La Demanda del Mercado y la Elasticidad

Microeconomía
Douglas C. Ramírez V.

La demanda individual

- Sea $X^1_i(p_1, p_2, m_i)$ la función de demanda individual del bien 1 por parte del consumidor i-ésimo y sea $X^2_i(p_1, p_2, m_i)$ la función de demanda individual del bien 2 del consumidor i-ésimo.
- Suponga que hay "n" consumidores. En ese caso, la demanda de mercado del bien 1, llamada también demanda agregada del bien 1, es la suma de las demandas de todos los consumidores del bien 1; es decir:

$$X^1(p_1, p_2, m_1, \ldots, m_n,) \equiv \sum_{i=1}^{n} x_i^1(p_1, p_2, m_i)$$

Definición

- La curva de demanda del mercado se obtiene sumando las cantidades individuales demandadas ante cada precio cuando lo considera como dado e inmutable por parte de todos los agentes.
- Esta definición supone que cada persona se enfrenta a los mismos precios y supone que cada uno es un precio aceptante, es decir que acepta los precios vigentes del mercado y no es capaz, individualmente de modificarlos.

La demanda

- Dado que la demanda de cada bien por parte de cada individuo depende de los precios y de su renta. La demanda agregada depende, en general, de los precios y de la distribución de las rentas.
- Asumiendo un consumidor representativo, la función de demanda del mercado tendría la forma de:

$$X^1(p_1, p_2, M)$$

- Donde M representa la suma de las rentas de todos los consumidores o una medida representativa de la tendencia central de la renta.
- Bajo estos supuestos, la demanda agregada de la economía sería similar a la demanda de un individuo que se enfrenta al vector de precios (p_1, p_2) de mercado y que tiene la renta M.

Ejemplo

- Sean tres consumidores en este mercado, cuyas funcione de demandas individuales por el bien q se representan por:

$$\begin{cases} q_1 = 100 - 2p & si;\ 0 \leq p \leq 50 \\ q_1 = 0 & si;\ p \geq 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_2 = 120 - 1{,}5p & si;\ 0 \leq p \leq 80 \\ q_2 = 0 & si;\ p \geq 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_3 = 150 - 2{,}5p & si;\ 0 \leq p \leq 60 \\ q_3 = 0 & si;\ p \geq 60 \end{cases}$$

Ejemplo

- Se pide obtener la función de demanda agregada y la demanda individual de los tres consumidores que participan en el mercado. Determinar los precios y las cantidades de equilibrio sí la oferta agregada es

$$Q^O = 50 + 4p$$

- Las condiciones de equilibrio se producen cuando la cantidad ofertada es igual a la cantidad demanda para un precio.

$$Q^O(p^*) = Q^D(p^*)$$

Solución

- La función de demanda agregada de los consumidores se obtiene en este caso, sumando horizontalmente para el mismo precio las tres funciones de demanda es decir:

$$Q^D = \sum_{i=1}^{3} q_i(p)$$

- Luego entonces

$$\begin{array}{lll} Q^D = 370 - 6p & si & 0 \le p \le 50 \\ Q^D = 270 - 4p & si & 50 \le p \le 60 \\ Q^D = 120 - 2{,}5p & si & 60 \le p \le 800 \\ Q^D = 0 & si & \ge 80 \end{array}$$

Solución

- La intersección de la función de oferta con la función de demanda se produce en el rango [0,50] por tanto se tiene que:

$$Q^O = Q^D \Rightarrow 50 + 4p = 370 - 6p$$
$$Q^* = 178$$
$$P^* = 32$$

- Las demandas individuales son:

$$q_1 = 100 - 2(32) = 36$$
$$q_2 = 120 - 1{,}5(32) = 72$$
$$q_3 = 150 - 2{,}5(32) = 70$$

La curva inversa de demanda

- La demanda agregada indica la cantidad en función del precio. La función inversa de demanda muestra cuál tendría que ser el precio de mercado del bien para que se demandaran x unidades.
- Recuerden, como vimos en el excedente del consumidor, que el precio de un bien mide la disposición marginal a pagar por una unidad adicional del mismo.

