



Tema 5. Distribución Normal

Conceptos claves: Para un mejor desarrollo y claridad en los ejercicios se recomienda que el estudiante debe tener claro lo siguiente:

- Características de un experimento normal.
- Uso de la tabla.
- Tener clara la diferencia entre desviación estándar y varianza.

Además se recomienda:

- Leer las notas de clase.
- Leer el material de clase entregado por el profesor.
- Resolver nuevamente los ejercicios resueltos en clase y los del material entregados por el profesor.
- Tomar en cuenta la bibliografía recomendada al final de la guía.

1. Sea Z una variable aleatoria normal estándar, calcule las siguientes probabilidades

- a) $P(0 \leq Z \leq 2)$
- b) $P(-1 \leq Z \leq 1)$
- c) $P(Z \leq 1,65)$
- d) $P(Z \geq 1,96)$
- e) $P(|Z| > 1,5)$
- f) $P(-1,9 \leq Z \leq 2)$
- g) $P(Z \leq 1,37)$
- h) $P(|Z| \leq 2,57)$

Respuesta: (a) 0.4772; (b) 0.6826; (c) 0.9505 (d) 0.025 (e) 0.1336 (f) 0.9485 (g) 0.9147 (h) 0.9898

2. Determine el área situada bajo la curva normal estándar que se encuentra:

- a) entre $z = 0$ y $z = 0,65$
- b) a la izquierda de $z = 2,74$
- c) a la derecha de $z = -1,65$
- d) a la derecha de $z = 1,59$
- e) a la izquierda de $z = -1,65$

Respuesta: (a) 0.2422; (b) 0.9969; (c) 0.9505 (d) 0.0559 (e) 0.0495

3. Encuentre el valor de z si la probabilidad de que una variable aleatoria con distribución normal estándar tome un valor:

- a) menor que z es 0.9911,

- b) mayor que z es de 0.1093,
- c) mayor que z es de 0.6443
- d) menor que z es de 0.0217
- e) entre $-z$ y z es de 0.9298

Respuesta: (a) 2.37; (b) 1.23; (c) -0.37 (d) -2.02 (e) 1.81

4. Un fabricante de resistencias sabe por experiencias que el valor de las resistencias que produce es normal con media de 100 ohm y desviación estándar de 2 ohm.

- a) ¿Qué porcentaje de resistencias tendrán valor entre 98 y 102 ohm?
- b) ¿Qué porcentaje entre 95 y 105 ohm?

Respuesta: (a) 68.26 %; (b) 98.76 %;

5. Supóngase que el contenido de azúcar por cada naranja se distribuye normalmente con media 0.5 y desviación de 0.05. ¿Cuál es la probabilidad de que una naranja seleccionada aleatoriamente tenga un contenido de azúcar entre 0.54 y 0.61?.

Respuesta: 0.1980;

6. Las arandelas de metal maquinadas por una máquina automática tiene un diámetro distribuido normalmente, con una media de 0.373 pulgadas y una desviación estándar de 0.002 pulgadas. Las especificaciones exigen que los diámetros sean de 0.371 a 0.379 pulgadas. Indicar el porcentaje de la producción que resulta defectuosa.

Respuesta: 16 %

7. El tiempo de servicio de una cierta marca de llantas de automóviles sigue una distribución normal con una media y una desviación estándar de 32 mil y 1000 kilómetros, respectivamente. Indicar el porcentaje de llantas vendidas que se requiere reemplazar si esta marca de llantas es garantizada por 30 mil kilómetros.

Respuesta: 2.28 %

8. El gerente de una compañía financiera sabe por experiencia que el número de solicitudes de préstamo que se reciben en su oficina durante una semana es una variable aleatoria con distribución $N(66,4; 10,9^2)$. ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana la oficina reciba:

- a) más de 75 solicitudes?
- b) menos de 75 solicitudes?
- c) entre 65 y 75 solicitudes?

