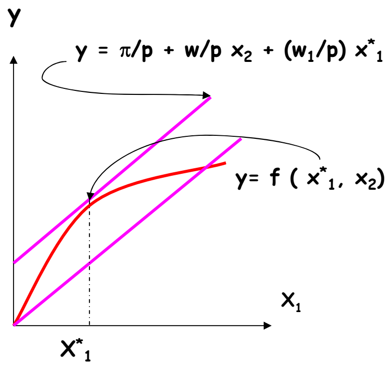
$$\underset{x}{Max}\ pf(x) - wx$$

- CPO. → P f′(x (p, w))- w =0
- CPO. → P f″(x (p, w)) ≤ 0
- Diferenciemos la CPO. con respecto al precio del factor.
- → p f″(x (p, w)) (dx (p, w)/ dw) – 1 =0

  suponiendo que f″ ≠ 0
- → dx(p, w)/dw = 1/[p f″(x (p, w))].
- → dx(p, w)/dw = 1 /[p f″(x (p, w))]< 0
- → dx(p, w)/dw = 1 /[p f″(x (p, w))]< 0

Nótese

- Esta identidad nos proporciona, en primer lugar una expresión explícita de dx/dw en relación con la función de producción.
- En segundo lugar nos informa el signo de la derivada.
- <u>Ordenando la función de beneficios se tiene.</u>
- → π = p* y- $w_1x_1 - w_2x_2$
- → y = π/p + w/p x_2 + w_1/p x_1



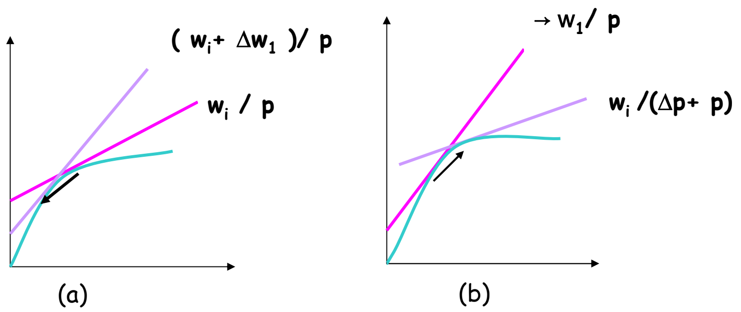
Ordenando la función de beneficios se tiene.

→ π = p* y- w1x1 – w2x2

→ y = π/p + w/p x2 + w1/p x1

La maximización del beneficio. La firma elige la combinación de factores y de productos que se encuentra en la recta isobeneficios más alta. En el punto (x_1^*, y_1^*)

$$(dy/dx) = PMgX_1 = (w_1/p)$$



Un aumento de Δw_1 y Δp .Los gráficos muestran el efecto de un aumento de los precios de los factores y del producto. En (a) un aumento de w1 (**Δw1**), desciende la demanda del factor y la oferta del producto. En (b) **un aumento del precio** del producto (Δ**p**); aumenta la oferta del producto y la demanda del factor.

La Maximización a largo plazo

- El problema de la firma es esencialmente igual al problema del corto plazo aunque varían los factores.

$$\underset{\{x_1, x_2\}}{Max}\, pf(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2$$

CNPO

$$pf_1 = w_1$$

$$pf_2 = w_2$$

Ejemplo

- Ej: $f(x_1, x_2) = X_1^a X_2^b$
- $\pi = p\, X_1^a X_2^b - w_1 x_1 - w_2 x_2$
- CPO.
- (1) $\rightarrow$ $p\, a\, X_1^{a-1} X_2^b = w_1$
- (2) $\rightarrow$ $p\, b\, X_1^a X_2^{b-1} = w2$
- Sí multiplicamos (1) * x1 y (2) * x2 tenemos.
- (3) $\rightarrow$ $p\, a\, X_1^a\, X_2^b - w_1 x_1 = 0$ como $y = X_1^a\, X_2^b$
- (4) $\rightarrow$ $p\; b\, X_1^a\, X_2^b - w_2 x_2 = 0$
- (5) $\rightarrow$ $p\, a\, y - w_1 x_1 = 0$; despejando x_1 y x_2 tenemos.

Ejemplo

- (6)→ $p\ b\ y - w_2 x_2 = 0$
- (7)→ $x_1 = (a\ p\ y)/w_1$
- Obtenemos las demandas por factores que depende del nivel optimo de producción .
- (8)→ $x2 = (a\ p\ y) / w_2$
- Sustituimos (7) y (8) en f(x1,x2).
- $\rightarrow y = [(a\ p\ y)/w_1]^a\ [(b\ p\ y)/w_2]^b$
- $\rightarrow y = (a\ p/w_1)^a\ (b\ p/w_2)^b\ y^{(a+b)}$;
- Resolvemos para y.