Curva inversa

A través de una función cuasi lineal se mostró:

$$\max_{x,y} v(x) + y \quad s.a. \quad px + y = m$$

Sustituyendo se tiene un problema de una sola variable

$$\max_{x} v(x) + m - px$$

De las condiciones de primer orden se tiene:

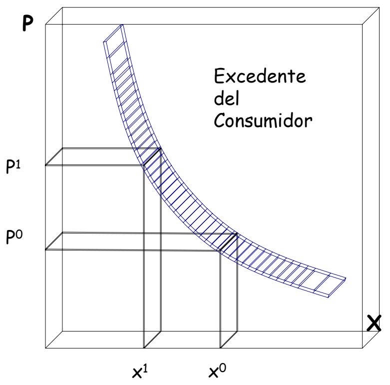
$$v'(x) - p = 0 \Rightarrow p(x) = v'(x)$$

De la función inversa de demanda se tiene que:

$$\int_{o}^{x} p(t)dt = \int_{0}^{x} v'(t)dt$$

La utilidad derivada del consumo del bien x es el área situada debajo de la curva de demanda inversa

Curva inversa



- La curva inversa de demanda P(x) mide la relación marginal de sustitución o la disposición marginal a pagar de todos los consumidores que compran el bien entonces se tiene que

  Dx=f(Ps,Pc,Qx,M)

La Elasticidad

- Es útil disponer de una medida de la sensibilidad de la demanda a las variaciones del precio o de la renta.
- Una medida es la pendiente de la demanda (dq/dp) pero esta medida depende de las unidades de medidas de la cantidad y del precio, es conveniente tener una medida que sea independiente y comparable entre diferentes bienes.
- La elasticidad precio de la demanda es la variación porcentual de la cantidad debido a la variación porcentual del precio y es un numero carente de unidades

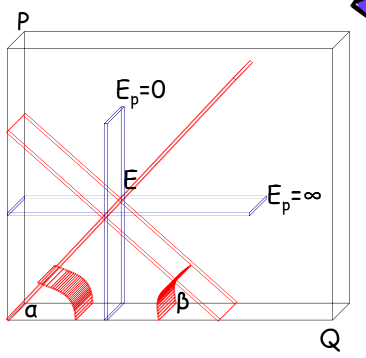
La elasticidad precio de la demanda

- La elasticidad precio de la demanda o elasticidad precio es el cambio proporcional en la cantidad demandada de un bien debido a una variación proporcional en su precio bajo condiciones *ceteris paribus*.

$$\varepsilon_p = \frac{dq/q}{dp/p} = \frac{dq}{dp}\frac{\bar{p}}{\bar{q}}$$

La elasticidad precio

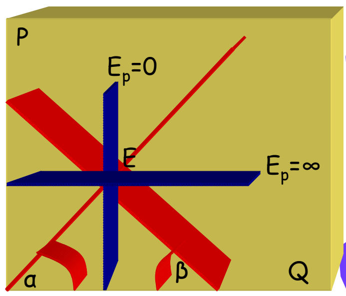
- El valor de la elasticidad precio será distinto en cada punto de la curva de demanda
- En la figura, de la curva de demanda, se calcula en el punto E la elasticidad. La tangente a la curva en el punto E será tgβ, dP/dq.
- Sí trazamos un radio vector desde el origen de coordenadas al punto E y calculamos la tangente del ángulo formado, α, será p/q y la composición de ambos permitirá saber el valor de la elasticidad



La elasticidad precio

$$\varepsilon_p = \frac{dq/q}{dp/p} = \frac{dq}{dp}\frac{p}{q} = \frac{p/q}{dp/dq} = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$$

Dichas tangentes serán distintas según sea el punto de la curva de demanda cuya elasticidad se quiere hallar y por tanto, la elasticidad variara a lo largo de la curva de demanda

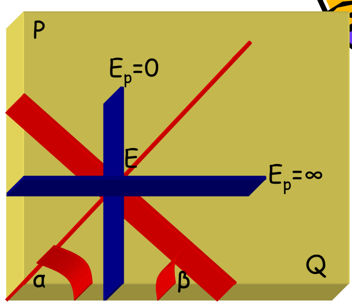


La elasticidad precio

$$\varepsilon_p = \frac{p/q}{dp/dq} = \frac{1}{dp/dq}\frac{p}{q}$$

Si

$$(dp/dq) = \infty \Rightarrow \varepsilon_p = 0$$



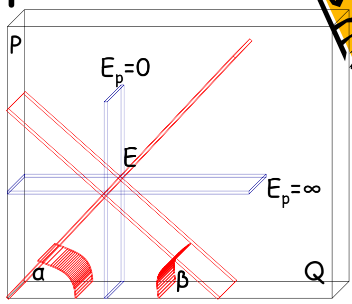
Cuando la elasticidad precio ε_p=0, la demanda es totalmente inelástica o rígida y el consumidor no varia la cantidad consumida al cambiar el precio. Sí q es constante entonces dq/dp=0 → ε_p=0

