Tecnología

Microeconomía
Douglas C. Ramírez V.

La empresa debe resolver varios interrogantes:

- ¿Qué debe producir las empresas?
- ¿Cómo debe producir la empresas el bien o bienes que elijo?
- ¿Cuántos deberá vender y a que precio?
- ¿Cómo deberán promover la venta de su producto?
- La respuesta a estas cuatro preguntas son las decisiones claves de la empresa que resuelve a través de la maximización de los beneficios.

La Firma

- La teoría de las empresa se basa en el supuesto de que las empresas actúan para maximizar el beneficio económico.
- El beneficio económico es la diferencia entre el ingreso y el costo económico.
- Los costos económicos se miden como costo de oportunidad.
- El costo de oportunidad de un factor lo da su valor en el mejor uso alternativo.

Factores de producción:

- Son bienes que participar en la elaboración de otros bienes tales como :
  - Tierra : bienes no movibles, recursos naturales, clima, valores, etc.
  - Trabajo : capacidad, calidad, habilidades, destreza, intensidad, competencias, etc.
  - Capital : recursos acumulados que potencia la capacidad productiva, materias primas, capital físico , capital financiero, etc.

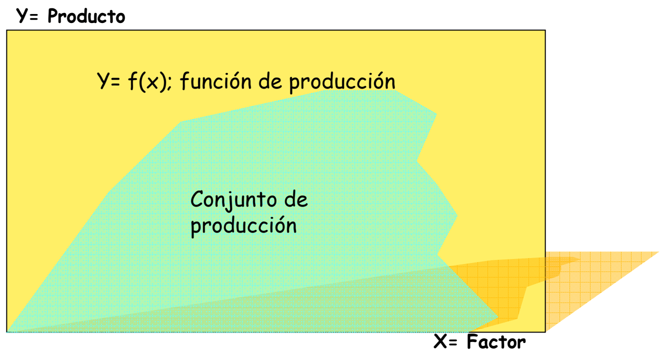
Producto, Factores y Flujos.

- Los bienes o productos son el resultado de distintas combinaciones de factores.
  - Tierra, trabajo y capital
- Supondremos que los factores y productos se miden en flujos.
  - Horas, días, semanas, meses, etc.
- Podemos distinguir los factores y productos según la contingencia ya que ellos capturan algunos aspectos temporales y espaciales de la producción
  - Bienes intermedios y bienes finales.

La empresa como función de producción

- La firma posee un conjunto de posibilidades de producción
- $Y = \{ X \in R^n \,/\, X$ es un plan de producción factible$\}$
  - Net put $\Rightarrow$ compuesto de insumos- producto;
  - Donde: $X_i < 0$; input y $X_i > 0$; output
- Suponga que la firma tiene un único factor, medido por x y un único producto medido por y entonces el conjunto de producción podría ser como la figura adjunta.

Conjunto de producción



- El conjunto de producción muestra las elecciones tecnológicas posibles de la empresa.

Conjunto de producción

- Una firma genera un producto a partir de varias combinaciones de factores, por ello resulta conveniente enumerar el conjunto de posibilidades de producción de las firmas para cualquier combinación de insumos y productos <u>tecnológicamente factibles</u>, estos conjuntos se conocen como <u>planes de producción.</u>
- Los planes de producción factible, que describen todas las combinaciones posibles de factores que cumplen las restricciones tecnológicas, se denomina <u>conjunto de producción</u>.

Conjunto de producción

- Propiedades del conjunto de producción (axiomas).
- Sea Y un vector de producción o plan de producción tal que Y = f(X1, ..., Xn) de n factores donde Y $\in R^k$ donde k son las mercancías o bienes de producción. Sea ***y*** un plan de producción cualquiera; ***y*** $\in R^K$ tal que :
  - *y* es no vacío. Las firmas tienen algún plan de producción.
  - *y* es cerrado y acotado, es decir es compacto. Incluye la frontera de producción dentro del conjunto de elección. (continuidad).

Conjunto de producción

- Axiomas de …
  - no hay producción gratis; "no free lunch". No es posible producir ningún bien si no existen factores incorporados.
  - $\varnothing \in Y$; nos dice que la inacción constituye siempre una alternativa a disposición de la empresa es decir, una empresa puede decidir no producir nada, sin que esto comporte consumir cantidad alguna de inputs.

