



## EL LARGO PLAZO

- No es posible formular una definición cronológica precisa entre el corto y el largo plazo.
- El propósito es distinguir una situación en el que los agentes económicos sufre de una restricción de insumos y por tanto una reducida flexibilidad que llamamos corto plazo y otra en la cual no existe esa restricción de insumos en el que tiene mas libertad y capacidad de sustitución de factores que llamamos largo plazo.
- La diferencia entre el corto y largo plazo esta dada por la restricción de insumos.



## Planteamiento

- Representemos los niveles de insumos fijos del empresario por un parámetro  $k$ , donde  $k$  indica "el tamaño de la empresa".
- Supongamos que  $k$  es continuamente diferenciable y formularemos explícitamente el problema en la función de producción, y costo.
  - $y = f(x_1, x_2, k)$
  - $C = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \psi(k) ; \psi'(k) > 0$
  - $|TMgST|_{ij} = w_i/w_j$
- El costo fijo es una función creciente del tamaño de la firma ( $\psi'(k) > 0$ ), las formas de las familias de isocuantas y de isocosto y la trayectoria de expansión dependen del valor del parámetro  $k$

## Observaciones

- Nótese que los problemas de corto plazo de la firma se refieren a la optimización de una empresa de un tamaño dado.
- A largo plazo el empresario puede variar el tamaño de la firma (variar  $k$ ) y seleccionar una empresa de tamaño óptimo para su horizonte temporal.
- Las funciones de producción y costo de la firma dependen de su tamaño (dimensión o escala)
- A corto plazo la escala está determinada, en el largo plazo el empresario puede escoger entre diversas funciones de producción (tecnologías) y costo. Por lo tanto, el número de alternativas será igual al número de valores que puede tomar  $k$ .

## Planteamiento

- Una vez seleccionada la dimensión de la firma esta enfrenta los mismos problemas de optimización a corto plazo.
- El costo fijo es una función del tamaño de la empresa.
- Las formas de las familias de isocosto e isocuantas y de la senda de expansión depende del valor asignado al parámetro.
- Resolviendo el sistema se puede expresar a través de una función de costos totales, esta función depende del nivel de producto y de la dimensión de la firma.



## Planteamiento

- Habitualmente podemos reducir las relaciones anteriores para resolver el sistema en una sola función , con lo que se puede expresar el costo total en función del nivel de  $y$  , de  $k$ 
  - $C(y,k) = \varphi(y, k) + \psi(K)$ ; - costo total -
- Donde  $k$  que indica el tamaño de la empresa,  $y$  indica el nivel de producción.
- Cuanto mayor sea  $k$  , mayor será el tamaño de la empresa, a largo plazo el empresario puede variar  $k$  y escoger el tamaño óptimo.



## Planteamiento

- Las formas de las funciones de producción y costo de la firma dependen de la dimensión de la empresa.
- Asumimos que  $k$  es continuamente diferenciable y formulamos explícitamente el problema en la función de producción, y costo como.
  - $C(y,k) = \varphi(y, r) + \psi(K)$ .
- La función describe la familia de curvas de costo total que se generan al asignar diferentes valores al parámetro  $k$ .



## Planteamiento

- Al definir un valor particular de  $k = k^*$ , se define el tamaño de la empresa, esta función se transforma en una función de una sola variable (el producto). Se transforma en una función equivalente a
  - $C(y) = \varphi(y) + b$
- Donde  $b$  es un parámetro asociado a los costos fijos definido por la escala de la firma e  $y$  es el nivel de producto.

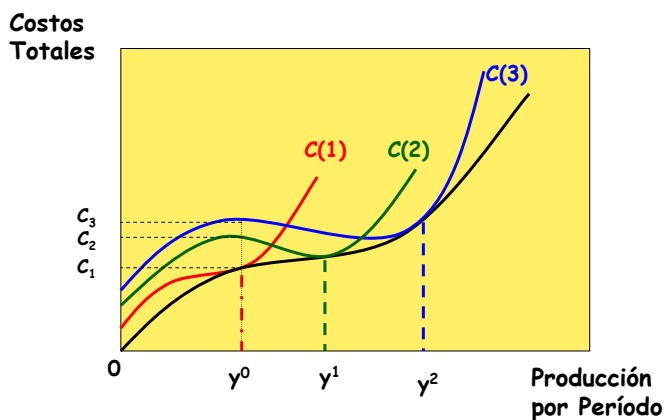


## Def.

- **Definición:** La función de costo total a largo plazo de la firma da el mínimo costo total de producción de cada nivel de output cuando la firma es libre de variar al tamaño de la empresa.
- Para un nivel de output el empresario calcula el costo total para cada posible tamaño de empresa y escoge aquel en el que el costo es mínimo.



