Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias Económicas y Sociales
Escuela de Estadística
Procesos Estocásticos
Sección 01
Prof. Douglas Rivas

Examen 3

20/04/2016

1. En una población de 10,000 habitantes, 5000 no fuman, 2500 fuman uno o menos de un paquete diario y 2500 fuman más de un paquete diario. En un mes hay un 5 % de probabilidad de que un no fumador comience a fumar un paquete diario, o menos, y un 2 % de que un no fumador pase a fumar más de un paquete diario. Para los que fuman un paquete, o menos, hay un 10 % de probabilidad de que dejen el tabaco, y un 10 % de que pasen a fumar más de un paquete diario. Entre los que fuman más de un paquete, hay un 5 % de probabilidad de que dejen el tabaco y un 10 % de que pasen a fumar un paquete, o menos. Determine la matriz de transición de estados y represente gráficamente la cadena de Markov. ***(4ptos.)***

2. Defina cadena de Markov y demuestre que si $\mathbf{P}$ es una matriz de transición de estados de un paso y $\mathbf{P}^{(n)}$ es una matriz de transición de n pasos entonces $\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^n$ ***(4ptos.)***

3. Suponga las elecciones que se efectúan en cierto país cada seis años. Se ha observado en el estado CHIPIERDO que un electorado que es liberal (vota liberal) puede votar por los conservadores en una elección si y sólo si en la elección anterior se abstuvo de votar (mayoría silenciosa); igual cosa sucede con los conservadores. Suponga E_1 si el elector vota liberal, E_2 si vota conservador y E_3 si se abstiene. La experiencia en CHIPIERDO muestra que un liberal se abstendrá la mitad del tiempo en las próximas elecciones, un conservador se abstendrá la cuarta parte del tiempo y un abstencionista de las elecciones pasadas tiene probabilidad de votar igual por cualquier partido o abstenerse en las próximas elecciones.

   a) Elabore la matriz de transición correspondiente. ***(2ptos.)***

   b) Encuentre la probabilidad de que una persona que vota liberal ahora, se abstenga dentro de 2 elecciones. ***(2ptos.)***

   c) En una elección dada, la mitad de la población vota liberal, la cuarta parte conservador y el resto se abstiene. ¿Qué proporciones se pueden esperar en las próximas elecciones? ***(4ptos.)***

4. Una cadena de Markov $X_0, X_1, ...$ sobre los estados $0, 1, 2$ tiene la matriz de transición

$$\mathbf{P} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}7 \\ 0{,}9 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}8 & 0{,}1 \end{pmatrix} \end{array}$$

   y distribución inicial $p_0 = P(X_0 = 0) = 0{,}3, p_1 = P(X_0 = 1) = 0{,}4$ y $p_2 = P(X_0 = 2) = 0{,}3$. Determine $P(X_0 = 0, X_1 = 1, X_2 = 2)$, $P(X_3 = 1/X_1 = 0)$ y $P(X_3 = 1/X_0 = 0)$ ***(2ptos. c/u)***