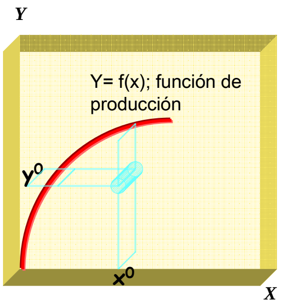
Conjunto de producción

- Axiomas …
  - <u>Libre disposición</u>; puede existir ineficiencia y la disminución de esas ineficiencia no son costosas, es decir, si una producción resulta posible técnicamente , también lo es cualquier otra que implique mayores o iguales cantidades empleadas de insumo y menores o iguales cantidades producidas de outputs. (dado un plan de producción tecnológicamente factible, siempre podemos "hacerlo peor", malgastando recursos).

Conjunto de producción

- Axiomas …
  - $y \in Y \wedge y \neq 0 \Rightarrow -y \in Y$ Irreversibilidad.
  - Es imposible trasformar un producto en un insumo para un proceso tecnológico; para una cantidad de producto (vector) no es posible revertir el proceso y trasformarlo en la misma cantidad de insumos (inputs) que participaron en su proceso.

La función de producción; y = f (x)



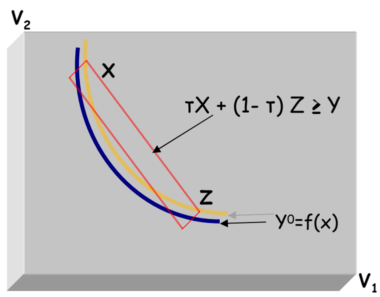
- La producción máxima posible (si los factores son costosos) definen la frontera del conjunto de producción. La función determinada por esta frontera se denomina *FUNCION DE PRODUCCIÓN.*
- <u>DEFINICIÓN</u>: La función de producción es la relación que nos da el nivel máximo de producción que la empresa puede obtener de una combinación dada de factores; o dicho de otra manera, mide el volumen máximo de producción que puede obtenerse con una cantidad dada de factores.

Propiedades de los tecnológicos regulares:

- Si la empresa produce un único bien con dos factores, la función de producción se puede definir como:
- $F(X1, X2) = \{ y \in R^2 : y$ es el máx. $[y, -X1, -X2]$ en $Y \}$

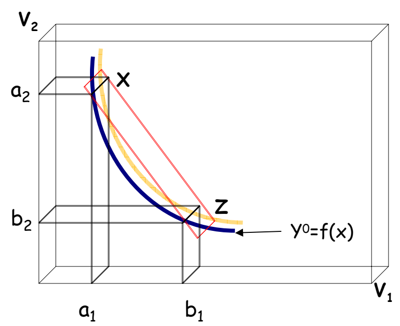
1. <u>Supondremos que las tecnologías son monótonas.</u> Con una cantidad igual o mayor de ambos factores, debe ser posible obtener, al menos, al mismo volumen de producción. Esta propiedad se le denomina a veces como ELIMINACIÓN GRATUITA, ya que si la empresa puede hacerse de cualquier cantidad de un factor sin incurrir en costo alguno, entonces no puede perjudicarle tener más del mismo.

Propiedades



2. Supondremos que las tecnologías son convexas. Significa que si existen dos formas de producir Y unidades con (X_1, X_2) ∧ (Z_1, Z_2) ; Su media ponderada permite obtener al menos las misma Y unidades. $\tau X + (1-\tau) Z \geq Y$.
3. Suponemos que las tecnologías regulares son compactas, es decir son un conjunto no vacío y cerrado.

Técnicas de Producción



- El punto es que ambos son dos formas de producir al output, llamaremos a estas dos formas de producir TÉCNICAS DE PRODUCCION. Todas las combinaciones de factores situadas en la recta que une a (a_1 , a_2) ∧ (b_1 , b_2) son formas viables de producir y^0 unidades.

