Introducción

Hasta el momento...

- Inferencias con respecto a un parámetro poblacional.
- Inferencias con respecto a la comparación de un parámetro entre dos poblaciones.

Distribuciones usadas

- Medias: Normal y la t-student.
- Varianza: Chi cuadrado.
- Comparación entre dos medias: Normal y la t-student.
- Comparación entre dos varianzas: F de Snedecor.

Introducción

Hasta el momento...

- Inferencias con respecto a un parámetro poblacional,
- Inferencias con respecto a la comparación de un parámetro entre dos poblaciones,

Distribuciones usadas

- Media: Normal y la t-student,
- Varianza: Chi-cuadrado,
- Comparación entre dos medias: Normal y la t-student,
- Comparación entre dos varianzas: F de Snedecor

Introducción

Hasta el momento...

- Inferencias con respecto a un parámetro poblacional,
- Inferencias con respecto a la comparación de un parámetro entre dos poblaciones,

Distribuciones usadas

- Media: Normal y la t-student,
- Varianza: Chi-cuadrado,
- Comparación entre dos medias: Normal y la t-student
- Comparación entre dos varianzas: F de Snedecor

Introducción

Hasta el momento...

- Inferencias con respecto a un parámetro poblacional,
- Inferencias con respecto a la comparación de un parámetro entre dos poblaciones,

Distribuciones usadas

- **Media:** Normal y la t-student,
- **Varianza:** Chi-cuadrado,
- Comparación entre dos medias: Normal y la t-student
- Comparación entre dos varianzas: F de Snedecor

Introducción

Hasta el momento...

- Inferencias con respecto a un parámetro poblacional,
- Inferencias con respecto a la comparación de un parámetro entre dos poblaciones,

Distribuciones usadas

- **Media:** Normal y la t-student,
- **Varianza:** Chi-cuadrado,
- **Comparación entre dos medias:** Normal y la t-student ,
- **Comparación entre dos varianzas:** F de Snedecor

Introducción

Hasta el momento...

- Inferencias con respecto a un parámetro poblacional,
- Inferencias con respecto a la comparación de un parámetro entre dos poblaciones,

Distribuciones usadas

- **Media:** Normal y la t-student,
- **Varianza:** Chi-cuadrado,
- **Comparación entre dos medias:** Normal y la t-student ,
- **Comparación entre dos varianzas:** F de Snedecor

Introducción

Hasta el momento...

- Inferencias con respecto a un parámetro poblacional,
- Inferencias con respecto a la comparación de un parámetro entre dos poblaciones,

Distribuciones usadas

- **Media:** Normal y la t-student,
- **Varianza:** Chi-cuadrado,
- **Comparación entre dos medias:** Normal y la t-student ,
- **Comparación entre dos varianzas:** F de Snedecor

Introducción

Hasta el momento...

- Inferencias con respecto a un parámetro poblacional,
- Inferencias con respecto a la comparación de un parámetro entre dos poblaciones,

Distribuciones usadas

- **Media:** Normal y la t-student,
- **Varianza:** Chi-cuadrado,
- **Comparación entre dos medias:** Normal y la t-student ,
- **Comparación entre dos varianzas:** F de Snedecor

Introducción

¿Qué hacer cuando hay más de 2 poblaciones?

Comparaciones por parejas.

¿Por qué es inadecuado?

- El procedimiento es muy largo.
- No se puede generalizar para todas las medias.
- Existe alta probabilidad de cometer el error tipo I.

Introducción

¿Qué hacer cuando hay más de 2 poblaciones?

Comparaciones por parejas.

¿Por qué es inadecuado?

- El procedimiento es muy largo,
- No se puede generalizar para todas las medias,
- Existe alta probabilidad de cometer el error tipo I.

Introducción

¿Qué hacer cuando hay más de 2 poblaciones?

Comparaciones por parejas.

¿Por qué es inadecuado?

- El procedimiento es muy largo,
- No se puede generalizar para todas las medias,
- Existe alta probabilidad de cometer el error tipo I,

Introducción

¿Qué hacer cuando hay más de 2 poblaciones?

Comparaciones por parejas.

¿Por qué es inadecuado?

- El procedimiento es muy largo,
- No se puede generalizar para todas las medias,
- Existe alta probabilidad de cometer el error tipo I,

Introducción

¿Qué hacer cuando hay más de 2 poblaciones?

Comparaciones por parejas.

¿Por qué es inadecuado?