## Gráfico 1



La figura muestra el costo total correspondiente a tres tamaños de empresa diferentes. El empresario puede producir  $y^0$  en cualquiera de las tres casos un costo  $C_1$  para  $C(1)$ , a un costo  $C_2$  para  $C(2)$  y a un costo  $C_3$  para  $C_3$ .

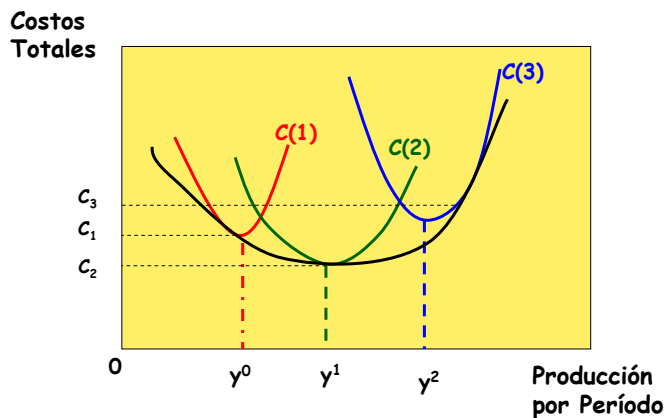


## La envolvente

- La función de costo total a largo plazo del empresario da el mínimo costo de producción a cada nivel de output cuando es libre de variar el tamaño de la firma. Para un nivel dado de producto el empresario escoge aquel que es el costo mínimo
- Def. Envolvente: La curva de costo a largo plazo es la envolvente de las curvas de costo a corto plazo; les toca a todas y no corta a ninguna.



## Gráfico 2



La figura muestra el costo medio correspondiente a tres tamaños de empresa diferentes. La curva de costos medios a largo plazo envuelve a las curvas de costos medios de corto plazo y toca tangencialmente una vez a cada una y no corta a ninguna



## Escala y producción

- Def. La curva de costo total a largo plazo se define como el lugar geométrico de los puntos de costo mínimo. La curva de costo a largo plazo es la envolvente de las curvas a corto plazo; las toca a todas y no corta a ninguna.
- Escribamos la ecuación de la familia de las funciones de costo a corto y largo plazo de forma implícita como:
  - $C(y, k) - \varphi(k) = G(C, y, k) = 0$
- Igualando a cero la derivada respecto a  $k$  se tiene el comportamiento óptimo respecto al tamaño de la planta
  - $\partial G / \partial k \Rightarrow G_k(C, y, k) = 0$



## La envolvente

- $G_k(C, y, k) = 0$  ; es la senda óptima de expansión del tamaño de la firma asociado al nivel de producción
- La ecuación de la curva envolvente ( la curva de costo a largo plazo ) se obtiene eliminando  $K$  de la expresión anterior y expresando el costo ( $C$ ) en función de  $y$ .
  - $C = C(y)$  ;
- Dada la condición de que cada nivel de output es para una firma de dimensión óptima, el costo total a largo plazo es una función del nivel de output.



## Nótese que:

- La curva de costo de costo a largo plazo no es fundamentalmente distinta a la curva de costo de corto plazo
- La curva de costo de largo plazo se construye con puntos de la curva de costo a corto plazo .
- Como  $k$  se supone continua y diferenciable, la curva de costo a largo plazo tiene uno y solo un punto común, con cada una de las infinitas curvas de costo de corto plazo.



## La envolvente

- La curva de costo medio de largo plazo ( $CMe^L$ ) puede hallarse dividiendo el costo total de largo plazo ( $C^L$ ) por el nivel de producto o construyendo la envolvente de las curva de costo medio de corto plazo ( $CMe^C$ ). Los dos construcciones son equivalentes.
- La curva de Costo Marginal de largo plazo ( $CMg^L$ ) se puede construir representando la derivada del costo total a largo plazo con respecto al nivel del producto o deduciéndola de las curvas de costo marginal de corto plazo ( $CMg^C$ )