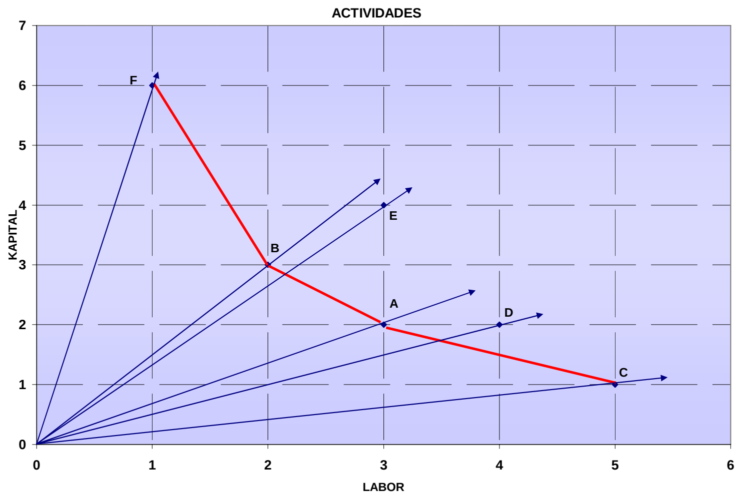
La tecnología y el análisis de actividades

- Otra forma de tener una representación de la tecnología es el análisis de actividades
- Una actividad consiste en un proceso o forma de combinar diversos factores, definido por la proporción en que se combinan para lograr un determinado producto.
- Por ejemplo para un determinado proceso de generación de una tonelada de cobre (**y*=1**) se requiere diversas combinaciones de capital (**K**) y trabajo (**L**) se puede representar las diversas formas de alcanzarlo y sus requerimientos de factores según 6 procesos factibles.

TABLA ACTIVIDADES

	A	B	C	D	E	F
K	2	3	1	2	4	6
L	3	2	5	4	3	1
	5	5	6	6	7	7

A



La línea roja FABC de la figura, donde no se han incorporado los procesos técnicamente ineficientes, representa la isocuanta para este conjunto de actividades

La tecnología y el análisis de actividades

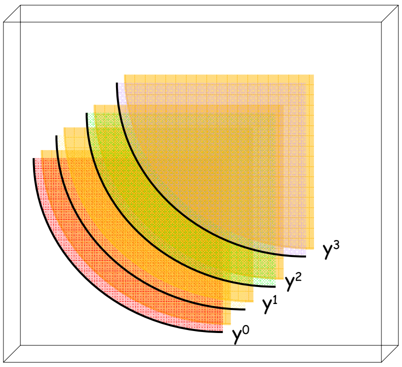
1. Con estos datos se puede destacar:
   - No todos los procesos son técnicamente eficientes, las actividades A y B son las más eficientes
2. Supondremos que los procesos
   - Pueden expandirse proporcionalmente, es decir son lineales, por tanto si a unidades de K y b unidades de L permiten c unidades q y por tanto cualquier rayo vector que multiplique en λ_a y λ_b expandirá la producción en λ_c.
   - Pueden combinarse, dando lugar a un conjunto de combinaciones de factores representado por el segmento que une cualquier par de puntos de la figura.

La isocuanta

- Estas propiedades permiten configurar el lugar geométrico de combinaciones de K y L que dan lugar a un determinado nivel de producción que corresponde a la <u>isocuanta</u> correspondiente al nivel de producción para y=1.
- La línea roja quebrada que excluye los puntos ineficientes, en la figura siguiente, muestra una configuración convexa y no cóncava. Nótese que la exclusión es lo que da lugar a la estructura convexa.
- Sí el numero de actividades eficientes se fuese ampliando, la línea quebrada resultante se va aproximando a las isocuantas con tecnologías regulares y continuas

DEFINICION DE UNA ISOCUANTA.

- (ISO= igual , QUANTA = magnitud)
- La <u>isocuanta</u> es la curva que muestra todas las combinaciones posibles de factores que miden el mismo nivel de producto.
- <u>Mapa de isocuantas</u> : es el conjunto de todas las isocuantas que corresponden a una función de producción dada.



Una familia de Isocuantas

Conjunto de requerimiento de factores

- Un mapa de isocuantas convexas puede interpretarse como generada por un conjunto de requisitos de factores convexos. Este conjunto V(y), se define como las combinaciones de factores que dan lugar como mínimo un determinado nivel de producción.
  - $V(y) =\{X \in R^n \text{ tal que } (y, -X) \in Y\}$
- La isocuanta es la frontera de V(y) y pertenece al mismo conjunto.
- En este caso podemos definir a la isocuanta como
  - $Q(y) = \{X \in R^n : X \in V(y);\ X \notin V(y^1)\ \forall\ y^1 > y\}$
- La isocuanta reporta exactamente para diferentes combinaciones de factores el mismo nivel de producto.