La elasticidad precio

$$\varepsilon_p = \frac{p/q}{dp/dq} = \frac{1}{dp/dq}\frac{p}{q}$$

Si

$$(dp/dq) = 0 \Rightarrow \varepsilon_p = \infty$$



Se tiene una demanda individual de elasticidad infinita cuando el consumidor se enfrenta a un precio dado exógenamente y constante. Entonces si el precio es constante, $dp/dq=0 \rightarrow \varepsilon_p=\infty$

Otras elasticidades

- Elasticidad renta $\eta_{xm} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta m}\right)\left(\frac{m}{x}\right)$
- Elasticidad cruzada
  - Sustitutos $\zeta_{xP_S} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta P_S}\right)\left(\frac{P_S}{x}\right)$
  - Complementarios $\xi_{xP_C} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta P_C}\right)\left(\frac{P_C}{x}\right)$
- Elasticidad y publicidad $\varsigma_{xG} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta G}\right)\left(\frac{G}{x}\right)$

Propiedades de la curva de demanda 1

- Al obtener la curva de demanda producto de la maximización con restricciones, con independencia de las cantidades y bienes que consuma, el consumidor debe satisfacer siempre la restricción presupuestaría, por tanto.
- (1) La suma de las elasticidades renta de todos los bienes, ponderados por la proporción que representa el consumo de cada uno de ellos en el total gastado, debe sumar igual a uno.
- Partiendo de la restricción presupuestaria y manteniendo constante los precios y derivando respecto a la renta se tiene

Demostración 1

$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \Rightarrow p_1 \frac{\partial x_1}{\partial m} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial m} = 1$$

$$\frac{x_1}{m}\frac{m}{x_1} p_1 \frac{\partial x_1}{\partial m} + \frac{x_2}{m}\frac{m}{x_2} p_2 \frac{\partial x_2}{\partial m} = 1$$

$$\left(p_1 \frac{x_1}{m}\right)\left(\frac{\partial x_1}{\partial m}\frac{m}{x_1}\right) + \left(p_2 \frac{x_2}{m}\right)\left(\frac{\partial x_2}{\partial m}\frac{m}{x_2}\right) = 1$$

$$\alpha_1 \eta_{mx_1} + \alpha_2 \eta_{mx_2} = 1$$

Propiedades de la curva de demanda 2

- (2) La suma de todas las elasticidades de un bien (respecto a su propio bien, las cruzadas y la elasticidad renta) debe anularse para cada bien.
- Esto es debido a que la demanda de un bien es homogénea de grado cero en precios y renta. Sí aumentamos los precios y la renta en la misma proporción, la cantidad consumida no se modificará.
- Sí sólo la renta varía, la restricción presupuestaria se desplazará paralelamente, alejándose del origen de coordenadas. Sí los precios aumentan en la misma cuantía la pendiente no se altera y la restricción presupuestaria se desplaza paralelamente hacia el origen.

Demostración 2

Sea $x_1(p_1, p_2, m)$ y $x_2(p_1, p_2, m)$

Aplicando el Teorema de Euler se tiene para $m=p_1x_1+p_2x_2$

$$p_1 \frac{\partial x_1}{\partial p_1} + p_2 \frac{\partial x_1}{\partial p_2} + m \frac{\partial x_1}{\partial m} = 0$$

$$x_1\left(\frac{p_1}{x_1}\frac{\partial x_1}{\partial p_1}\right) + x_1\left(\frac{p_2}{x_1}\frac{\partial x_1}{\partial p_2}\right) + x_1\left(\frac{m}{x_1}\frac{\partial x_1}{\partial m}\right) = 0$$

$$x_1\left(\varepsilon_{p_1x_1} + \xi_{p_2x_1} + \eta_{mx_1}\right) = 0$$

Al ser $x_1 \neq 0$, los términos dentro del paréntesis deben sumar cero

La elasticidad de la curva de demanda individual y de mercado

- La elasticidad precio de la curva de demanda del mercado es igual a la suma de las elasticidades de las curvas de demanda individuales ponderadas por las cantidades relativas (la proporción de la cantidad consumida individual respecto al total del mercado) adquirida por cada comprador.
- Si suponemos que existen dos individuos, el 1 y el 2 que consumen el bien Q en las cantidades q1 y q2, entonces la variación porcentual de la cantidad del mercado sería:

