

La ecuación de Slutsky: Ejercicio

Microeconomía
Douglas Ramírez

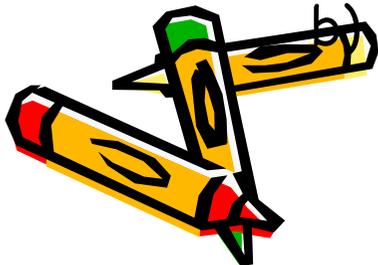


Planteamiento

- Las preferencias de un consumidor están representadas por la siguiente función índice de utilidad

$$U(X,Y)=X^2Y$$

- Este individuo dispone de una renta de 1200 u.m. y los precios son $p_x=p_y=4$
 1. Obtenga las funciones de demanda del consumidor
- Suponga que se produce una reducción en el precio del bien X, de modo que pasa a ser igual a 1, manteniéndose al renta y el precio del bien Y
 2. Calcule el efecto sobre el consumo de los bienes de la variación en p_x
 3. Descomponga el impacto que sobre el consumo de los bienes ha tenido la variación de p_x .
 - a) En los efectos renta y sustitución de Slutsky
 - b) En los efectos renta y sustitución de Hicks



Solución 1

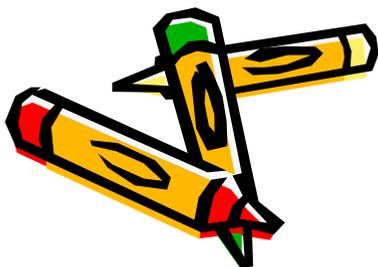
Calculamos las funciones de demanda resolviendo el problema de maximización del consumidor

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max}_{x,y} U(x, y) = x^2 y \\ \text{s.a.} \therefore p_x x + p_y y = M \end{array} \right\}$$

De las CNPO se tiene

$$\left. \begin{array}{l} (1) -\frac{p_x}{p_y} = \text{RMS}_{y,x} \equiv -\frac{U_x}{U_y} \\ (2) p_x x + p_y y = M \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{p_x}{p_y} = -\frac{2xy}{x^2}$$

$$x^d = \frac{2M}{3p_x} \therefore y^d = \frac{2M}{3p_y}$$



Solución 2



El impacto de sobre el consumo de la variación en el precio de X se obtiene a través de las canastas de consumo óptimas en la situación inicial (i) y en la situación final (f). Para ello es suficiente particularizar los valores correspondientes de precios y renta en las funciones de demanda

$$\left. \begin{aligned} x^d(p_x, p_y, M) &= \frac{2M}{3p_x} \Rightarrow x^i(4, 4, 1200) = \frac{2(1200)}{3(4)} = 200 \\ y^d(p_x, p_y, M) &= \frac{M}{3p_y} \Rightarrow y^i(4, 4, 1200) = \frac{1200}{3(4)} = 100 \end{aligned} \right\}$$

Situación Inicial (i)		
	X	Y
Canastas	200	100
Precios	4	4
Ingreso	1.200	
Utilidad	4.000.000	

$$\left. \begin{aligned} x^d(p_x, p_y, M) &= \frac{2M}{3p_x} \Rightarrow x^f(1, 4, 1200) = \frac{2(1200)}{3(1)} = 800 \\ y^d(p_x, p_y, M) &= \frac{M}{3p_y} \Rightarrow y^f(1, 4, 1200) = \frac{1200}{3(4)} = 100 \end{aligned} \right\}$$

Situación Final (f)		
	X	Y
Canastas	800	100
Precios	1	4
Ingreso	1.200	
Utilidad	64.000.000	



Solución 3

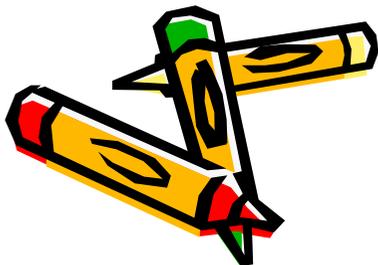
La reducción en el precio del bien X hace que el consumidor aumente la demanda de X. En las preferencias tipo Cobb-Douglas, la variación en el precio del otro bien no afecta su demanda

$$\frac{\partial x^d}{\partial p_x} = -\frac{2M}{3p_x^2} \therefore \frac{\partial y^d}{\partial p_y} = 0$$

El efecto total (ET) viene dado por la diferencia entre el situación inicial y la situación final

$$ET_x = x^f - x^i = 800 - 200 = 600$$

$$ET_y = y^f - y^i = 100 - 100 = 0$$



Solución 4



Las rectas de presupuesto de la situación inicial y final son:

$$\text{Situación (i)} \Rightarrow 4x + 4y = 1200 \Rightarrow \begin{cases} \left. \frac{dy}{dx} \right|_{RB(i)} = -\frac{P_x}{P_y} = -1 \\ \text{Corte Ejes } (300,0); (0,300) \end{cases}$$