Implicaciones

- De las tecnologías configuradas nos interesa sólo las relaciones que tienen implicancias económicas. Por tanto se estudiara tres tipos de relaciones.
  1. Las relaciones entre factores (inputs) y producto (output) cuando únicamente varía uno de los factores; lo cual da la noción de productividad.
  2. Las relaciones entre inputs y output cuando todos los factores varían en la misma proporción; lo cual da la noción de rendimientos a escala.
  3. Las relaciones entre los diversos factores cuando el producto no varia, lo cual da lugar a la noción de sustituibilidad de factores.

Comparación Isocuantas vs. Curvas de Indiferencias

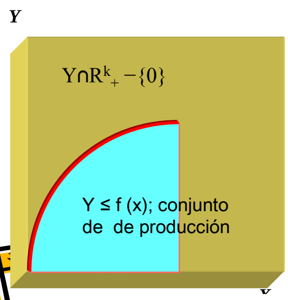
Las Isocuantas y las Curvas de Indiferencias.

Curvas de indiferencias.	Isocuantas.
1. Indica nivel de utilidad	2. Mide nivel de producto
3. Definido por preferencias	4. Definido por la tecnología
5. Medición arbitraria.	6. Medición objetiva.

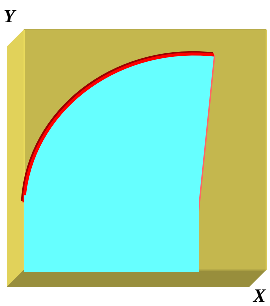
Conjunto de producción de corto plazo

- El conjunto de posibilidades de producción a corto plazo:

  $y = \{ y, -\alpha_1 ,- \alpha_2) \in Y$ tal que $\alpha_2=\bar{\alpha}_2$; factor fijo }



Cumple los axiomas

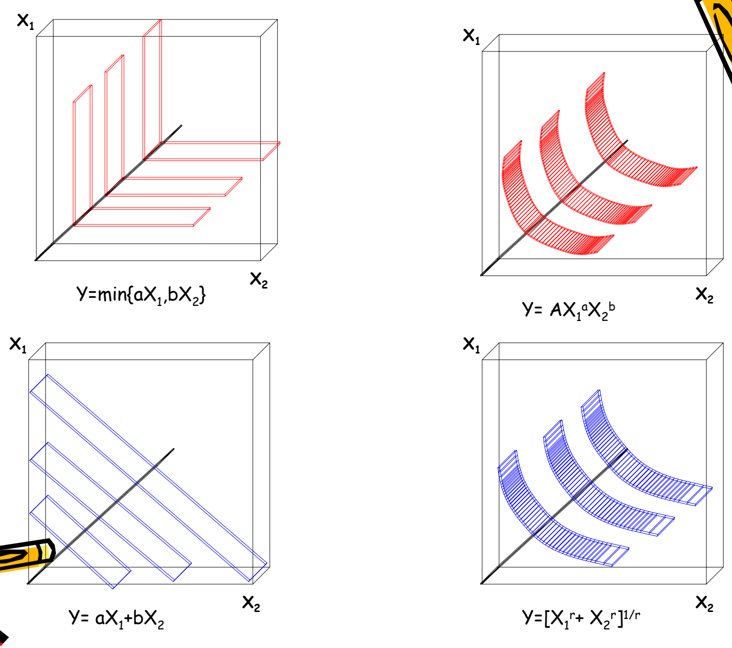


No Cumple los axiomas

Ejemplos de tecnología.

- Complementario Perfectos o de Proporciones fijas;
  $Y=f (X_1 , X_2) = \min. \{ aX_1 , bX_2 \}$
- Sustitutos perfectos o Lineales
  $Y=f (X_1 , X_2) = aX_1 + bX_2$
- Cobb- Douglas
  $Y=f (X_1 , X_2) = A X_1^a X_2^b$
- CES, Elasticidad constante de sustitución;
  $Y= f (X_1, X_2) = [X_1^r +X_2^r]^{1/r}$

