Variaciones de Precio y Renta

Microeconomía

Douglas Ramírez

Las funciones de demanda como objetivo

- "*El análisis de la utilidad descansa en el supuesto fundamental que asegura que el individuo, frente a los precios dados y limitado por un gasto total dado, elige aquella combinación de bienes que ocupa el lugar más elevado en su escala de preferencias.*"
- Paúl Anthony Samuelson (1953, 99) **Foundations of Economic Analysis** (premio Nóbel de economía, 1970)

Las funciones de demanda como objetivo

- El problema es encontrar un

$$\text{Máx. } U(X_i) \text{ s.a. } \sum p_i X_i = M$$

- Cuyas condiciones de primer orden hemos visto como

$$U_i + \lambda p_i = 0$$

- Cuya solución viene dada por las funciones de demanda del equilibrio parcial de Marshall que serían

$$x^d_i = f(p_1, p_2, \ldots, p_k, M)$$

Las propiedades

- Las funciones de demanda se derivan de las condiciones de equilibrio y como el sistema tiene igual numero de incógnitas y ecuaciones independientes esto nos asegura que las variables de equilibrio están determinadas.
- Llegado a este punto sería posible detenerse y asumir como satisfactorio estos resultados, sin embargo, nos queda por examinar las propiedades de cualitativas de la función de demanda en condiciones de óptimo.

Propiedades

- Sea x (p, M) la función de demanda ordinaria o Marshalliana definida por el vector de precios **p**= (p_1, p_2,…, p_k) y por la riqueza monetaria M definida como un escalar.
- **D1**: La demanda ordinaria x (p, M) es homogénea de grado cero si x(λp, λM)= x (p, M) para cualquier p, M y λ>0.
- La homogeneidad de grado cero para precios e ingresos, significa que cuando cambia en la misma proporción p y M, implica que la elección del consumidor no cambia, ya que sólo escogen canastas dentro del conjunto factible.

Funciones Homogéneas

- Definición: Una función es homogénea de grado r sí al multiplicar cada una de las variables independientes por una constante λ se altera el valor de la función por un múltiplo de λ^r.

$$f(x,y,w)=\frac{x}{y}+\frac{2w}{3x}\Rightarrow f(\lambda x,\lambda y,\lambda w)=\frac{\lambda x}{\lambda y}+\frac{2\lambda w}{3\lambda x}=\lambda^0 f(x,y,w)$$

$$g(x,y,w)=\frac{x^2}{y}+\frac{2w^2}{3x}\Rightarrow g(\lambda x,\lambda y,\lambda w)=\frac{(\lambda x)^2}{(\lambda y)}+\frac{2(\lambda w)^2}{3(\lambda x)}=\lambda\left(\frac{x^2}{y}+\frac{2w^2}{3x}\right)=\lambda g(x,y,w)$$

Homogeneidad lineal

- <u>Definición</u>: Una función es de homogénea de grado 1 sí al multiplicar cada una de las variables independientes por una constante λ se altera el valor de la función por un múltiplo de λ. Esta recibe el nombre de función de homogeneidad lineal

$$f(K,L)=AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \Rightarrow f(\lambda K,\lambda L)=A(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow f(\lambda K,\lambda L)=A(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{1-\alpha} \Rightarrow f(\lambda K,\lambda L)=\lambda AK^{\alpha}L^{1-\alpha}=\lambda f(K,L)$$

Propiedades

- **D2**: La demanda Marshalliana correspondiente a $x(p,M)$ satisface la saturación de la restricción bajo el supuesto de no saciabilidad de las preferencias, entonces para todo vector $p \gg 0$, se tiene que $\mathbf{p}x=M$ para todo $x \in x(p,M)$.
- Esta es una versión de la Ley de Walras que señala que el consumidor que optimiza gasta toda su renta. Intuitivamente se puede pensar que dentro de la canasta de elección se encuentra la elección de consumo futuro a través de la decisión de ahorro.

Desplazamiento del equilibrio

- El estudio de las respuestas a los cambios del entorno económico se denomina estática comparativa
- Se llama "comparativa" porque trata de comparar dos situaciones: el antes y el después de la variación del entorno económico; y "estática" porque no interesan los procesos de ajuste que conduce a la nueva situación de equilibrio
- La optimización por ser un análisis especial del equilibrio estático, también es objeto del estudio de la estática comparativa.