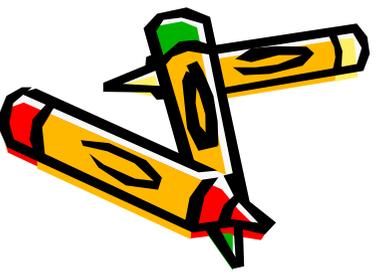
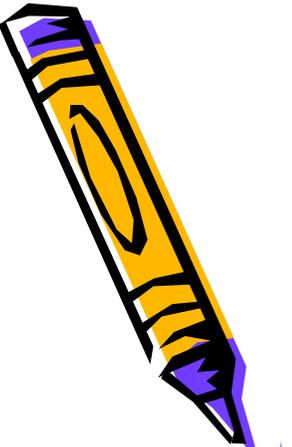
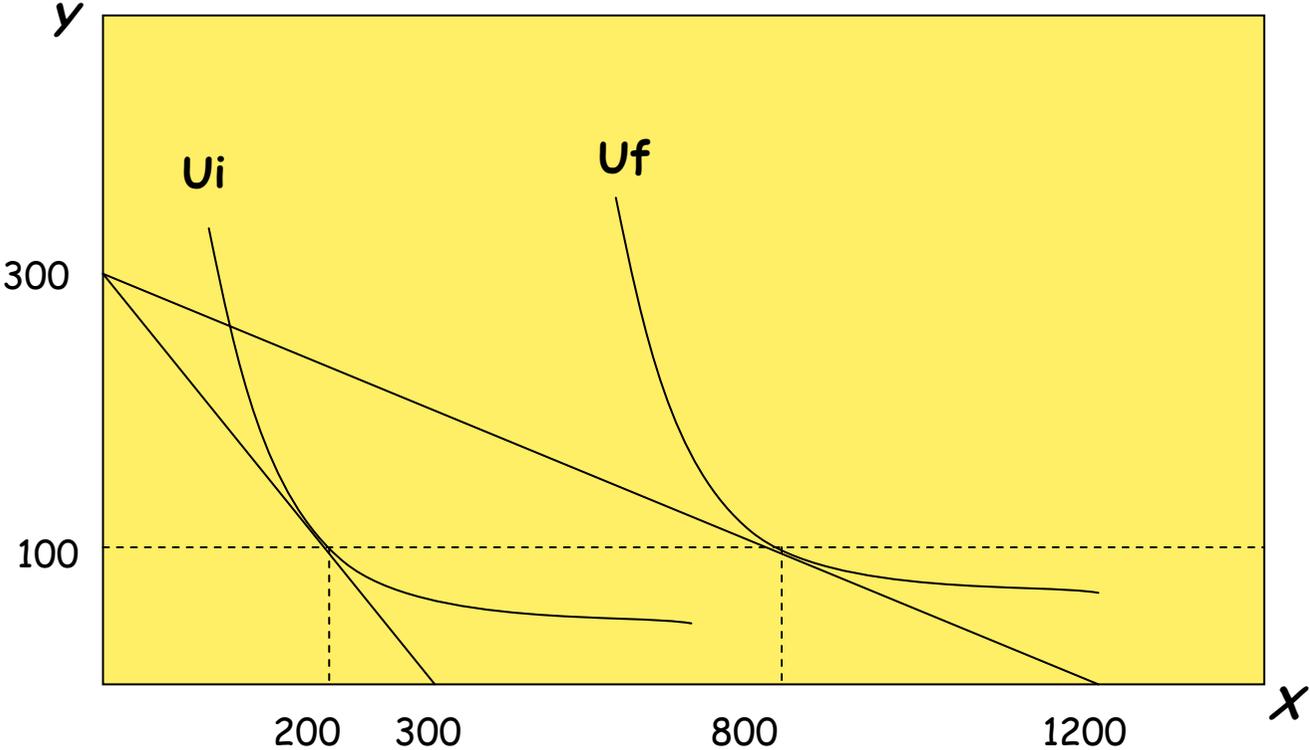
$$\text{Situación (f)} \Rightarrow x + 4y = 1200 \Rightarrow \begin{cases} \left. \frac{dy}{dx} \right|_{RB(i)} = -\frac{P_x}{P_y} = -\frac{1}{4} \\ \text{Corte Ejes } (1200,0); (0,300) \end{cases}$$

	Situación Inicial (i)	
	X	Y
Canastas	200	100
Precios	4	4
Ingreso	1.200	
Utilidad	4.000.000	

	Situación Final (f)	
	X	Y
Canastas	800	100
Precios	1	4
Ingreso	1.200	
Utilidad	64.000.000	