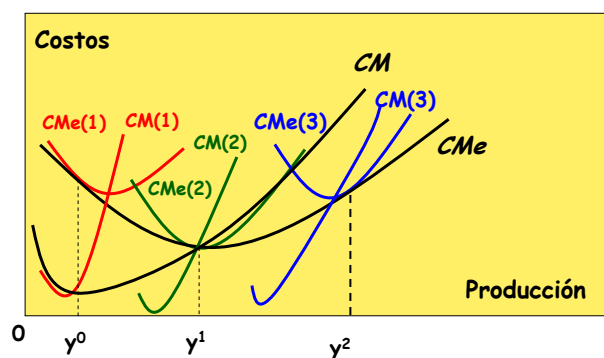


## El $CMg^L$ y $CMg^C$ .

- El costo marginal de largo plazo ( $CMg^L$ ) es igual a la variación del costo variable a corto plazo ( $CV^{CP}$ ) con respecto al nivel de producto.
- El costo marginal de largo plazo ( $CMg^L$ ) es la relación de variación del costo total suponiendo que todos los costos son variables. Por lo cual, algunas partes de la curva de costo marginal de corto plazo ( $CMg^C$ ) puede estar por debajo de la curva de costo marginal de largo plazo ( $CMg^L$ )



## Gráfico 3



Las curvas de  $CMe$  y  $CM$  tienen la forma habitual de la U, al igual que las curvas de corto plazo. En  $y^1$  se minimiza los costos medios a largo plazo. La configuración de las curvas de en este punto mínimo es bastante importante.



def.

- La curva de costos marginales de largo plazo se define como el lugar geométrico en el espacio de mercancías de aquellos puntos de la curva de costo marginal de corto plazo ( $CMg^C$ ) que corresponden al tamaño optimo de la empresa para cada nivel de producto.
- Puesto que las curvas de costo marginal se definen como las pendientes de las tangentes de las curvas de costo, las curvas de costo marginal de corto y largo plazo serían iguales en dichos puntos.



## El Equilibrio en el largo Plazo y la escala

- La curva de costo medio a corto plazo debe ser tangente a la curva de costo medio a largo plazo. Obtenemos la pendiente de la curva de corto plazo en el punto  $y^*$  es . Si  $k^*$  es la elección optima a de los factores fijos (tamaño) correspondiente al nivel de producción  $y^*$ 
  - $CMg(y^*)^L = CMg(y^*, k^*)^C \rightarrow k^* = \kappa(y^*)$
- Por lo tanto, los costo marginales a largo plazo correspondientes a  $y^*$  son iguales a los costo marginales a corto plazo correspondiente a  $C(y^*, k^*)$ .



## El equilibrio a largo plazo y la escala

- Nótese que los costo a largo plazo y a corto plazo en  $y^*$  son iguales dado  $k^*$  en el largo plazo, es decir tanto para los costos totales como medios se cumple;
  - $C(y^*)^L = C(y^*, k^*)^C$ ;
  - $CMe(y^*)^L = CMe(y^*, k^*)^C$ ;
- De ahí se obtiene una respuesta para  $k^*$  ya sea del costo total o del costo medio:



## Los costo medios

- Si los costo a corto plazo son siempre mayores que los costos a largo plazo y ambos son iguales en un nivel de producción, significa que los costo medio a corto plazo y a largo plazo poseen la misma propiedad.
- $Cme(y) \leq Cmec(b, k^*)$
- $Cme(y^*) = Cmec(y^*, k^*)$
- Esto implica que la curva de costo medio a corto plazo siempre se encuentra por encima de la curva de costo medio a largo plazo y que le toca en el punto  $y^*$ .
- La curva de costo medio a largo plazo y la curva de costo medio a corto plazo deben ser tangentes en el punto  $y^*$ .



## La función de oferta de corto plazo

- La de oferta en el corto plazo viene dada por la condición de cierre y por la las condiciones de primer orden

$$y^s(p) \begin{cases} y^s(p) = 0 & \text{si } p < \text{mín } CMeV \\ p = CMg & \text{si } p \geq \text{mín } CMeV \end{cases}$$