Desplazamiento del equilibrio

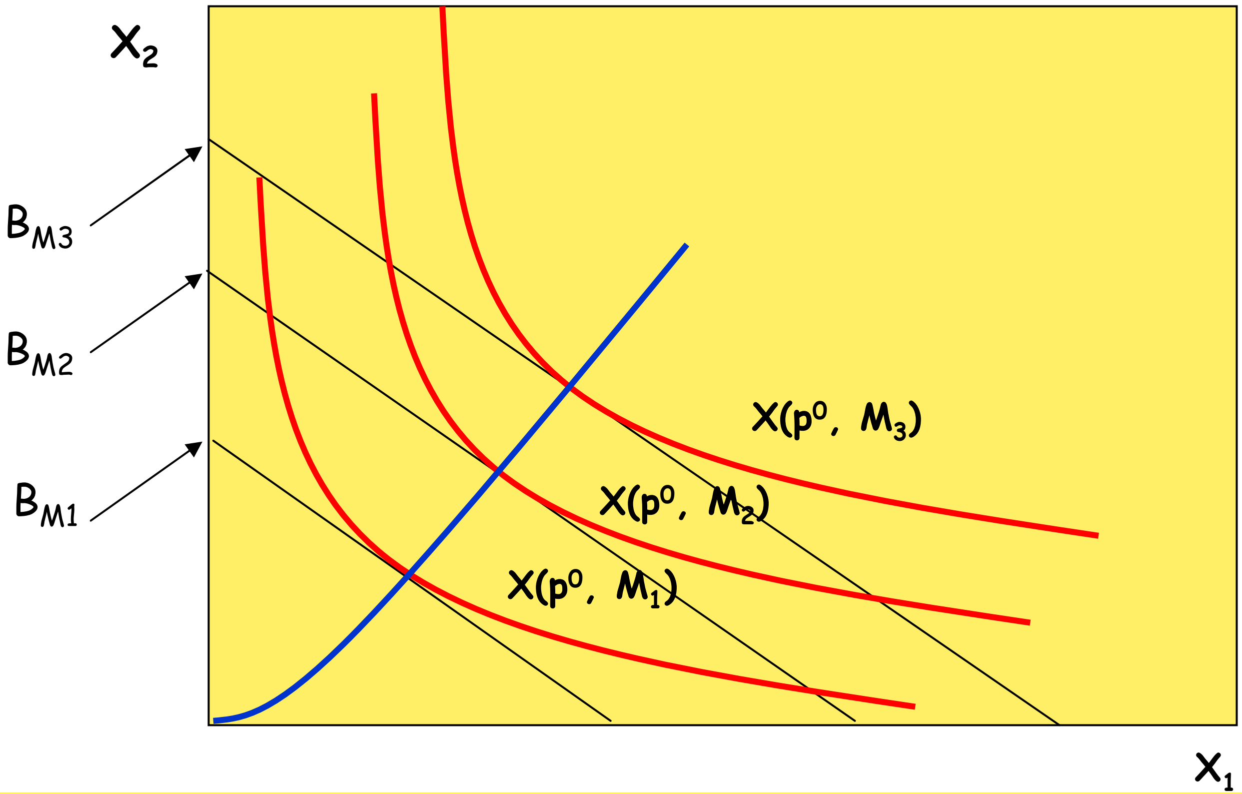
- La idea de la investigación es analizar el cambio de algún parámetro que afectará la posición de equilibrio del modelo que se refieren al valor óptimo de la función objetivo.
- En el caso de la función de demanda sólo hay dos elementos que afectan la decisión óptima del consumidor: los precios y la renta.
- Luego entonces, la estática comparativa en la teoría del consumidor, consiste en estudiar cómo afecta los cambios de la renta y de los precios en la elección del consumidor.

Variación de la renta

- Para un vector de precios fijo ($p=p^0$), la función del consumidor $x(p^0,M)$ es llamada Función de Engel, donde su imagen en R^k_+, $E_{p0}=\{x(p^0,M): M>0\}$, es conocido como curva de expansión de la renta.
- La pendiente de la función $\partial x_k(p^0,M)/\partial M$, se conoce como efecto ingreso del bien k

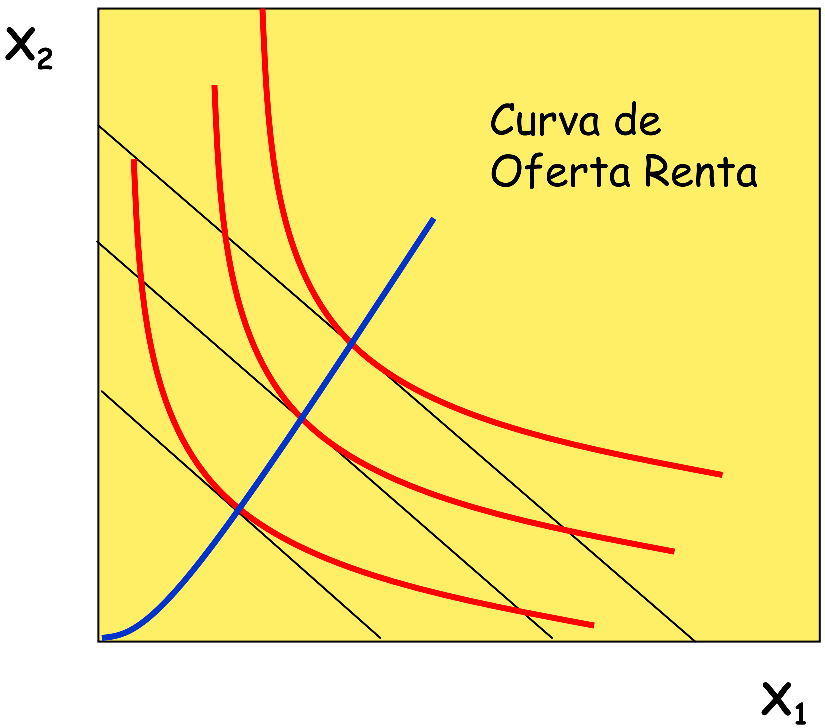
1. Si $\partial x_k(p^0,M)/\partial M>0$; Bienes normales
2. Si $0>\partial x_k(p^0,M)/\partial M>1$; Bienes de lujo
3. Si $\partial x_k(p^0,M)/\partial M<0$; Bienes inferiores
4. Si $\partial x_k(p^0,M)/\partial M=0$; Efecto renta neutro