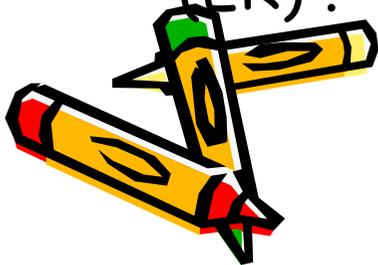


Gráfico



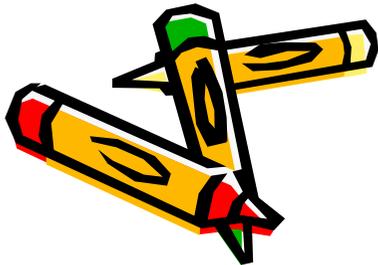
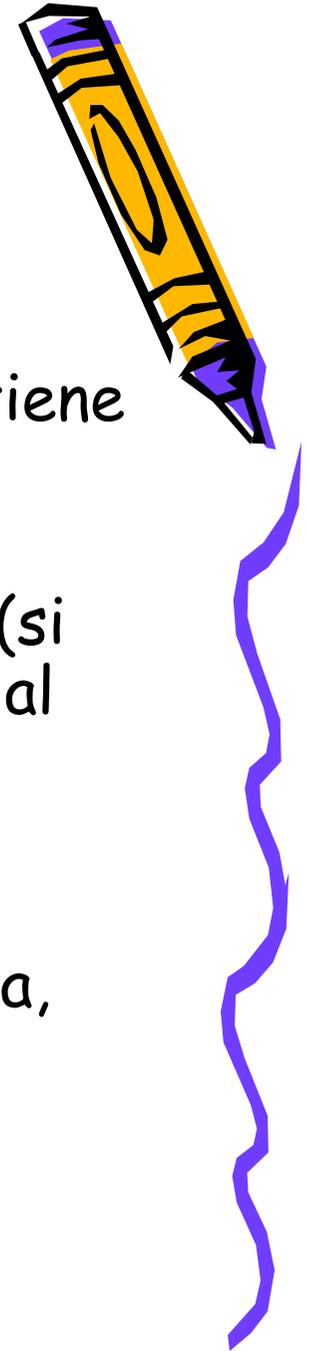
Efectos renta y sustitución

- Cuando se modifica el precio se generan dos tipos de efectos simultáneos.
- Por una parte cambian los precios relativos o relación de intercambio del mercado. Por tanto tenderá a aumentar el consumo del bien que haya relativamente reducido su precios y tenderá a disminuir el precio del bien que relativamente haya aumentado su precio. A este primer efecto se le llama efecto sustitución (ES).
- Por otro lado, la variación en el precio lleva implícito un cambio en la capacidad de compra del consumidor. Aun cuando la renta nominal no ha cambiado la renta real o poder de compra si se alterado. A este efecto se le llama efecto renta (ER).



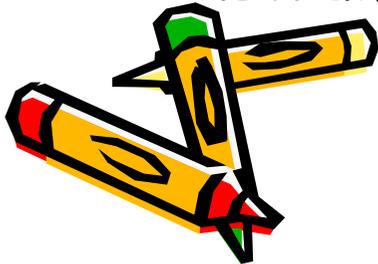
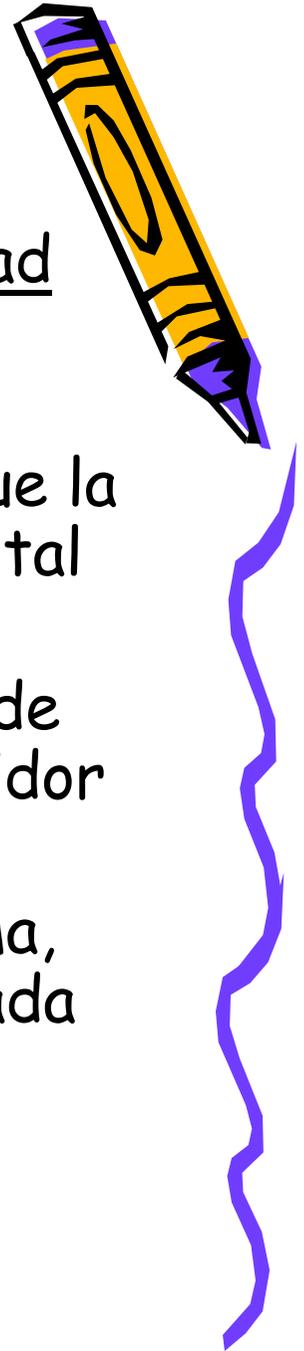
Nivel intermedio

- Para aislar ambos efectos se define, a un nivel instrumental, una situación intermedia entre el efecto inicial y el efecto final, en la que se mantiene constante la capacidad adquisitiva inicial a los precios relativos finales.
- Para ello se analiza cuanta renta habría que dar (si suben los precios) o quitar (si bajan los precios) al consumidor para que a los precios finales, su capacidad adquisitiva permaneciera constante.
- Es, de hecho, como una compensación a los individuos, vía modificación de la renta monetaria, para que la variación de los precios relativos no afectase a su capacidad de compra



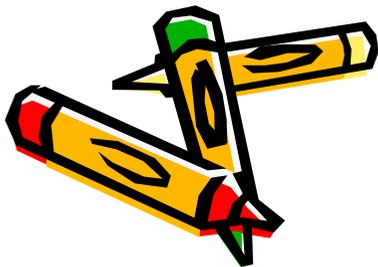
Descomposición

- Dependiendo de cual sea el concepto de capacidad adquisitiva real considerado, se tendrá la descomposición de Slutsky o la de Hicks.
- En la descomposición de Slutsky, se considera que la compensación en la renta monetaria debería ser tal que permitiera consumir la cesta inicial.
- En la descomposición de Hicks, la compensación de la renta monetaria ha de permitir que el consumidor acceda al nivel de utilidad inicial.
- Nótese que la situación inicial y final son la misma, independientemente de la descomposición utilizada lo único que cambia es la situación intermedia instrumental.