B



Ejemplo de Tecnologías

1. Sea α un parámetro tal que $0<\alpha<1$, entonces la tecnología Cobb-Douglas es definida como:
- $Y=\{(y,-x_1,-x_2) \in R^3: y \leq x^{\alpha}_1\, x^{1-\alpha}_2\}$; conjunto de producción
- $V(y)=\{(x_1,x_2) \in R^2_+: y \leq x^{\alpha}_1\, x^{1-\alpha}_2\}$; conjunto de requerimientos
- $Q(y)=\{(x_1,x_2) \in R^2_+: y = x^{\alpha}_1\, x^{1-\alpha}_2\}$; conjunto de isocuantas
- $f(x_1,x_2) = x^{\alpha}_1\, x^{1-\alpha}_2$; función de producción

2. Sea $\alpha>0$ y $\beta>0$ parámetros, entonces la tecnología Leontief es definida como:
- $Y=\{(y,-x_1,-x_2) \in R^3: y \leq \min(\alpha x_1, \beta x_2)\}$; conjunto de producción
- $V(y)=\{(x_1,x_2) \in R^2_+: y \leq \min(\alpha x_1, \beta x_2)\}$; conjunto de requerimientos
- $Q(y)=\{(x_1,x_2) \in R^2_+: y = \min(\alpha x_1, \beta x_2)\}$; conjunto de isocuantas
- $f(x_1,x_2) = \min(\alpha x_1, \beta x_2)$; función de producción

PRODUCTIVIDAD.

- Consideremos la posibilidad de utilizar una unidad adicional del factor X_1 manteniendo fijo el factor X_2.
- Sea; y = f (X_1 , X_2)

Producto físico marginal de X_1

$$\lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = PMgX_1(x_1, x_2)$$

Producto físico marginal de X_2

$$\lim_{\Delta x_2 \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x_2} = \frac{f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_2} = PMgX_2(x_1, x_2)$$

Productividad

- El producto físico marginal de un factor es la producción adicional que puede obtenerse empleado una unidad adicional de ese factor, manteniendo todos los demás constante.
- En términos matemáticos.
  - Notación: Producto físico marginal de X_i
    → PMgXi = $\partial y / \partial x_i = f_{xi} = f_i$.

Producto físico marginal de X_2

$$\lim_{\Delta x_2 \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x_2} = \frac{f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_2} = \frac{\partial f}{\partial x_2} = PMgX_2(x_1, x_2) = f_2$$

Productividad

- Producto marginal decreciente. (Malthaus)
- Siendo un factor fijo y otro variable, un incremento adicional de un solo factor va produciendo un retorno menor.
- Sea K y L factores productivos y sea Y(K,L) la función de producción, sea K el factor fijo entonces;

Producto Decreciente

$$\frac{\partial Y(K,L)}{\partial L} = PMgL$$

$$\frac{\partial\left(\partial Y(K,L)\right)}{\partial L \partial L} = \frac{\partial^2 Y(K,L)}{\partial L^2} = \frac{\partial PMgL}{\partial L} \leq 0$$

Productividad

- Ley del producto marginal decreciente.
  - Normalmente cabe esperar que el producto físico marginal de un bien disminuya a medida que se utilice una cantidad cada vez mayor del factor variable, manteniendo los demás factores fijos.
- La productividad media:
  - La productividad media no están importante en la teoría económica como la productividad marginal pero suele emplearse como medida de la eficiencia en los trabajos empíricos por que es fácil obtenerla. Obsérvese que la PMeL y PMeK dependen del nivel del factor j empleado

Productividad Media

$$\frac{Y(K,L)}{L} = PMeL$$

Productividad Media

$$\frac{Y(K,L)}{K} = PMeK$$

Productividad

- La productividad media y marginal se expresan en unidades físicas. Una medida que no depende de las unidades en que se esta midiendo es la elasticidad (output) producto del factor, definida como la relación entre la variación porcentual del producto (output) y la variación porcentual del factor.

Elasticidad Producto Factor

$$\varepsilon_{y,L} = \frac{dy/y}{dL/d} = \frac{\partial y}{\partial L}\frac{L}{y} = \frac{PMgL}{PMeL}$$

Nótese que la elasticidad producto será mayor, menor o igual a 1, si la PMgL es mayor, menor o igual a la PMeL

Productividad

- Nótese lo siguiente:

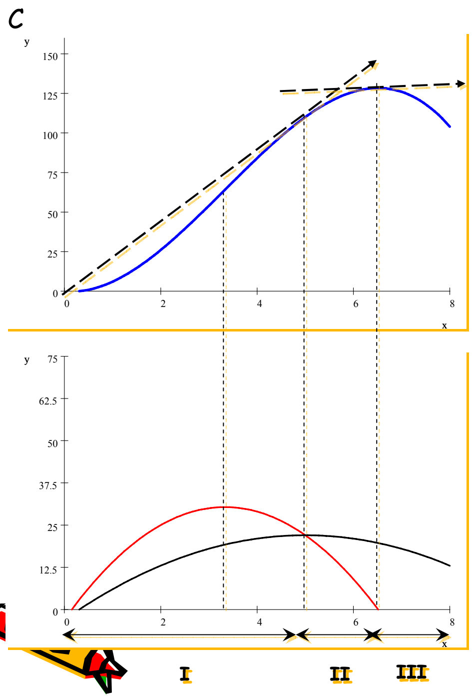
$$\frac{\partial PMeL}{\partial L} = \frac{\partial (y/L)}{\partial L} = \frac{L\frac{\partial y}{\partial L} - y}{L^2} = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial y}{\partial L} - \frac{y}{L}\right) = \frac{1}{L}(PMgL - PMeL)$$

a) PMe = PMg, ocurre cuando PMe es máxima: ∂PMe/∂L=0 (dado el carácter decreciente de la PMg asegura la condición de segundo orden; si fuese creciente sería un mínimo)

b) La PMe crece o decrece según la PMg≷PMe.

Regiones de Cassel

- Estas relaciones describen las etapas de la producción de G. Cassel.
- En la región I la PMg se encuentra por encima de la PMe y la elasticidad producto es $\varepsilon_y > 1$ y el PMe es creciente
- En la región III la PMg<0; se hace negativa y se encuentra por debajo de la PMe y el PMe es decreciente
- En la región II la PMg>0; es positiva pero se encuentra por debajo de la PMe y lo que implica que la elasticidad producto; $0 < \varepsilon_y < 1$.



En la figura superior se muestra la función de producción de un solo factor y las PMgX y PMeX se muestran en la figura inferior. Recuerden que la PMgX viene dado por la pendiente de la tangente en ese punto y la PMeX es la pendiente del radio que une el origen 0 con el punto de la función de producción.

Etapas de la Producción (Cassel)

III PMg < 0

I PMg > PMe → $\varepsilon_{yx} > 1$

II 0 < PMg < PMe → 0 <εyx< 1

Los Rendimientos

- La figura recoge la ley de los rendimientos decrecientes, según la cual, adiciones sucesivas de un factor, estando los demás factores constante conducen finalmente a una productividad marginal decreciente del factor añadido.
- Nótese que si varia otro factor, ello desplaza las curvas de la productividad marginal y media.
- Las productividades marginales se relacionan con las formas de la isocuanta

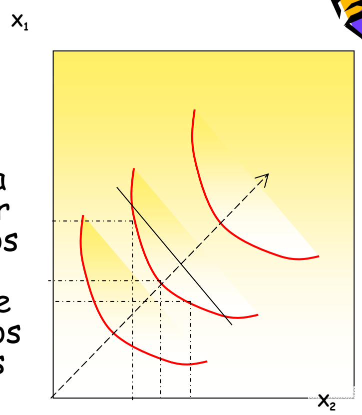
$$dy = 0 \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial L} dL + \frac{\partial y}{\partial K} dK = (PMgL)dL + (PMgK)dK$$

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{PMgL}{PMgK}$$

El cociente entre las PMg mide la pendiente de la isocuanta en cada punto. A esta pendiente se le denomina Relación o Tasa Marginal Técnica de Sustitución; RMST ó TMST y expresa el grado que la tecnología permite variar la utilización de un factor al incrementarse el otro, mantenido lo demás constante.

Relación técnica de sustitución decreciente.

- A medida que aumentamos la cantidad de X_1, y ajustamos X_2 para permanecer en la misma isocuanta, la relación técnica de sustitución disminuye.
- Significa que la pendiente de una isocuanta debe disminuir en valor absoluto. Cuando nos desplazamos sobre la curva a lo largo de ella por que incrementamos X_1 y debe aumentar cuando nos desplazamos sobre ella porque incrementamos X_2, lo que significa que las isocuantas son convexas.



LOS RENDIMIENTOS A ESCALA.