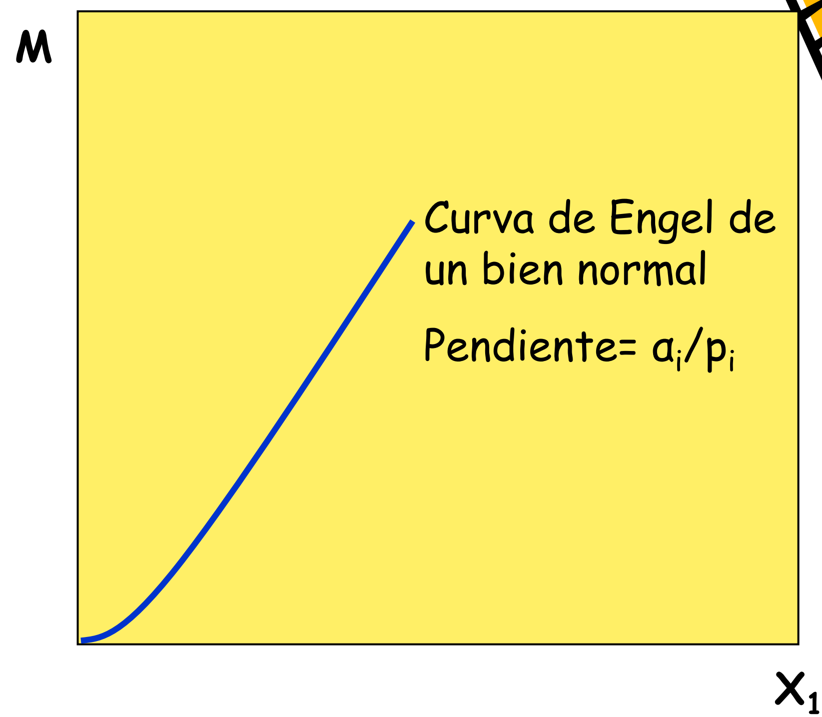
Curva de Oferta Renta



Camino o curva de expansión del ingreso para un nivel de precios dados

Curva de Engel CD



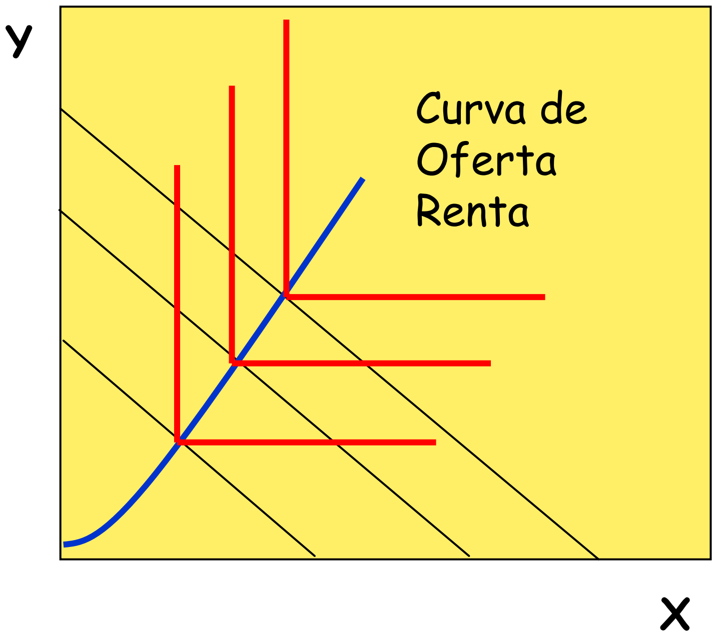


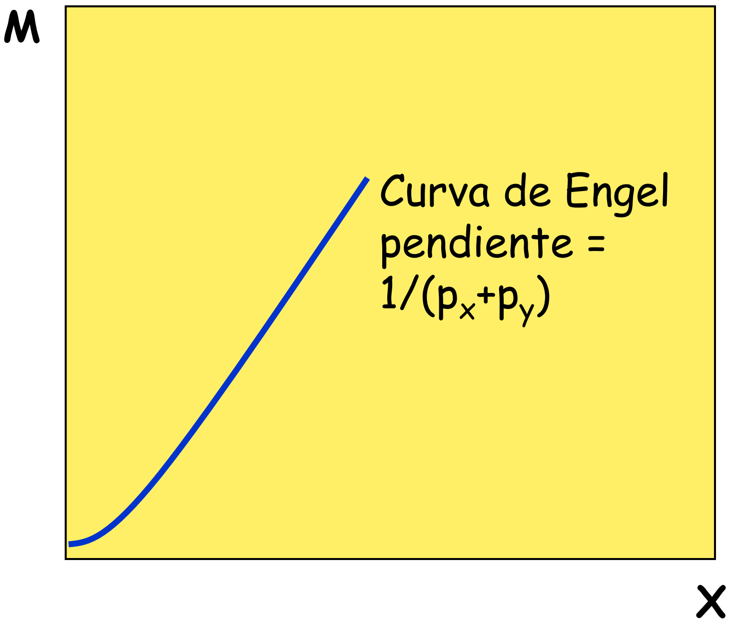
$$x_i^d\left(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, p_k, M\right) = \alpha_i \frac{M}{\bar{p}_i}$$

Preferencias Homotéticas

- Las funciones de utilidad tipo Cobb-Douglas, Sustitutos Perfectos, Complementarios Perfectos y Tipo CES son funciones de utilidad Homotéticas ya que su relación marginal de sustitución dependen del cociente entre las cantidades de los dos bienes y no de las cantidades totales de los bienes.
- Esto hace que cuando aumenta la renta en una proporción θ, la cantidad consumida de ambos bienes aumenta en la proporción θ, haciendo que la curva de Engel asuma una forma de una línea recta que pasa por el origen.