- El procedimiento es muy largo,
- No se puede generalizar para todas las medias,
- Existe alta probabilidad de cometer el error tipo I,

¿Qué es el Análisis de Varianza?

Definición

Es una técnica estadística que divide la variabilidad total observada de una variable en porciones atribuibles a distintos factores que se piensan influyen sobre dicha respuesta.

¿Qué es el Análisis de Varianza?

Definición

Es una técnica estadística que divide la variabilidad total observada de una variable en porciones atribuibles a distintos factores que se piensan influyen sobre dicha respuesta.

Ejemplos

Ejemplo 1

Se desea estudiar el efecto que puedan tener 5 tipos de dietas en los tiempo de coagulación de la sangre extraída de 24 animales. El análisis de varianza supone que cualquier variación que existe entre los promedios del tiempo de coagulación de la sangre se atribuye a:

- Variación de los tiempos de coagulación dentro de las dietas.
- Variación debido a las dietas, esto es, debido a la composición de cada dieta.

En este caso, el análisis de varianza busca identificar cuanto de la variación del tiempo de coagulación de la sangre se debe a la dieta y cuánto a otros elementos no tomados en cuenta

Ejemplos

Ejemplo 1

Se desea estudiar el efecto que puedan tener 5 tipos de dietas en los tiempo de coagulación de la sangre extraída de 24 animales. El análisis de varianza supone que cualquier variación que existe entre los promedios del tiempo de coagulación de la sangre se atribuye a:

1. Variación de los tiempos de coagulación dentro de las dietas.
2. Variación debido a las dietas; esto es, debido a la composición de cada dieta.

En este caso, el análisis de varianza busca identificar cuanto de la variación del tiempo de coagulación de la sangre se debe a la dieta y cuánto a otros elementos no tomados en cuenta

Ejemplos

Ejemplo 1

Se desea estudiar el efecto que puedan tener 5 tipos de dietas en los tiempo de coagulación de la sangre extraída de 24 animales. El análisis de varianza supone que cualquier variación que existe entre los promedios del tiempo de coagulación de la sangre se atribuye a:

1. Variación de los tiempos de coagulación dentro de las dietas.
2. Variación debido a las dietas, esto es, debido a la composición de cada dieta.

En este caso, el análisis de varianza busca identificar cuanto de la variación del tiempo de coagulación de la sangre se debe a la dieta y cuánto a otros elementos no tomados en cuenta

Ejemplos

Ejemplo 1

Se desea estudiar el efecto que puedan tener 5 tipos de dietas en los tiempo de coagulación de la sangre extraída de 24 animales. El análisis de varianza supone que cualquier variación que existe entre los promedios del tiempo de coagulación de la sangre se atribuye a:

1. Variación de los tiempos de coagulación dentro de las dietas.
2. Variación debido a las dietas, esto es, debido a la composición de cada dieta.

En este caso, el análisis de varianza busca identificar cuanto de la variación del tiempo de coagulación de la sangre se debe a la dieta y cuánto a otros elementos no tomados en cuenta

Ejemplos

Ejemplo 1

Se desea estudiar el efecto que puedan tener 5 tipos de dietas en los tiempo de coagulación de la sangre extraída de 24 animales. El análisis de varianza supone que cualquier variación que existe entre los promedios del tiempo de coagulación de la sangre se atribuye a:

1. Variación de los tiempos de coagulación dentro de las dietas.
2. Variación debido a las dietas, esto es, debido a la composición de cada dieta.

En este caso, el análisis de varianza busca identificar cuanto de la variación del tiempo de coagulación de la sangre se debe a la dieta y cuánto a otros elementos no tomados en cuenta

Ejemplos

Ejemplo 1

Se desea estudiar el efecto que puedan tener 5 tipos de dietas en los tiempo de coagulación de la sangre extraída de 24 animales. El análisis de varianza supone que cualquier variación que existe entre los promedios del tiempo de coagulación de la sangre se atribuye a:

1. Variación de los tiempos de coagulación dentro de las dietas.
2. Variación debido a las dietas, esto es, debido a la composición de cada dieta.