Demostración 3

$$\frac{dQ}{Q}=\frac{d(q_1+q_2)}{q_1+q_2}=\frac{dq_1}{Q}\frac{q_1}{q_1}+\frac{dq_2}{Q}\frac{q_2}{q_2}$$

Al ser Q=q1+q2 y dividiendo por dp/p se tiene

$$((dQ/Q)/(dp/p))=\frac{(dq_1/q_1)(q_1/Q)+(dq_2/q_2)(q_2/Q)}{dp/p}$$

$$((dQ/Q)/(dp/p))=\varepsilon_p=\frac{q_1}{Q}\left(\frac{dq_1}{dp}\frac{p}{q_1}\right)+\frac{q_2}{Q}\left(\frac{dq_2}{dp}\frac{p}{q_2}\right)$$

$$\varepsilon_p=\frac{q_1}{Q}\varepsilon_{q_1}+\frac{q_2}{Q}\varepsilon_{q_2}$$

La elasticidad precio del mercado es igual a la suma ponderada de las elasticidades precios individuales.

Elasticidad Arco

- Cuando no se dispone de estudios econométricos sobre la curva de demanda y existe poca información se plantea el problema de cómo estimar y conocer la elasticidad precio, dado que ella cambia a medida que cambia el punto de observación o referencia.
- Ejemplo.
- Suponga que se posee los siguientes datos: p_1=12; p_0=15; q_1=12 y q_0=9.
- Obténgase la elasticidades puntuales y la elasticidad arco.

Elasticidad Arco

Sí se calcula tomando el par (P_0,Q_0) como base de referencia.

$$\varepsilon_{p1} = \frac{\Delta Q/Q_0}{\Delta P/P_0} = \frac{(9-12)/12}{(15-12)/12} = -1$$

Sí se calcula tomando el par (P_1,Q_1) como base de referencia.

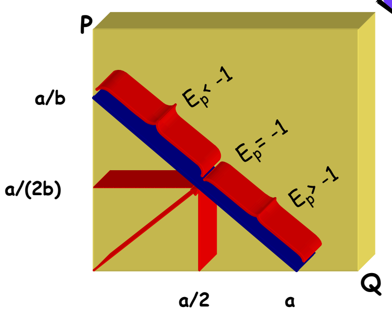
$$\varepsilon_{po} = \frac{\Delta Q/Q_0}{\Delta P/P_0} = \frac{(9-12)/9}{(15-12)/15} = -\frac{5}{3}$$

La solución es suponer una curva de demanda lineal y calcular la elasticidad arco correspondiente al punto medio.

$$\varepsilon_p = \left[\frac{(Q_1 - Q_0)}{(Q_1 + Q_0)}\right]\left[\frac{(P_1 + P_0)}{(P_1 - P_0)}\right] = \left[\frac{3}{21}\right]\left[\frac{27}{-3}\right] = -\frac{9}{7}$$

Elasticidad y Demanda Lineal

- Una curva de demanda elástica es aquella que es muy sensible a cambios en los precios.
- La elasticidad depende en gran medida de la cantidad de sustitutivos cercanos que tenga y del peso relativo del bien en la canasta de gasto del consumidor



Demanda lineal

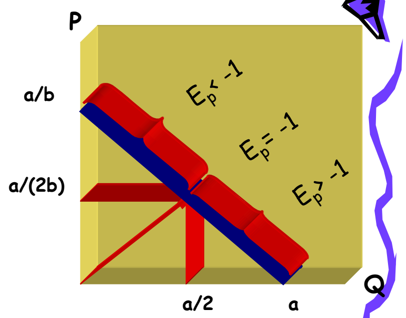
$$q = a - bp$$

Elasticidad

$$\varepsilon_p = \frac{-bp}{q} = \frac{-bp}{a - bp}$$

La Elasticidad y la Demanda

- Sí un bien tiene una elasticidad de demanda mayor que 1 en valor absoluto (ε_p<-1), decimos que tiene una demanda elástica.
- Sí tiene una elasticidad menor que 1 en valor absoluto (ε_p>-1), decimos que tiene una demanda inelástica.
- Sí tiene una elasticidad exactamente igual a -1, decimos que tiene una demanda de elasticidad unitaria