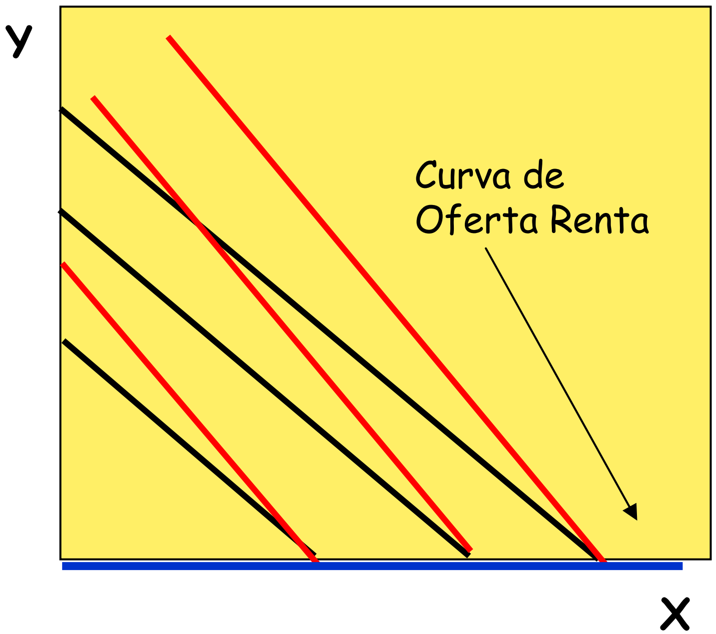
Complementarios Perfectos

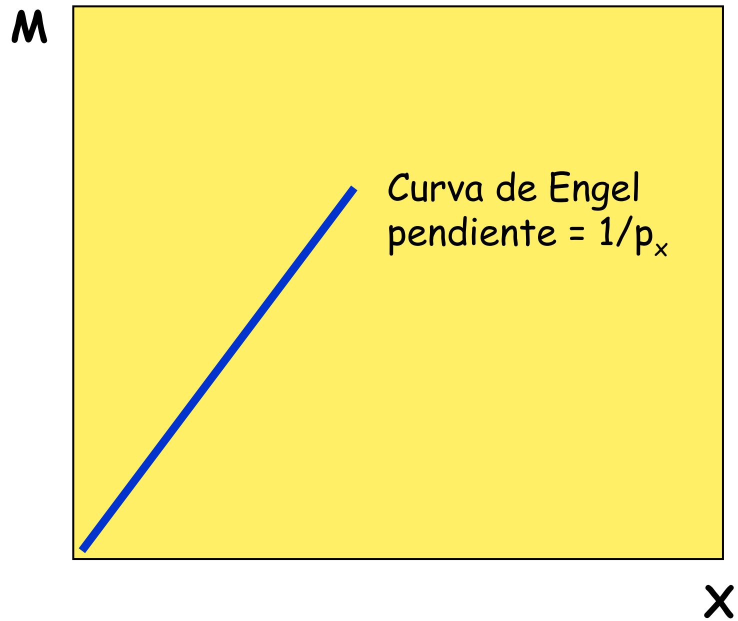




$$x^d\left(\bar{p}_x, \bar{p}_y, M\right) = \frac{M}{\bar{p}_x + \bar{p}_y}$$

Sustitutos Perfectos

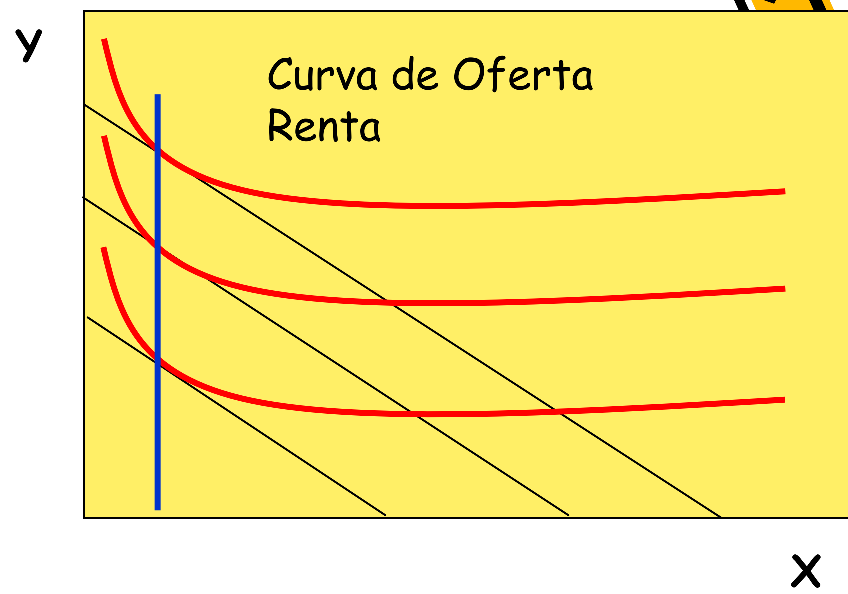




$$\begin{cases} x^d = \frac{M}{p_x} & si\ \frac{p_x}{p_y} < |RMS| \\ y^d = 0 & si\ \frac{p_x}{p_y} < |RMS| \end{cases}$$

Preferencias Cuasilineales

- Supongamos que un consumidor tiene unas curvas de indiferencia que son traslaciones verticales unas de otras, como se muestra en la figura.
- Esto significa que todas las curvas de indiferencias son simples traslaciones de una curva de indiferencia del tipo
- U(x,y)=v(x)+y
- En este caso la función es lineal en el bien y pero no en el bien x