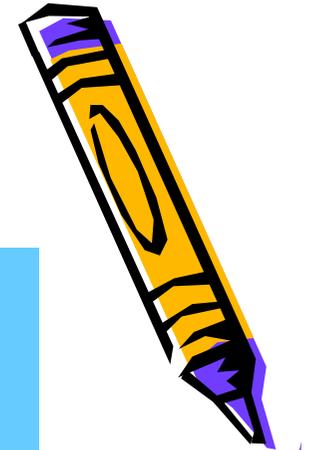


Los ER y ES en Slutsky 1

- Para descomponer el efecto total en el efecto renta (ER^s) y efecto sustitución (ES^s) en la descomposición de Slutsky, ha de calcularse la variación de la renta monetaria necesaria para que los precios finales la cesta de consumo inicial sea asequible .
- Denotemos con $M=M^i=M^f$, la renta monetaria de que dispone el consumidor, llamemos $p_y=p_y^i=p_y^f$, al precio del bien, por último, llamemos a M^s , la renta necesaria para consumir el la cesta inicial a los precios finales.
- Teniendo en cuenta que la cesta de consumo inicial pertenece a la recta de balance en la situación inicial se tiene:



Los ER y ES en Slutsky 2



Cuando el precio aumenta, para que mantenga el consumidor su poder adquisitivo, habrá que compensarle dándole una renta monetaria adicional y si el precio disminuye, la compensación exigirá restar o sustraer renta monetaria al consumidor

$$\left. \begin{array}{l} M^s = p_x^f x^i + p_y y \\ M = p_x^i x^i + p_y y \end{array} \right\} \Rightarrow M^s - M = (p_x^f - p_x^i) x^i \Rightarrow \begin{cases} \Delta M^s \geq 0 \Leftrightarrow \Delta p_x \geq 0 \\ \Delta M^s \leq 0 \Leftrightarrow \Delta p_x \leq 0 \end{cases}$$

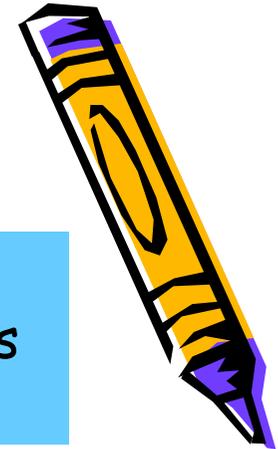
Con los datos del ejercicio se puede obtener la compensación de renta como

$$\Delta M^s = \Delta p_x = (p_x^f - p_x^i) x^i = (1 - 4) * 200 = -600$$

$$M^s = M + \Delta M^s = 1200 - 600 = 600$$



Los ER y ES en Slutsky 3



Para calcular la situación intermedia basta con obtener la demanda de los bienes en que el consumidor, enfrentado a los precios finales, dispusiera de una renta de M^s u.m.

$$\left. \begin{array}{l} x^s = x^s(p_x^f, p_y, M^s) \\ y^s = y^s(p_x^f, p_y, M^s) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x^s = \frac{2M^s}{3p_x^f} = \frac{2(600)}{3(1)} \\ y^s = \frac{M^s}{3p_y} = \frac{600}{3(4)} = 50 \end{cases}$$

Una vez calculada la situación intermedia se puede descomponer el efecto total en efecto sustitución y renta

$$ES_x^S = x^s - x^i = 400 - 200 = 200 \therefore ES_y^S = y^s - y^i = 50 - 100 = -50$$

$$ER_x^S = x^f - x^s = 800 - 400 = 400 \therefore ER_y^S = y^f - y^s = 100 - 50 = 50$$



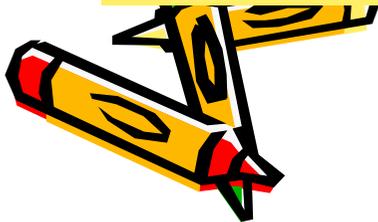
Los ER y ES en Slutsky 4



Para el ejercicio, y a modo de resumen, la descomposición de Slutsky del impacto total en efecto renta y sustitución se tiene:

$$\text{Datos : } \{M = 1200, M^s = 600, p_x^i = 4, p_x^f = 1, p_y = 4\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (i) \Rightarrow \begin{cases} x^i = x^i(p_x^i, p_y, M) = 200 \\ y^i = y^i(p_x^i, p_y, M) = 100 \end{cases} \\ (s) \Rightarrow \begin{cases} x^s = x^s(p_x^f, p_y, M^s) = 400 \\ y^s = y^s(p_x^f, p_y, M^s) = 50 \end{cases} \\ (f) \Rightarrow \begin{cases} x^f = x^f(p_x^f, p_y, M) = 800 \\ y^f = y^f(p_x^f, p_y, M) = 100 \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} ES_x^s = x^s - x^i = 200 \therefore ES_y^s = y^s - y^i = -50 \\ ER_x^s = x^f - x^s = 400 \therefore ER_y^s = y^f - y^s = 50 \\ ET_x^s = x^f - x^i = 600 \therefore ER_y^s = y^s - y^i = 0 \\ ET_x^s = ES_x^s + ER_x^s = 600 \therefore ET_y^s = ES_y^s - ER_y^s = 0 \end{cases}$$