Infinitamente elástica

$$\lim_{p \to \frac{a}{b}} \frac{-bp}{a - bp} = \infty \Leftrightarrow p = \frac{a}{b}$$

Elasticidad unitaria

$$\lim_{p \to \frac{a}{2b}} \frac{-bp}{a - bp} = -1 \Leftrightarrow p = \frac{a}{2b}$$

Elasticidad e Ingreso

- El ingreso es el precio de un bien multiplicado por la cantidad vendida de dicho bien.
- Si sube el precio, disminuye la cantidad vendida por lo que el ingreso puede aumentar o disminuir.
- Si la cantidad demanda desciende poco cuando sube el precio, el ingreso aumenta. Si por el contrario la cantidad demanda cae mucho, el ingreso disminuye.
- Existe una relación entre la elasticidad precio y la variación del ingreso. La definición es; I=p*q

Variación de la Renta

$$I = pq \rightarrow I' = (p + \Delta p)(q + \Delta q)$$
$$\Delta I = I - I' = q\Delta p + p\Delta q + \Delta p\Delta q$$

Elasticidad e Ingreso

- Cuando los valores de Δp yΔq son bajos, el último termino tiende a cero, con lo cual la expresión de la variación del ingreso sería;

Variación de la Renta

$$\Delta I = I - I' = q\Delta p + p\Delta q + \Delta p\Delta q$$
$$\Delta I = q\Delta p + p\Delta q$$
$$\frac{\Delta I}{\Delta p} = q + p\frac{\Delta q}{\Delta p}$$

¿Cuándo es positivo el efecto neto?

$$\frac{\Delta I}{\Delta p} = q + p\frac{\Delta q}{\Delta p} \geq 0$$
$$\frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p} \geq -1 \Rightarrow \varepsilon_p \geq -1$$
$$|\varepsilon_p| \leq 1$$

Elasticidad e Ingreso

- El ingreso aumenta cuando sube el precio si la elasticidad de la demanda es menor que uno en valor absoluto y disminuye cuando sube el precio si la elasticidad de la demanda es mayor que uno en valor absoluto

Otra forma de llegar a la misma conclusión sería

$$dI = pdq + qdp \geq 0$$

$$\frac{dI}{dp} = q + p\frac{dq}{dp} = q\left(1 + \frac{p}{q}\frac{dq}{dp}\right)$$

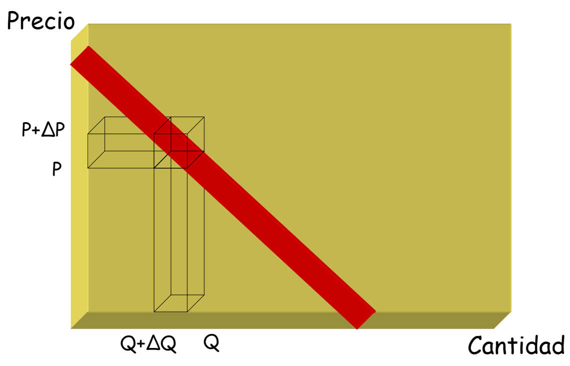
$$\frac{dI}{dp} = q\left(1 - \left|\varepsilon_p\right|\right)$$

Nótese que si

$$\left|\varepsilon_p\right| \geq 1$$

$$\frac{dI}{dp} \leq 0$$

Cómo varía el ingreso al variar el precio



La variación del ingreso es igual al rectángulo superior izquierdo menos el rectángulo inferior derecho

Elasticidad y Modelos

Diferentes Formas Funcionales, con sus Pendientes y Elasticidades			
Modelo	**Ecuación**	**Pendiente** $\left(=\frac{dY}{dX}\right)$	**Elasticidad** $\left(=\frac{dY}{dX}\frac{X}{Y}\right)$
Lineal	$Y=\beta_0+\beta_1 X$	β_1	$\beta_1\left(\frac{X}{Y}\right)$
Log-log	$\ln Y=\beta_0+\beta_1\ln X$	$\beta_1\left(\frac{Y}{X}\right)$	β_1
Log-lin	$\ln Y=\beta_0+\beta_1 X$	$\beta_1(Y)$	$\beta_1(X)$
Lin-log	$Y=\beta_0+\beta_1\ln X$	$\beta_1\left(\frac{1}{X}\right)$	$\beta_1\left(\frac{1}{Y}\right)$
Recíproco	$Y=\beta_0+\beta_1\left(\frac{1}{X}\right)$	$-\beta_1\left(\frac{1}{X^2}\right)$	$-\beta_1\left(\frac{1}{XY}\right)$
Log recíproco	$\ln Y=\beta_0-\beta_1\left(\frac{1}{X^2}\right)$	$\beta_1\left(\frac{Y}{X^2}\right)$	$\beta_1\left(\frac{1}{X}\right)$