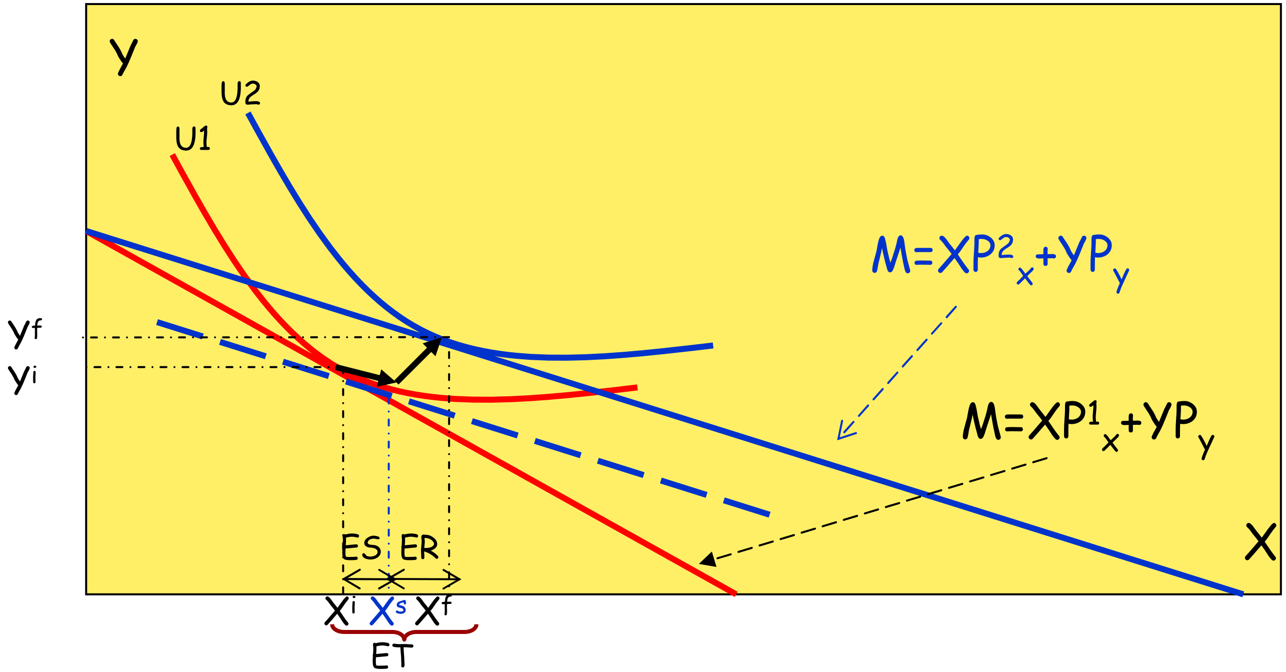


Si desplazamos la renta esta no altera la demanda del bien x pero toda la renta adicional se destina al bien y. Si las preferencias son cuasilineales decimos que "el efecto renta es nulo"

Variación del precio

- El estudio de la variación del precio es más compleja de analizar debido a que (en términos geométricos) la variación del precio entraña no sólo un cambio de la posición de la restricción presupuestaria sino también una alteración de su pendiente.
- En consecuencia, el traslado a la nueva elección maximizadora de la utilidad implica no sólo un desplazamiento a otra curva de indiferencia sino también una alteración de la RMS.
- Cuando varia un precio, entran en juego dos efectos analíticamente diferentes. Uno es el efecto sustitución y otro es el efecto renta.

Disminución del Precio

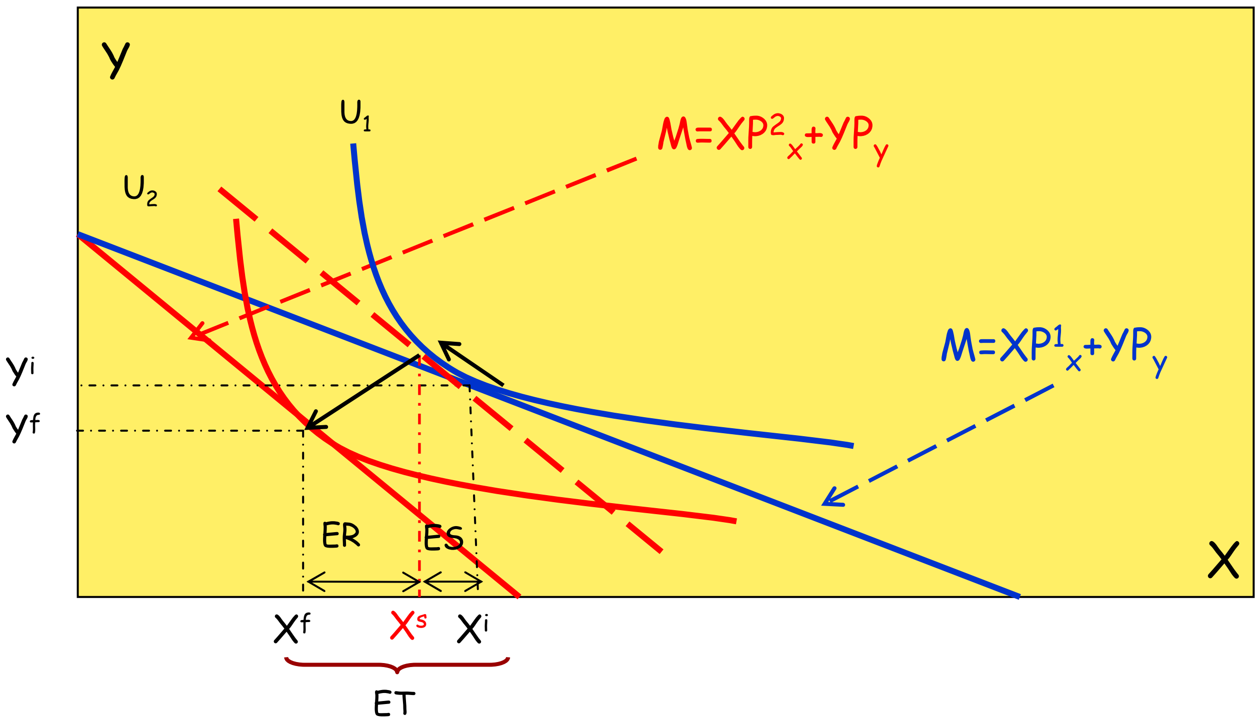


Cuando el precio de X baja de $P^1{}_x$ a $P^2{}_x$, la elección maximizadora de la utilidad se desplaza de X^i, Y^i a X^f, Y^f. Este desplazamiento puede dividirse en dos efectos analíticamente diferentes: El <u>primero</u> es un movimiento a lo largo de la curva de indiferencia en el que la RMS se iguala a la nueva relación de precios llamado efecto sustitución y el <u>segundo</u>, llamado efecto renta, que implica un desplazamiento a un nivel de utilidad más alto (U1→U2) ya que la renta real ha aumentado