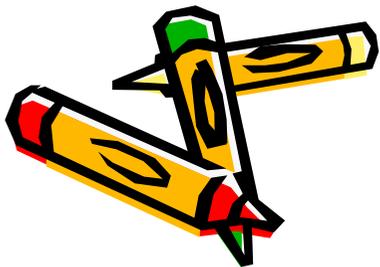
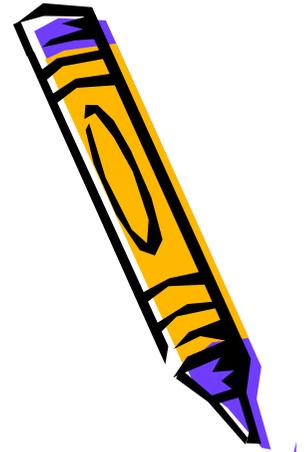
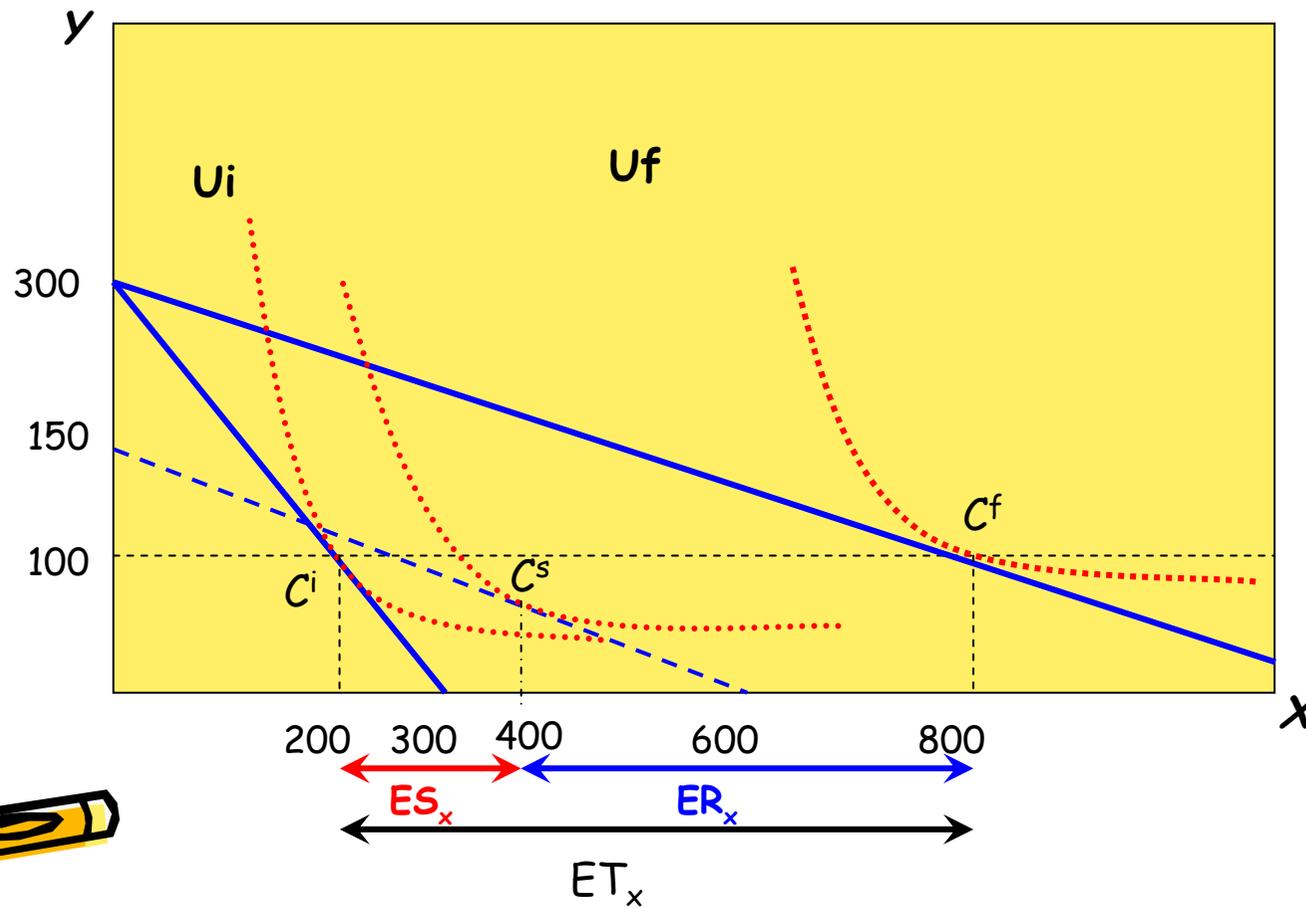
Resumen



	Situación Inicial (i)			Situación Final (f)	
	X	Y		X	Y
Canastas	200	100	Canastas	800	100
Precios	4	4	Precios	1	4
Ingreso		1.200	Ingreso		1.200
Utilidad		4.000.000	Utilidad		64.000.000
	Situación Intermedia (s)			Efecto Total	
	X	Y		X	Y
Canastas	400	50	ER	400	50
Precios	1	4	ES	200	-50
Ingreso		600	ET	600	0
Utilidad		8.000.000			