Fuente: Gujarati, D. N, 2003, Econometría. Mc Graw Hill. Méjico.,p. 184

Ecuación de Slutsky y elasticidades

- En la ecuación de Slutsky vimos que se formulaba como:

$$\frac{\partial Q}{\partial P}=\left.\frac{\partial Q}{\partial P}\right|_{U=Cte}-Q\frac{\partial Q}{\partial M}$$

- La reformularemos en términos de elasticidades

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial P}\frac{P}{Q}\right)=\left(\left.\frac{\partial Q}{\partial P}\right|_{U=Cte}\frac{P}{Q}\right)-\left(\frac{M}{Q}P\right)*\left(\frac{\partial Q}{\partial M}\frac{Q}{M}\right)$$

- En términos de elasticidades la ecuación de Slutsky sería:

$$\varepsilon_p=\sigma_{QP}-\alpha_Q*\eta_{QM}$$

Ecuación de Slutsky

- Donde:

$\varepsilon_p =$ Es la elasticidad precio de la demanda

$\sigma_{QP} =$ Es la elasticidad de sustitución

$\eta_{QM} =$ Es la elasticidad ingreso de la demanda

$\alpha_Q =$ Es la participación del bien Q en el gasto total

Elasticidad de sustitución de la demanda compensada

Definimos a la elasticidad de sustitución como la variación de la demanda compensada del bien Q debido a las variaciones proporcionales de los precios de la función de demanda compensada

$$\sigma_{QP} = \left(\left. \frac{\partial Q}{\partial P} \right|_{U=Cte} \frac{P}{Q} \right)$$

Esta es la elasticidad precio de la demanda correspondiente a un movimiento a lo largo de curva de demanda compensada

• Se tiene entonces:

$$\varepsilon_p = \sigma_{QP} - \alpha_Q * \eta_{QM}$$

• Esta ecuación incorpora la relación de Slutsky en función de las elasticidades precios de la demanda en un componente sustitución y en un componente renta.

• La magnitud relativa del componente renta depende de la proporción de los gastos totales que se dedique al bien en cuestión.

• La ecuación muestra que si un bien no tiene sustitutos (σ_p=0) la elasticidad precio de la demanda es proporcional a la elasticidad renta y el factor proporcional de la ecuación permite calcular la elasticidad de la curva de demanda compensada.

Homework

- A través de una encuesta no probabilística realizada en 47 hogares de Mérida sobre el consumo eléctrico, llevada a cabo por los alumnos del curso de Microeconomía 03 de Economía FACES-ULA. Se pudo estimar dos modelos de demanda por electricidad, los resultados se muestran a continuación:
  1. Obtenga los valores de la elasticidad precio e ingreso a partir de los modelos lineales y Cobb-Douglas.

Modelo Lineal $\quad Q = 159 - 0{,}3651(P) + 0{,}000061(I)$

Modelo Cobb-Douglas $\quad Q = 1.95(P)^{-0{,}16}(I)^{0{,}42}$

Valores Medios de las Variables

$$\overline{Q} = 217{,}6\,Kwh$$

$$\overline{P} = 95\ {}^{Bs}\!/_{Kwh}$$

$$\overline{I} = Bs.1.500.376$$

Homework

- Se pide que responda las siguientes cuestiones para los resultados obtenidos.
  1. ¿Cuánto variaría el consumo si los precios del servicio eléctrico aumentan en un 10%?
  2. ¿Cuánto variaría el consumo si el ingreso real de la economía merideña cae en un 10%?
  3. Cual sería la perdida o ganancia del consumidor en el caso de aumento del precio del servicio eléctrico (pista sólo calcule el excedente del consumidor).
  4. ¿Es el servicio eléctrico un bien altamente elástico?. ¿Por qué?
- Fecha de entrega 17 de enero de 2007 en horario de clase de 2 a 4 p.m. salón II-06-H

La Demanda del Mercado y la Elasticidad

Microeconomía

Douglas C. Ramírez V.