Efecto Sustitución y Renta

- El <u>efecto sustitución</u> se produce cuando la variación del precio de un bien o servicio lleva al consumidor a modificar las cantidades demandas, manteniendo constante el mismo nivel de utilidad, esto se traduce en un movimiento a lo largo de la curva de indiferencia cambiando la RMS a la nueva relación de precios
- El <u>efecto renta</u> se debe a que la variación de un precio altera necesariamente la renta “real” del consumidor, éste no puede permanecer en la misma curva de indiferencia inicial, sino que debe trasladarse a otra.

Aumento del Precio

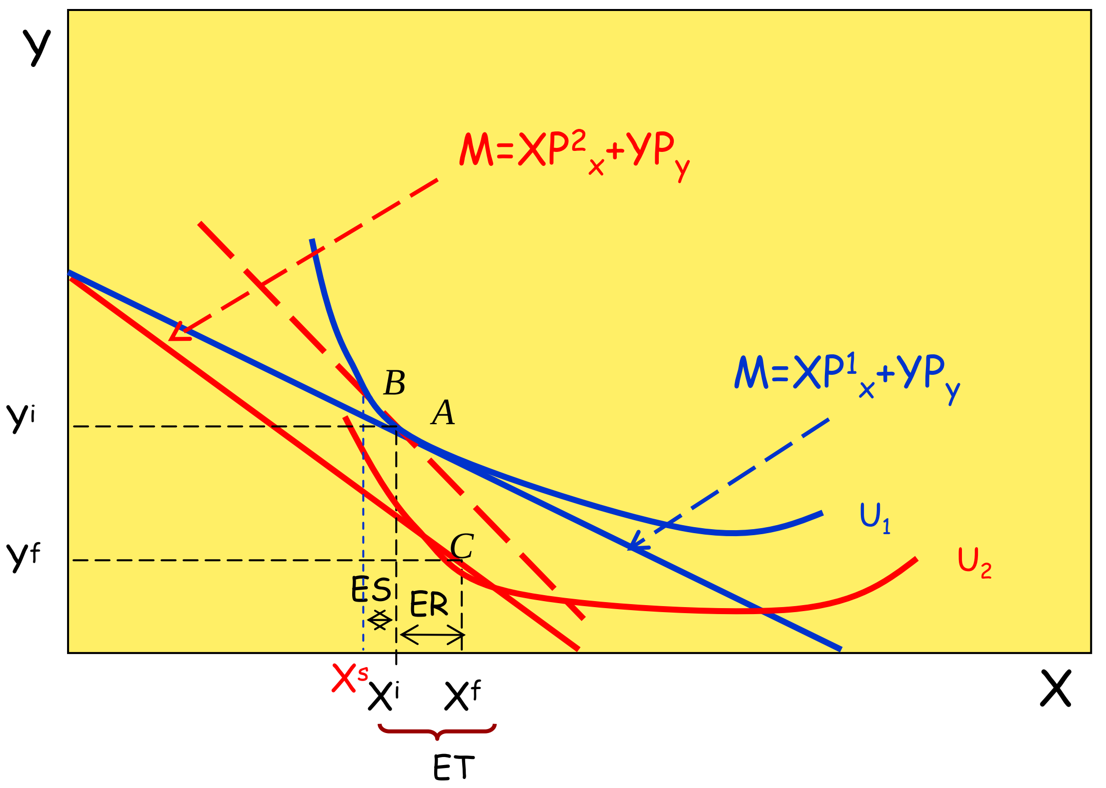


Cuando el precio de X sube de P^1_x a P^2_x, la elección maximizadora de la utilidad se desplaza de X^i, Y^i a X^f, Y^f. Este desplazamiento se divide en dos efectos diferentes: El <u>primero</u> es un movimiento a lo largo de la curva de indiferencia en el que la RMS se iguala a la nueva relación de precios llamado efecto sustitución y el <u>segundo</u>, el efecto renta, implica un desplazamiento a un nivel de utilidad menor ($U_1 \rightarrow U_2$) ya que la renta real ha disminuido

La paradoja de Giffen

- Si el efecto renta de la variación del precio es de una magnitud mayor al efecto renta la variación de la cantidad demandada podría ir en el mismo sentido.
- Rober Giffen (XIX) observó esta paradoja en Irlanda. Dicen que cuando aumento el precio de la patata la población aumento el consumo.
- Esto puede explicarse si las papas no sólo eran un bien inferior, sino que también representaba una parte importante de la renta de la población.
- Esta posibilidad de que una subida de los precios de un bien provoque un aumento de la cantidad demandada recibe el nombre de <u>paradoja de Giffen</u>