Respuesta: (a) 0.2148; (b) 0.7852 (c) 0.3369;

9. La cantidad semanal que una compañía gasta en mantenimientos tiene una distribución normal con media 400 y varianza de 400. Si el presupuesto para cubrir los gastos de reparación para la semana siguiente es de 450 dólares:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los costos reales sean mayores que la cantidad presupuestada?
- b) ¿De cuánto debe ser el presupuesto semanal para mantenimiento y reparaciones para que tan sólo se rebase con una probabilidad de 0.1?.

Respuesta: (a) 0.0062; (b) 425.7;

10. Las ausencias por enfermedad de los empleados de una empresa en un mes tiene una distribución normal con media 200 y desviación estandar de 20.
- a) Calcular la probabilidad de que el mes próximo el ausentismo total por enfermedad sea menor que 150 horas
 - b) Para planear el programa del próximo mes, ¿cuánto tiempo debe suponer darse al ausentismo por enfermedad, si aquella cantidad sólo se debe superar con una probabilidad de tan sólo 0.10?

Respuesta: (a) 0.0062; (b) 225.7;

11. Supóngase que el tiempo promedio de la estancia de los pacientes en cierto hospital es de 10 días y la desviación estándar es de 2 días. Considérese que tales duraciones se distribuyen normalmente.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente paciente que se reciba permanezca más de nueve días?
 - b) Si el día de hoy se admitieron más de 100 pacientes, ¿cuántos continuarán en el hospital dentro de dos semanas?

Respuesta: (a) 0.6915; (b) 2.28;

12. Una compañía paga a sus empleados un salario promedio de 9.25 dólares por hora con una desviación estándar de 60 centavos. Si los salarios están distribuidos casi en forma normal y los montos se cierran en centavos:
- a) ¿Qué porcentaje de los trabajadores recibe salarios entre 8.75 y 9.69 dólares por hora?
 - b) ¿el 5 % más alto de los salarios por hora de empleado es mayor a que cantidad?

Respuesta: (a) 56.99 %; (b) 10.23 %;

13. El diámetro interior de un anillo de pistón se distribuye normalmente con media de 12 cm y desviación estándar de 0.02 cm.
- a) ¿Qué fracción de los anillos de pistón tendrá diámetros que excederá de 12.05 cm?
 - b) ¿Qué valor de diámetro interior tiene una probabilidad de ser excedido de 0.90?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que el diámetro interior se encuentre entre 11.95 y 12.05 cm?

Respuesta: (a) 0.0062; (b) 11.97 (c) 0.9908

14. La compañía Gilbert Machinery ha recibido un gran pedido para producir motores eléctricos para una compañía manufacturera. Con el fin de que ajuste en su soporte, el rotor debe tener un diámetro de $5,1 \pm 0,05$ (pulgadas). El encargado de compras de la compañía se da cuenta de que hay en existencia una gran cantidad de varillas de acero con un diámetro medio de 5,07 pulgadas, con una desviación estándar de 0,07. ¿Cual es la probabilidad de que una varilla de acero del inventario existente se ajuste al soporte?
15. Suponga que el ingreso de las personas de una gran comunidad se puede aproximar razonablemente mediante una distribución normal que tiene una media de Bs.4500000 y una desviación estándar de Bs.1500000.
- a) ¿Qué porcentaje de personas de esa comunidad tendrá ingresos superiores a Bs.7500000?