- [1] una función f (a) posee retornos a escala constante (Rendimiento constante) si y solo si:
  - $f(tX) = t\ f(X) = t^n f(X)$; $n=1\ \forall\ t > 0, \forall\ X$
- [2] una función f (x) posee retornos crecientes de escala si y solo si:
  - $f(tX) = t^n f(a)$; $n > 1\ \ \forall t > 0, \forall X$
  - $f(tX) > t\ f(X)$
- [3] una función f (x) posee Rendimientos decrecientes a escala si y solo si :
  - $f(tX) = t^n f(a)$; $n < 1\ \ \forall t > 0, \forall X$
  - $f(tX) < t\ f(X)$

Criterio de la derivada

- Sí $y` = \wedge y^0$ Rendimiento constante.
- Sí $y` > \wedge y^0$ Rendimiento crecientes.
- Sí $y` < \wedge y^0$ Rendimiento decreciente.

Elasticidad de Sustitución

- La elasticidad de sustitución mide la variación porcentual del cuociente entre los factores, dividida por la variación porcentual de la TMgST, manteniéndose fijo el nivel de producción. Para una función de producción

$$\sigma_{ii} = \frac{d\ln\left(x_j / x_1\right)}{d\ln\left(f_i(x_i) / f_j(x_j)\right)} \qquad \sigma_{ii} = \frac{d\left(x_j / x_i\right)}{\left(x_i / x_j\right)} \frac{f_i\left(x_j\right) / f_j\left(x_i\right)}{\left[f_i\left(x_j\right) / f_j\left(x_1\right)\right]}$$

Donde f i ,fj son las productividades marginales físicas del factor i, j; $PMgX_i$, $PMgX_j$ respectivamente

$$\sigma_{ii} = \frac{\Delta\%\left(\partial x_j / \partial xi\right)}{\Delta\%\left(TMgST\right)}$$

Ejemplo

Sea la función CES siguiente $\qquad y = \left[x_1^e + x_2^e\right]^{1/e}$

Obtenga la elasticidad de Sustitución

$$\sigma_{ij} = \frac{d\ln\left(x_j / x_i\right)}{d\ln\left(f_i(x_j) / f_j(x_i)\right)} = \frac{[A]}{[B]}$$

Desarrollando [A] y [B]

$$[A] = d\ln\left(x_j / x_i\right) = d\left(\ln x_2\right) - d\left(\ln x_1\right) = \frac{1}{x_2}dx_2 - \frac{1}{x_1}dx_1$$

$$[B] = d\left[\ln\left(f_1 / f_2\right)\right] = d\left[\left(\ln\frac{x_1}{x_2}\right)^{e-1}\right] = (e-1)\left[d\left(\ln x_1\right) - d\left(\ln x_2\right)\right]$$

Ejemplo

Nótese que

$$y = \left[x_1^e + x_2^e\right]^{1/e} \Rightarrow y^e = x_1^e + x_2^e$$

$$e y^{e-1} dy = e x_1^{e-1} dx_1 \Rightarrow \frac{dy}{dx_1} = \left(\frac{x_1}{y}\right)^{e-1}$$

Por tanto

$$(dy/dx_1) = f_1 \quad \text{y} \quad (dy/dx_1) = f_1$$

$$(f_1/f_2) = (x_1/y)^{(e-1)}/(x_2/y)^{(e-1)} = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{(e-1)}$$

Por lo cual

$$[B] = (e-1)[d(\ln x_1) - d(\ln x_2)] = (e-1)\left[\frac{dx_1}{x_1} - \frac{dx_2}{x_2}\right] = (-)(e-1)\left[\frac{dx_2}{x_2} - \frac{dx_1}{x_1}\right]$$

Se tiene que es constante

$$[A]/[B] = \left(\frac{1}{e-1}\right)(-)\frac{dx_2/x_2 - dx_1/x_1}{dx_2/x_2 - dx_1/x_1} = \left(\frac{1}{1-e}\right) = \sigma_{12} = \text{Constante}$$

La función CES

$$Q = \gamma\left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-\upsilon/\rho}$$

$-1 < \rho < \infty$; parámetro de sustitución

$0 < \delta < 1$; parámetro de distribución

$\upsilon > 0$; parámetro de escala

$\gamma > 0$; parámetro de eficiencia tecnológica

La función CES

- La función es homogénea de grado v y eso lo podemos ver si f(λL, λK) = λ^v f(K, L)
- Por comodidad asumiremos que el parámetro de escala y tecnología son igual a uno λ = γ = 1; por tanto; reordenando tenemos

$$Q = \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-1/\rho}$$
$$\Rightarrow Q^{-\rho} = \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right]$$