Bien Giffen

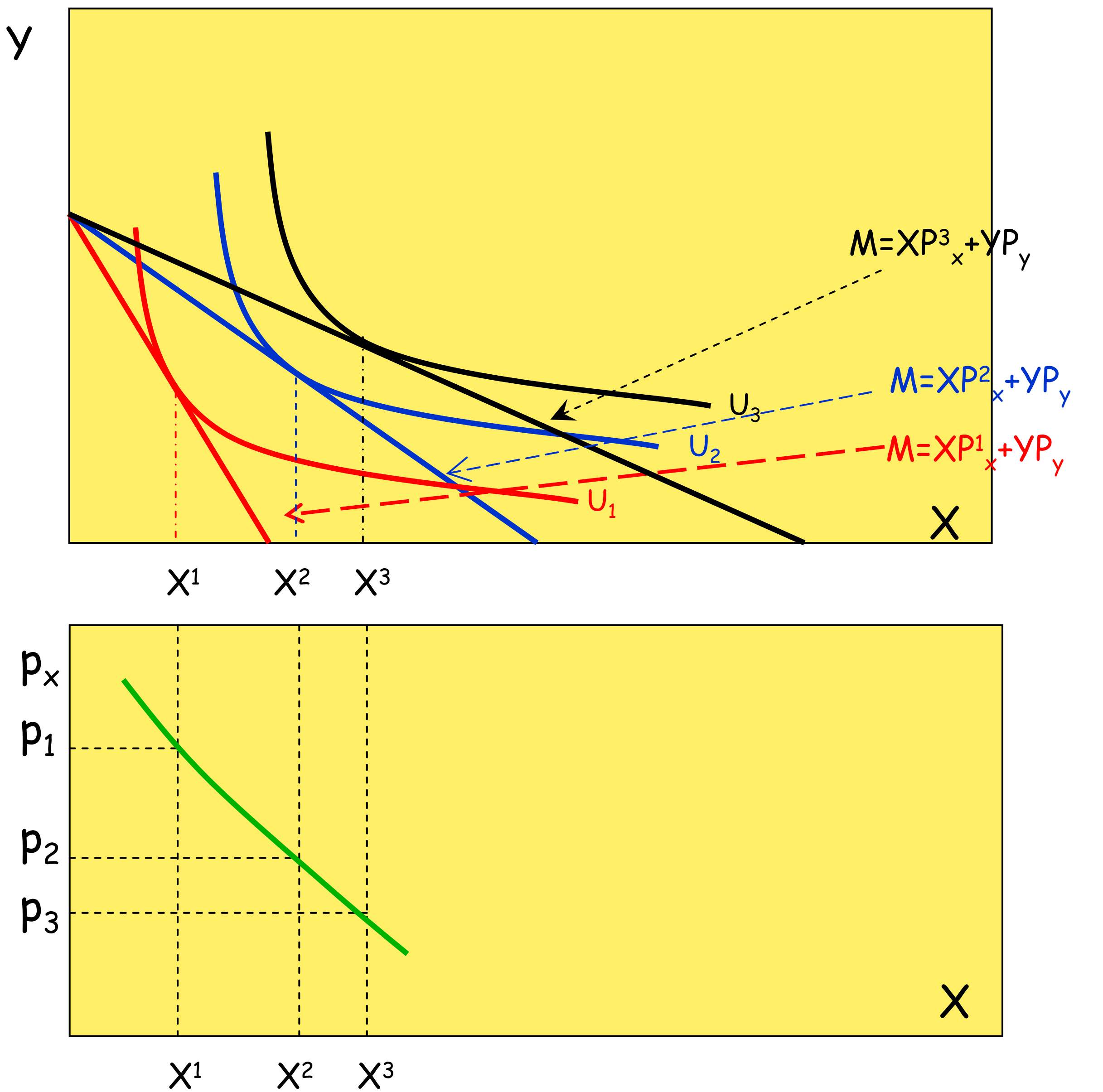


El efecto total de una subida del precio de X es un aumento de la cantidad demandada de X, debido al que el efecto renta positivo por el hecho de que el bien X es un bien inferior es mayor que el efecto sustitución negativo, el desplazamiento de (X^i, Y^i) a (X^f, Y^f) de A a C.

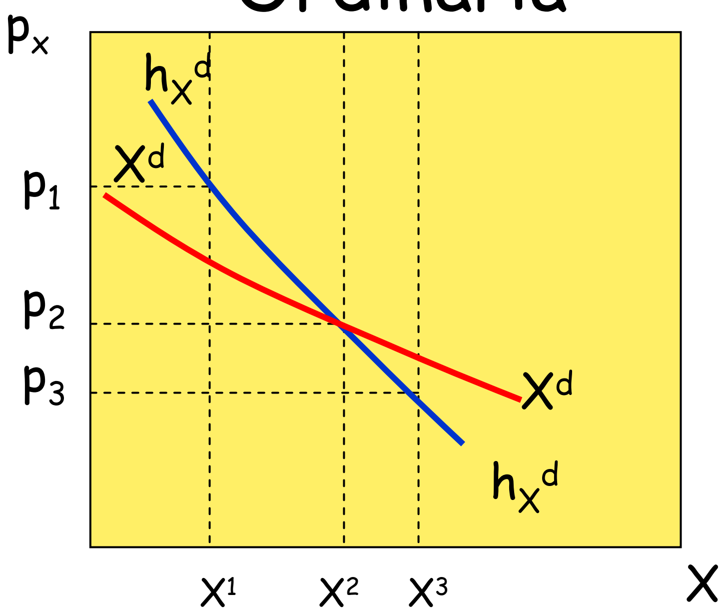
Principio de optimización

- La hipótesis de maximización de la utilidad sugiere que cuando los bienes son normales. El descenso en el precio de un bien normal provoca un aumento de la cantidad comprada debido a:
  1. El efecto sustitución hace que se compre una cantidad mayor a medida que se mueve a lo largo de la curva de indiferencia.
  2. El efecto renta hace que se compre una cantidad mayor, ya que el descenso del precio ha aumentado el poder adquisitivo del individuo, permitiendo así que se desplace a una curva de indiferencia mayor.
- Un aumento del precio de un bien normal conduce a un consumo menor

Curva de demanda individual



Comparación Demanda Compensada y Ordinaria



Las curvas de demanda compensada h_x y ordinaria X^d se cortan en P_2 y X^2. Cuando los precios son superiores a P_2, la renta del consumidor aumenta con la curva de la demanda compensada, por lo que se demanda una mayor cantidad de x que con la curva ordinaria. Cuando los precios son inferiores la renta se reduce con la demanda compensada, por lo que se demanda una menor cantidad que con la curva ordinaria. La curva X^d es más plana porque incorpora tanto el ES como el ER y la curva h^x sólo incorpora el efecto sustitución