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar de la comunidad en estudio tenga un ingreso comprendido entre Bs.4000000 y Bs.6000000?
 - c) Encuentre el valor del ingreso por encima del cual se encuentra el 5 % de los ingresos más altos de esa comunidad.
- 16. El peso medio de 500 estudiantes varones de cierta universidad es de 151 libras, y la desviación típica es de 15 libras (lb). Suponiendo que los pesos están normalmente distribuidos, Hallar:
 - a) La probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar pese entre 120 lb y 155 lb.
 - b) La probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar pese menos de 151 lb.
 - c) El peso tal que por debajo de el se encuentra el 10 % de los pesos de los estudiantes que son más delgados.
- 17. Suponga que la temperatura durante Enero está distribuida normalmente con media 20° y desviación estándar 3° . Hallar:
 - a) La probabilidad de que la temperatura esté entre 21° y 26°
 - b) La probabilidad de que la temperatura sea mayor a 23°
 - c) Hallar el valor de temperatura tal que el 95
- 18. (Anderson. et al. 2008) El precio promedio de las acciones que pertenecen a S&P500 es de 30\$ y la desviación estándar es de 8,20\$ (Bussines Wee, Special Annual Issue, primavera 2013). Suponga que los precios de las acciones están distribuidos normalmente.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que el precio de las acciones de una empresa sea de por lo menos 40\$?
 - b) ¿De que el precio de las acciones sea mayor a 20\$?
 - c) ¿De cuantos deben ser los precios de las acciones de una empresa para que este entre las 10 % mejores?
- 19. Un servicio de entrega de pizzas a domicilio, reparte en una residencia de estudiantes. Los tiempos de entrega siguen una distribución normal con media veinte minutos y desviación típica cuatro minutos.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que se tarde entre 15 y 25 minutos en entregar una pizza?
 - b) La pizza es obsequiada si no se entrega en menos de treinta minutos, ¿cuál es la probabilidad de comerse una pizza gratis cuando se hace un pedido?
 - c) Encuentre el tiempo por arriba del cual se encuentra el 5 % de las entregas más lentas.
- 20. (Anderson. et al. 2008) En enero del 2003 un empleado estadounidense pasaba, en promedio 77 horas conectado a internet durante las horas de trabajo (CNBC, 15 de marzo de 2003). Suponga que la media poblacional es de 77 horas, tiempos que están distribuidos normalmente y que la desviación estándar es de 20 horas.
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que en el año 20003 un empleado seleccionado aleatoriamente haya pasado menos de 50 horas conectado en internet?
 - b) ¿Qué porcentaje de los empleados paso en 2003 más de 100 horas conectado a internet?
 - c) Un usuario es clasificado como intensivo si se encuentra en el 20 % superior de uso. ¿Cuántas horas tiene un empleado que estar conectado a internet para ser clasificado como un usuario de uso intensivo?

21. (Anderson. et al. 2008) La tasa de remuneración media por hora para administrativos financieros en una determinada región es de 32,62\$ y la desviación estándar es de 2,32\$ (Bureauul Labour Statistic, Septembert de 2005) suponga que esta tase de remuneración esta distribuida normalmente.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un directivo financiero tenga una remuneración entre 30\$ y 35\$ por hora?
 - b) ¿Qué tan alta debe ser la remuneración por hora para que un directivo financiero tenga un pago 10 %?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que la remuneración de un directivo financiero sea menos de 28\$ por hora?

Bibliografía Recomendada:

- Anderson D., Sweeney D. & Williams T. (2008) Estadística para administración y economía. México D.F. Cengage Learning Editores, S.A. Décima edición.
- Berenson, M. Levine, D. Krehbiel, T. Estadística Básica en Administración. Sexta Edición. México. 1996.
- Canavos, G. (1988). Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y Métodos. (E. Urbina, Trad.). México: MacGraw-Hill. (Trabajo original publicado en 1984).
- Levin R. & Rubin D. (1996). Estadística para Administradores. Estado de México. Prentice - Hall Hispanoamericana S. A. Sexta edición.
- López R. (2006). Cálculo de Probabilidades e Inferencia Estadística con tópicos en Econometría. Caracas: Publicaciones UCAB. Cuarta edición.
- Montgomery, D. (2003) Applied Statistics and Probability for Engineers. United States of America. New York. 3rd Edition. John Wiley & Sons, Inc.
- Murray R. (1970) Estadística, Teoría y 875 problemas resueltos. Estado de México. Libros Mc Graw Hill S. A. Primera Edición.
- Ross, Sheldon. Introducción a la Estadística. Reverte. Segunda edición. España. 2005.