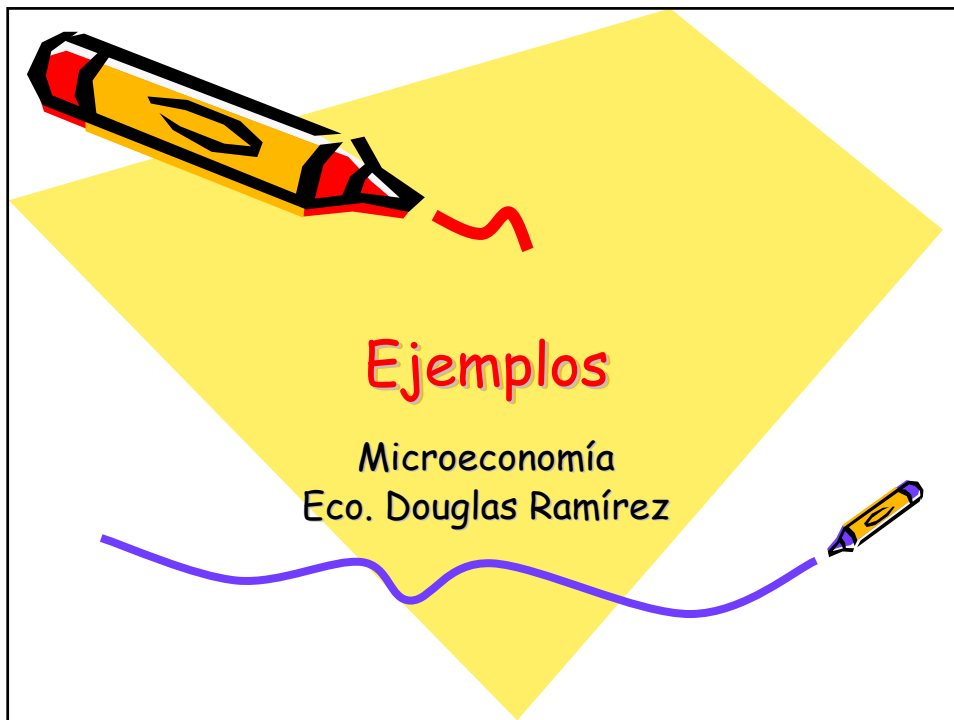


## La función de oferta de largo plazo

- La de oferta en el largo plazo viene dada por la condición de cierre y por la las condiciones de primer orden

$$y^s(p) \begin{cases} y^s(p) = 0 & \text{si } p < \text{mín } CMe \\ p = CMg & \text{si } p \geq \text{mín } CMe \end{cases}$$





### Ejemplo

- Consideremos la curva de costo de largo plazo
  - $C=0.04q^3 - 0.9q^2+(11-k)q +5k^2$ ;
- Supongamos que  $k=1$ , entonces la curva de costo sería
  - $C=0.04q^3 - 0.9q^2+10q +5$ ;
- Sí queremos tener una función de la dimensión de la firma derivamos respecto a  $k$  e igualamos a cero la derivada y se tiene
  - $\partial C/\partial k=-q+10k \rightarrow k=0.1q$

## Ejemplo

- Sustituyendo en la función de costos de largo plazo se obtiene.
- $C=0.04q^3-0.9q^2+(11-0.1q)q+5(0.1 q)^2$ ;
- $C=0.04q^3-0.95q^2+11q$ ;
- Los costo fijos son cero en esta función de costo de largo plazo
- Si  $p=4$ ; en la condición de primer orden donde  $p =$   
 $CMg$
- $\rightarrow 4=0.12q^2-1.9q+11$



## Ejemplo

- Resolviendo la ecuación de segundo grado se tiene que  
 $q^*=10$
- $\rightarrow$  maximiza el producto por tanto  $k=0.1*(10)$
- $\rightarrow k^*=1$
- Sustituyendo en la función de beneficios se tiene
- $\Pi=p*q - C(q)$
- $\rightarrow \Pi=4*10-(0.04(10)^3-0.95(10)^2+11(10))$
- $\rightarrow \Pi=40-55=-15<0$
- Los beneficios son negativos y no cubre los costos medios, la empresa no construye la planta, ni ofrece producir ninguna cantidad del bien.



## Ejemplo

- Si el precio es  $p=6$
- De la condición de primer orden se tiene  $p = CMg$
- $\rightarrow 6=0.12q^2-1.9q+11$
- $\rightarrow 0.12q^2-1.9q+5=0$
- Resolviendo la ecuación de segundo grado se tiene que  $q^*=12.5$
- $\rightarrow$  maximiza el producto por tanto  $k=0.1*(12.5)$



## Ejemplo

- $\rightarrow k^*=1.25$
- Sustituyendo en la función de beneficios se tiene
- $\Pi=p^*q - C(q)$
- $\rightarrow \Pi=6*12.5-(0.04(12.5)^3-0.95(12.5)^2+11(12.5))$
- $\rightarrow \Pi=75-67.1875=7.8125 > 0$
- Como los beneficios son positivos el empresario construirá una planta de tamaño  $k^*=1.25$  para producir  $q=12.5$  unidades del bien.