Análisis de las Variaciones del Precio

- Analizaremos el efecto de un cambio en la cantidad debido a un cambio en el precio ($\partial X/\partial p_x$).
- Utilizaremos primero un enfoque indirecto y en otra sesión veremos el enfoque directo.
- Supondremos que solo hay dos bienes X e Y y utilizaremos en especial la función de demanda compensada (hx(p,U))y la función de gasto (G(p,U))

Enfoque indirecto 1

El gasto mínimo necesario para obtener un determinado nivel de utilidad la escribimos como

$$G\left(p_x, p_y, U\right)$$

Por definición tenemos que por identidades de dualidad

$$X^* \equiv h_x\left(p_x, p_y, U\right) \equiv x^d\left(p_x, p_y, G\left(p_x, p_y, U\right)\right)$$

La cantidad demandada óptima es idéntica en el caso de la función de demanda compensada como en la función de demanda ordinaria cuando la renta es exactamente la necesaria para alcanzar un nivel de utilidad dada

Enfoque indirecto 2

Diferenciando la ecuación respecto al precio

$$X^{*} \equiv h_x\left(p_x, p_y, U\right) \equiv x^{d}\left(p_x, p_y, G\left(p_x, p_y, U\right)\right)$$

por lo tanto:

$$\frac{\partial h_x\left(p_x, p_y, U\right)}{\partial p_x} \equiv \frac{\partial x^{d}\left(p_x, p_y, G\left(p_x, p_y, U\right)\right)}{\partial p_x} = \frac{\partial x^{d}}{\partial p_x} + \left(\frac{\partial x^{d}}{\partial G}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial p_x}\right)$$

Reordenando los términos tenemos:

$$\frac{\partial x^{d}}{\partial p_x} \equiv \frac{\partial h_x\left(p_x, p_y, U\right)}{\partial p_x} - \left(\frac{\partial x^{d}}{\partial G}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial p_x}\right)$$

Enfoque indirecto 3

La derivada tiene dos términos, el primer termino es la pendiente de la curva de demanda compensada y mide el efecto sustitución que se deriva de una variación de precio

$$\frac{\partial x^d}{\partial p_x} \equiv \frac{\partial h_x\left(p_x, p_y, U\right)}{\partial p_x} - \left(\frac{\partial x^d}{\partial G}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial p_x}\right)$$

El segundo término muestra como afectan las variaciones de p_x a la demanda de X a través de las variaciones en los niveles necesarios de gasto, es decir, de las variaciones del poder adquisitivo. Este termino refleja el efecto renta. El signo negativo muestra que un aumento de px aumenta el nivel de gasto necesario para alcanzar un nivel dado de utilidad [$(\partial G/\partial P_x)>0$]. Pero como la renta nominal se mantiene constante, no es posible realizar estos gastos adicionales, por lo que debe reducirse X para hacer frente al hecho y el grado de reducción viene dada por $(\partial X^d/\partial G)$

Enfoque indirecto 4

Eugene Slutsky (fines XIX, economista ruso) descubrió esta relación que lleva su nombre; ahora se realizará una ligera modificación para expresar la ecuación.

Expresemos el efecto sustitución como el desplazamiento a lo largo de la curva de indiferencia como:

$$ES \equiv \frac{\partial h_x}{\partial p_x} \equiv \left.\frac{\partial X}{\partial p_x}\right|_{\overline{U}}$$

En el caso del efecto renta se puede expresar como

$$ER \equiv -\left(\frac{\partial x^d}{\partial G}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial p_x}\right) \equiv -\left(\frac{\partial x}{\partial M}\right)\left(\frac{\partial G}{\partial p_x}\right) \equiv -\left(\frac{\partial x}{\partial M}\right)X$$

Enfoque indirecto 5

Combinando las dos ecuaciones se tiene la ecuación de Slutsky

$$\frac{\partial x^{d}}{\partial p_{x}} \equiv ES + ER \equiv \left.\frac{\partial X}{\partial p_{x}}\right|_{\overline{U}} - X\,\frac{\partial x}{\partial M}$$

El efecto sustitución siempre es negativo en la medida que la RMS sea decreciente. Un aumento (descenso) del precio de X aumenta (disminuye) la relación p_x/p_y, y la maximización de la utilidad exige que la RMS también aumente (caiga). Pero eso solo puede ocurrir a lo largo de la curva de indiferencia.

Por lo tanto el efecto sustitución, X disminuye al aumentar el precio o aumenta si este cae. Es decir la pendiente de la curva de demanda compensada es negativa

Enfoque indirecto 5

El signo del efecto renta [-X(∂x/∂M)] depende del signo de (∂x/∂M). Si X es un bien normal esta relación es positiva y todo el efecto renta, al igual que el efecto sustitución, es negativo.

Si X es un bien inferior el efecto renta es negativo (∂x/∂M)‹ 0, y el efecto total dependerá de la suma de los dos efectos y de cual predomine

$$\frac{\partial x^d}{\partial p_x} \equiv ET \equiv ES + ER \equiv \left.\frac{\partial X}{\partial p_x}\right|_{\overline{U}} - X\,\frac{\partial x}{\partial M}$$

Una subida de p_x reduce la renta real y las compras de X disminuyen. Una disminución de p_x aumenta la renta real y las compras de X aumentan, por tanto el efecto renta y el efecto sustitución conjuntamente dan la pendiente negativa a la función de demanda.

Variaciones de Precio y Renta

Microeconomía

Douglas Ramírez