



Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias Económicas y Sociales
Escuela de Estadística
Procesos Estocásticos
Sección 01
Prof. Douglas Rivas

Examen 2
22/02/2016

1. Dado un experimento con dos posibles valores ω_1, ω_2 cuyas respectivas probabilidades son p y q , definimos el proceso estocástico X_t cuyas realizaciones son $X_t(\omega_1) = \cos(\pi t)$ y $X_t(\omega_2) = t$. Hallar la Función de distribución del proceso en $t = 1/3$.
2. A partir de los procesos estocásticos X y Y , incorrelacionados y de media cero, con funciones de autocorrelación $R_X(t_1, t_2)$ y $R_Y(t_1, t_2)$ respectivamente. Formamos el proceso $Z_t = X_t + tY_t$. Hallar la función de autocorrelación.
3. A partir de una variable aleatoria A con distribución exponencial de parámetro λ , se define el proceso estocástico $X_t = Ae^{-At}$. Hallar la media del proceso estocástico.
4. Dada la variable aleatoria $T \sim U(0, 2)$ se define el proceso $X_t = \begin{cases} t/T, & 0 \leq t \leq T; \\ 0, & \text{otro caso.} \end{cases}$. Hallar la media de X_t
5. Consideremos el proceso estocástico $X_t = A \cos(2t) + B \sin(2t)$ donde A y B son variables aleatorias incorrelacionadas, ambas con media 0 y varianza σ^2 pero con diferente distribución.
 - a) ¿Qué variables aleatorias son X_0 y $X_{\pi/4}$? Sabiendo que un proceso estocástico es estacionario en sentido estricto si cualesquiera dos variables aleatoria tienen la misma distribución. ¿Es X_t estacionario en sentido estricto?
 - b) Calcule $E(X_t)$
 - c) Calcule $R_X(t, t + \tau)$. ¿Es X_t estacionario débil.
6. Sea $X_t, t > 0$ un proceso estocástico estacionario con media cero y función de autocorrelación $R_X(t, t + \tau) = e^{-|\tau|}$ y sea B una variable aleatoria normal con media cero y varianza σ^2 e independiente del proceso X_t . Sea $Y_t = aX_t + Bt, t > 0, a$ constante, $a \neq 0$. Hallar $E(Y_t)$ y $R_Y(t, t + \tau)$. ¿Es Y_t estacionario débil?