Gráficamente



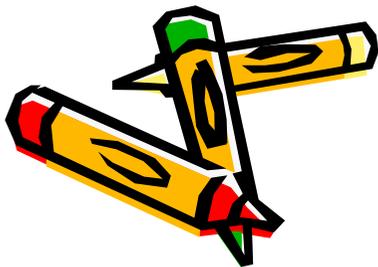
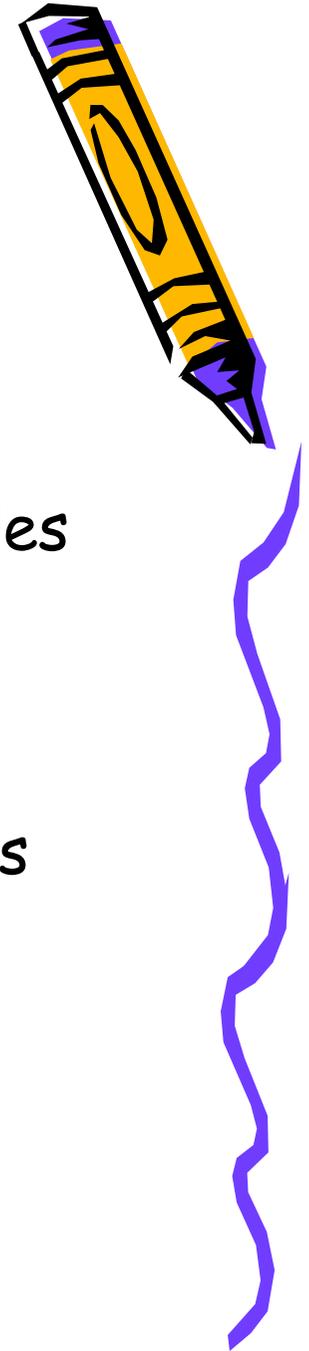
Los ER y ES en Hicks

- Para la descomposición de Hicks del efecto sustitución (ES^H) y efecto renta (ER^H), ha de calcularse la mínima renta monetaria que llamaremos M^H , que permite a los precios finales (p_x^f, p_y) alcanzar el nivel de utilidad inicial ($U^i(x^i, y^i)$).
- Si las preferencias son regulares, el valor buscado para M^H deberá cumplir las siguientes condiciones.

$$(1) \quad U^i \equiv U(x^i, y^i) = U(x^H, y^H)$$

$$(2) \quad x^H = x^d(p_x^f, p_y, M^H)$$

$$(3) \quad y^H = y^d(p_x^f, p_y, M^H)$$



Los ER y ES en Hicks

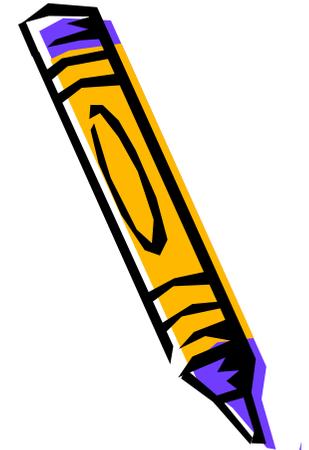
- Alternativamente también se puede plantear como la solución de las condiciones

$$(1) U^i \equiv U(x^i, y^i) = U(x^H, y^H)$$

$$(2) |RMS| = \frac{p_x^f}{p_y}$$

$$(3) p_x^f x + p_y y = M^H$$

- M^H debe ser tal que la elección óptima del consumidor para esa renta y los precios finales le reporte una utilidad igual a la que obtuvo en el equilibrio inicial (condición 1)



Compensación Hicks 1

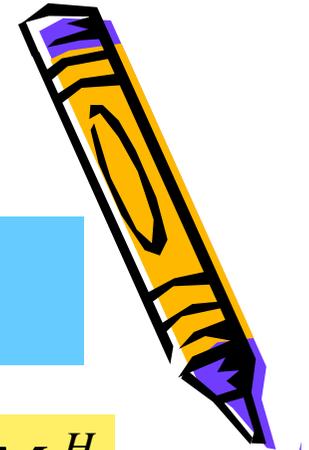
Sustituyendo (2), (3) en (1) se obtiene una ecuación que permite obtener M^H

$$U^i = U\left(x^d\left(p_x^f, p_y, M^H\right), y^d\left(p_x^f, p_y, M^H\right)\right) \Rightarrow M^H$$

La compensación necesaria para que el consumidor acceda a la utilidad inicial con los precios finales, ΔM^H , será:

$$\Delta M^H = M^H - M \Rightarrow \begin{cases} \Delta M^H \geq 0 \Leftrightarrow \Delta p_x \geq 0 \\ \Delta M^H \leq 0 \Leftrightarrow \Delta p_x \leq 0 \end{cases}$$

Cuando el precio aumenta habrá que compensarle dándole una renta monetaria adicional y si el precio disminuye, la compensación exigirá sustraer renta monetaria al consumidor



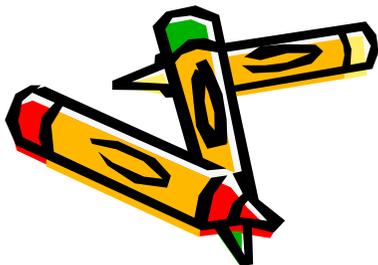
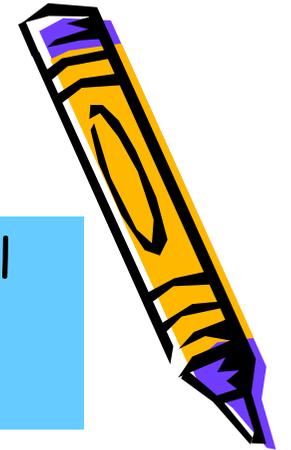
Compensación Hicks 2