Diferenciando Totalmente

$$-\rho Q^{-\rho-1}dQ = -\rho\delta K^{-\rho-1}dK + -\rho(1-\delta)L^{-\rho-1}dL$$

Obteniendo las Parciales y Ordenando

$$f_L = \frac{dQ}{dL} = (1-\delta)\left(\frac{Q}{L}\right)^{1+\rho}$$
$$f_K = \frac{dQ}{dK} = (\delta)\left(\frac{Q}{K}\right)^{1+\rho}$$
$$\frac{f_L}{f_K} = \frac{dQ/dL}{dQ/dK} = \frac{(1-\delta)}{(\delta)}\left(\frac{Q/L}{Q/K}\right)^{1+\rho}$$

Función CES

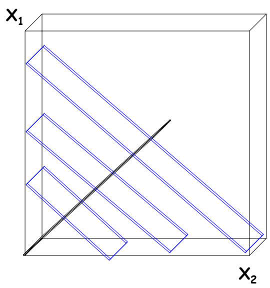
Despejando KL y aplicando la definición de la elasticidad de sustitución se tiene

$$\frac{f_L}{f_K} = \frac{dQ/dL}{dQ/dK} = \frac{(1-\delta)}{(\delta)}\left(\frac{K}{L}\right)^{1+\rho}$$
$$\sigma_{KL} = \frac{\partial \ln(K/L)}{\partial \ln(f_L/f_K)} = \frac{1}{1+\rho}$$

La elasticidad de sustitución depende del valor de ρ

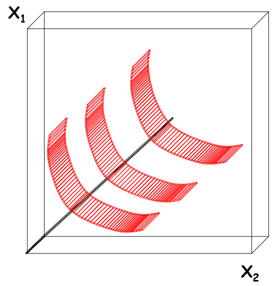
$$\text{Si} \quad \rho \to 0 \quad \sigma_{KL} \to 1$$
$$\text{Si} \quad \rho \to -1 \quad \sigma_{KL} \to \infty$$
$$\text{Si} \quad \rho \to \infty \quad \sigma_{KL} \to 0$$

VALORES LÍMITES DE LA FUNCION DE CES.



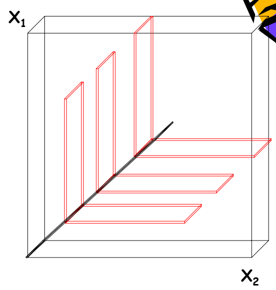
$Y = aX_1 + bX_2$

Sí $\rho \to -1$ $\sigma \to \infty$



$Y = AX_1^a X_2^b$

Sí $\rho \to 0$ $\sigma \to 1$



$Y = \min\{aX_1, bX_2\}$

Sí $\rho \to -\infty$ $\sigma \to 0$

EJERCICIO

- Demostrar que cuando $\rho \to 0$ la función CES se transforma en una Cobb- Douglas.

Solución

Partiendo de la Diferenciando Total

$$-\rho Q^{-\rho-1}dQ = -\rho\delta K^{-\rho-1}dK + -\rho(1-\delta)L^{-\rho-1}dL$$

Reordenando, tomando el limite e integrando se tiene

$$\frac{dQ}{Q^{1+\rho}} = \delta\frac{dK}{K^{1+\rho}} + (1-\delta)\frac{dL}{L^{1+\rho}}$$

$$\lim_{\rho\to 0}\frac{dQ}{Q^{1+\rho}} = \lim_{\rho\to 0}\delta\frac{dK}{K^{1+\rho}} + \lim_{\rho\to 0}(1-\delta)\frac{dL}{L^{1+\rho}}$$

$$\int\frac{dQ}{Q^{1}} = \int\delta\frac{dK}{K^{1}} + \int(1-\delta)\frac{dL}{L^{1}}$$

$$\ln Q = \delta\ln K + (1-\delta)\ln L$$

Resolviendo se demuestra la relación

$$\ln Q = \delta\ln K + (1-\delta)\ln L + c$$

$$Q = AK^{\delta}L^{(1-\delta)}$$

Tecnología

Microeconomía

Douglas C. Ramírez V.