Ejemplo

- Nótese.
- $\rightarrow y/y^{a+b} = y^{(1-a-b)}$;
- $\rightarrow y^s = (ap/w_1)^{[a/(1-a-b)]}\ (bp/w_2)^{[b/(1-a-b)]} = y^s(p\ ,w)$
- Obtuvimos la función de oferta de la empresa.
- Si a+b = 1 los rendimientos son constantes a escala, en este caso la función de oferta no esta definida.
- En la medida en que los precios de los productos y de los factores sean compatibles con unos beneficios nulos, una empresa en tecnología cobb- douglas es indiferente en cuanto a su nivel de oferta.

Ejemplo

- Si a+ b =1 los rendimientos son constantes a escala, en este caso la función de oferta no esta definida.
- En la medida en que los precios de los productos y de los factores sean compatibles con unos beneficios nulos, una empresa en tecnología cobb-douglas es indiferente en cuanto a su nivel de oferta.
- Ej.: obtener la función de beneficios $\pi = (p, w)$
- $\rightarrow$ w1 = p* PMg x_1; w_1 = p a y / x_1 ; curva inversa de suma de factores.
- $\rightarrow$ X1 = p a y/ w_1; curva de demanda de factores.

Propiedades Función de beneficios.

- Def. La función de beneficios de la firma nos indica el beneficios máximo que puede obtener la empresa para un vector de precios de factores y de producto y esta definida por.
- $\pi(p, w) = \text{máx.} \{ p\ y - w\ x \}$ s.a. $f(x) \geq y$.
- Nótese que la función objetivo es una función lineal de los precios.

Propiedades de la función de beneficios, para p > 0, w > 0

- La función de beneficios es :
- 1. No decreciente en los precios de los productos (p)
- $\rightarrow \partial \pi / \partial p = y$
- 2. No creciente en los precios de los factores (w),
- $\rightarrow \partial \pi / \partial p = - x$
- 3. Homogénea de grado 1 en precios de los factores y del producto.
- $\pi (tp , tw) = t \pi (p, w)$

Propiedades

- 4. Convexa en precios del producto y de los factores. (p, w)
- $p t + (1- t) p' = p'' \Rightarrow \pi (p'') \leq t\pi(p)+(1- t) \pi(p')$
- 5. Continua en precio del producto y de los factores al menos cuando ln π (p, w) esta bien definida y $p_i > 0$, $w_i > 0$

Propiedades

- Lema de Hotelling. (la propiedad de la derivada); sea $\pi(p, w)$
- Una función continua doblemente diferente diferenciable, para alguna firma competitiva, entonces para unos precios del producto y de los factores positivos, tenemos que :
- Sea $\pi(p, w) \forall p > 0$, $w > 0$

Lema de Hotelling.

- A. → $\partial\pi(p, w) / \partial p \equiv y^s(p, w)$; función de oferta.
- B. → $\partial\pi(p, w) / \partial w \equiv x_i(p, w_i)$; función de demanda.
- 2. Homogeneidad de grado cero en precios y salarios (factores) de la función de oferta y de demanda de factores.
- → $y(tp, tw) = y(p, w) \quad \forall t$
- → $x_i(tp, tw) = x_i(p, w)$
- usando: Hotelling y homogeneidad de grado 1 de
- → $\pi(p, w)$.

Propiedades

- (3) efectos propios del precio.
- $\partial\pi 2$ (p, w) / ∂ p2 = y^s (p, w)/∂p ≥ 0
- dado que π (p, w) es convexa en (p, w); por tanto.
- $\partial^2 \pi/\partial p^2$; $\partial^2\pi/\partial w^2 \geq 0$
- $\partial^2 \pi/\partial w^2 = \partial x_i(p, w)/\partial w \geq 0$
- (4) Efectos precios cruzados sobre la demanda de insumos.
- $\rightarrow\partial^2\pi$ (p, w)/$\partial w_i\, \partial w_j \rightarrow = \partial x_i(p, w)/\partial w_j$
  $\rightarrow= \partial w_j(p, w)/ \partial wi \rightarrow= -\partial^2\pi$ (p, w)/ ∂ wj ∂ wj
- $\rightarrow=-\partial^2\pi$ (p, w)/ ∂w_i^2; Por el Teorema de Young