Con los datos del problema, la renta necesaria para que el consumidor mantenga el nivel de utilidad inicial a los precios finales habrá de cumplir

$$\left. \begin{array}{l} (1) U^i \equiv 4 * 10^6 \\ (2) x^H = \frac{2M^H}{3p_x^f} = \frac{2M^H}{3} \\ (3) y^H = \frac{2M^H}{3p_y} = \frac{2M^H}{12} \end{array} \right\} \Rightarrow 4 * 10^6 = \left(\frac{2M^H}{3} \right)^2 \left(\frac{2M^H}{12} \right) \Rightarrow M^H = 476,22 \Rightarrow \Delta M^H = -723,78$$

Al consumidor habría que sustraerle de su renta 723,78 u.m. para que, tras la reducción en el precio, mantuviese el nivel de utilidad inicial ($\Delta p_x < 0 \Rightarrow \Delta M^s < 0$)

$$\Delta M^H = 476,22 - 1200 = -723,78$$



Compensación Hicks 3

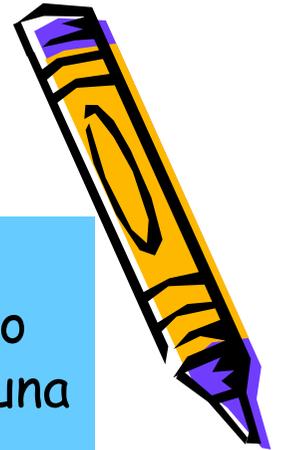
Para obtener la situación intermedia de Hicks basta con obtener la demanda óptima de los bienes en el caso hipotético en que el consumidor, para los precios finales, dispusiera de una renta M^H u.m.

$$x^H = \frac{2M^H}{3p_x^f} = \frac{2(476,22)}{3(1)} = 317,5$$
$$y^H = \frac{2M^H}{3p_y} = \frac{2(476,22)}{3(4)} = 39,7$$

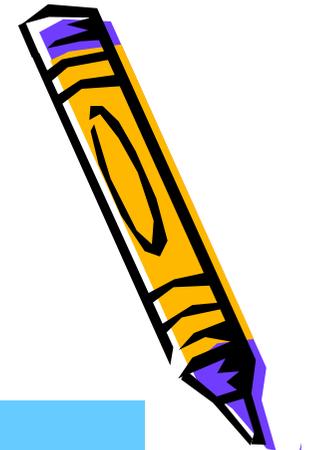
Calculada la situación intermedia H, podemos descomponer el efecto total sobre el consumo en los efectos sustitución y renta.

$$ES_x^H = x^H - x^i = 317,5 - 200 = 117,5 \therefore ES_y^H = y^H - y^i = 39,7 - 100 = -60,3$$

$$ER_x^H = x^f - x^H = 800 - 317,5 = 482,5 \therefore ER_y^H = y^f - y^H = 100 - 39,7 = 60,3$$



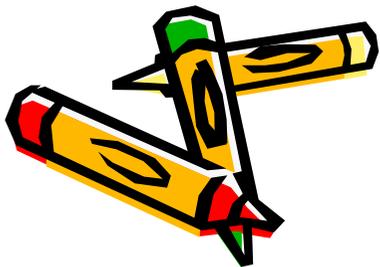
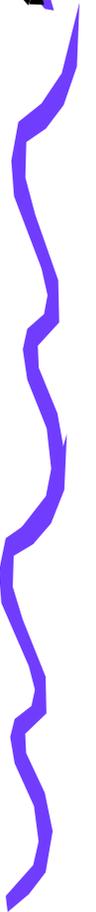
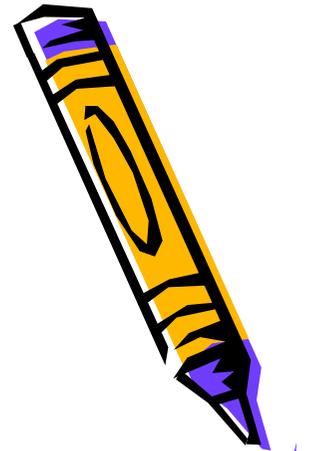
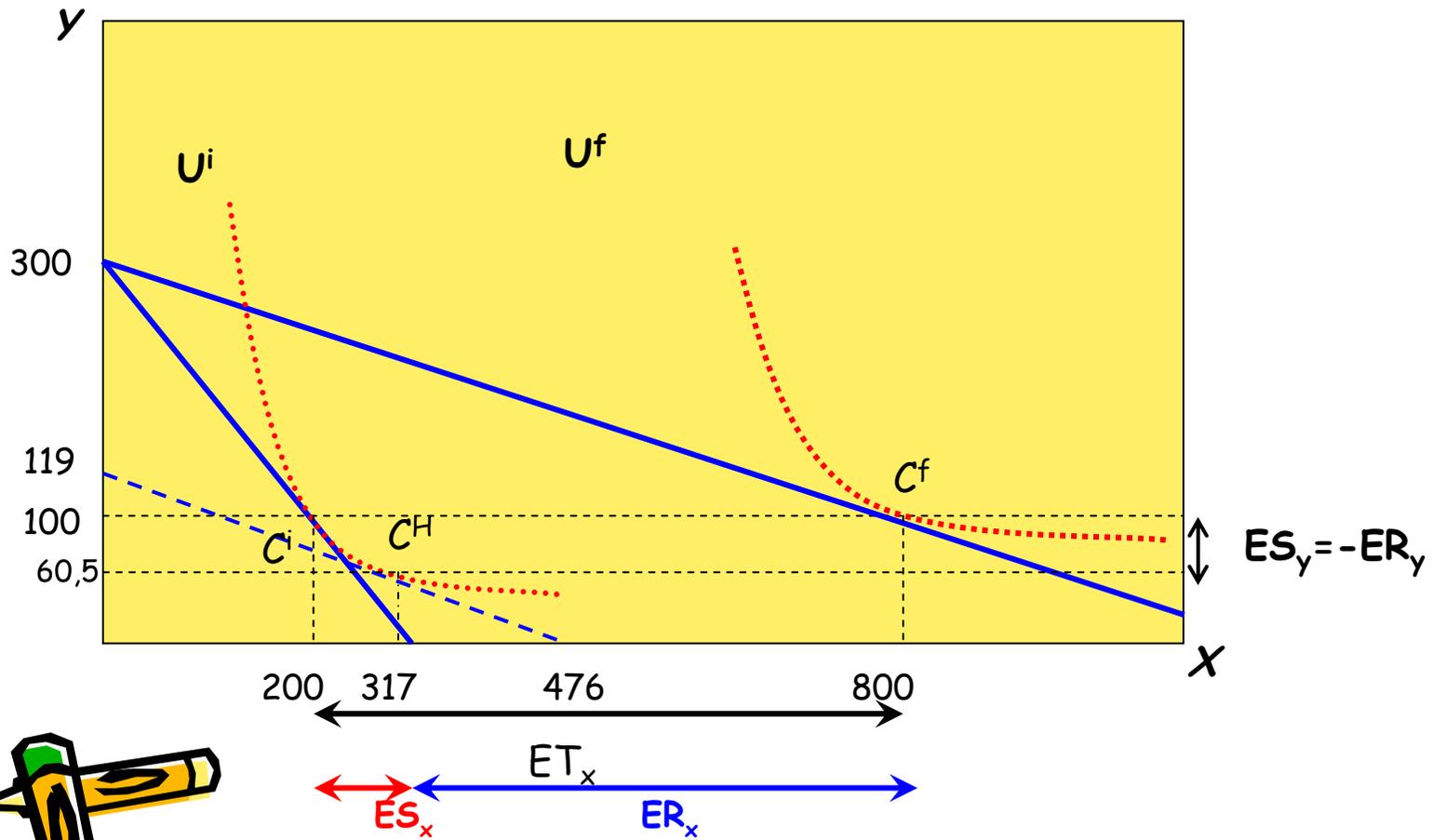
Resumen

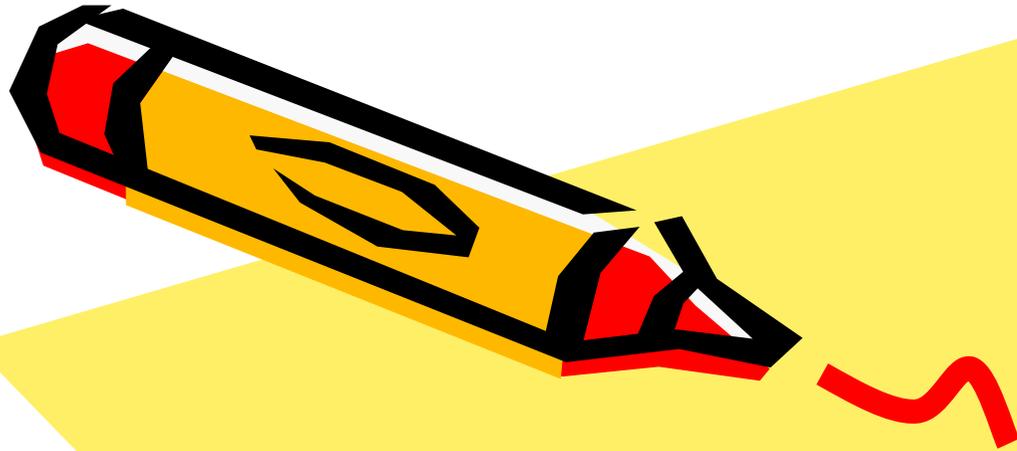


	Situación Inicial (i)			Situación Final (f)	
	X	Y		X	Y
Canastas	200	100	Canastas	800	100
Precios	4	4	Precios	1	4
Ingreso		1.200	Ingreso		1.200
Utilidad		4.000.000	Utilidad		64.000.000
	Situación Intermedia (s)			Efecto Total	
	X	Y		X	Y
Canastas	317,4802	39,685025	ER	482,52	60,314975
Precios	1	4	ES	117,48	-60,314975
Ingreso		476,22	ET	600	0
Utilidad		4.000.000			



Gráficamente





La ecuación de Slutsky: Ejercicio

Microeconomía
Douglas Ramírez