En este caso, el análisis de varianza busca identificar cuanto de la variación del tiempo de coagulación de la sangre se debe a la dieta y cuánto a otros elementos no tomados en cuenta

Ejemplos

Ejemplo 2

Se desea conocer la efectividad que tienen cuatro metodologías para la enseñanza de la estadística en cierta universidad. Para ello se aplicaron las cuatro metodologías sobre un grupo de estudiantes pertenecientes a dicha universidad y se registro la nota final obtenida por cada alumno al final del semestre. En este caso la variabilidad de la nota entre los alumnos se puede explicar por:

- La variabilidad aportada por las distintas metodologías y
- la variabilidad aportada por los estudiantes

Ejemplos

Ejemplo 2

Se desea conocer la efectividad que tienen cuatro metodologías para la enseñanza de la estadística en cierta universidad. Para ello se aplicaron las cuatro metodologías sobre un grupo de estudiantes pertenecientes a dicha universidad y se registro la nota final obtenida por cada alumno al final del semestre. En este caso la variabilidad de la nota entre los alumnos se puede explicar por:

1. La variabilidad aportada por las distintas metodologías y
2. la variabilidad aportada por los estudiantes

Ejemplos

Ejemplo 2

Se desea conocer la efectividad que tienen cuatro metodologías para la enseñanza de la estadística en cierta universidad. Para ello se aplicaron las cuatro metodologías sobre un grupo de estudiantes pertenecientes a dicha universidad y se registro la nota final obtenida por cada alumno al final del semestre. En este caso la variabilidad de la nota entre los alumnos se puede explicar por:

1. La variabilidad aportada por las distintas metodologías y
2. la variabilidad aportada por los estudiantes

Ejemplos

Ejemplo 2

Se desea conocer la efectividad que tienen cuatro metodologías para la enseñanza de la estadística en cierta universidad. Para ello se aplicaron las cuatro metodologías sobre un grupo de estudiantes pertenecientes a dicha universidad y se registro la nota final obtenida por cada alumno al final del semestre. En este caso la variabilidad de la nota entre los alumnos se puede explicar por:

1. La variabilidad aportada por las distintas metodologías y
2. la variabilidad aportada por los estudiantes

Ejemplos

Ejemplo 3

Se desea estudiar la variabilidad que presenta una colección de calificaciones que provienen de tres asignaturas en cuatro cursos distintos a lo largo de los últimos anos, la varianza total se puede descomponer en cuatro sumandos:

- Variación debido a las asignaturas,
- variación debido a los cursos,
- variación debido a los años y
- variación aportada por los alumnos.

Ejemplos

Ejemplo 3

Se desea estudiar la variabilidad que presenta una colección de calificaciones que provienen de tres asignaturas en cuatro cursos distintos a lo largo de los últimos anos, la varianza total se puede descomponer en cuatro sumandos:

1. Variación debido a las asignaturas,
2. variación debido a los cursos,
3. variación debido a los años y
4. variación aportada por los alumnos.

Ejemplos

Ejemplo 3

Se desea estudiar la variabilidad que presenta una colección de calificaciones que provienen de tres asignaturas en cuatro cursos distintos a lo largo de los últimos anos, la varianza total se puede descomponer en cuatro sumandos:

1. Variación debido a las asignaturas,
2. variación debido a los cursos,
3. variación debido a los años y
4. variación aportada por los alumnos.

Ejemplos

Ejemplo 3

Se desea estudiar la variabilidad que presenta una colección de calificaciones que provienen de tres asignaturas en cuatro cursos distintos a lo largo de los últimos anos, la varianza total se puede descomponer en cuatro sumandos:

1. Variación debido a las asignaturas,
2. variación debido a los cursos,
3. variación debido a los años y
4. variación aportada por los alumnos.

Ejemplos

Ejemplo 3

Se desea estudiar la variabilidad que presenta una colección de calificaciones que provienen de tres asignaturas en cuatro cursos distintos a lo largo de los últimos anos, la varianza total se puede descomponer en cuatro sumandos:

1. Variación debido a las asignaturas,
2. variación debido a los cursos,
3. variación debido a los años y
4. variación aportada por los alumnos.

Ejemplos

Ejemplo 3

Se desea estudiar la variabilidad que presenta una colección de calificaciones que provienen de tres asignaturas en cuatro cursos distintos a lo largo de los últimos anos, la varianza total se puede descomponer en cuatro sumandos:

1. Variación debido a las asignaturas,
2. variación debido a los cursos,
3. variación debido a los años y
4. variación aportada por los alumnos.

Análisis de Varianza en el diseño de experimentos

Por lo general en una investigación los datos provienen

1. Bases de datos ya existentes,
2. resultados de experimentos que son manipulados por el investigador.

En el segundo caso se dice que el experimento fue diseñado. En este caso el objetivo es reducir la variabilidad de la respuesta.

Por lo general en una investigación los datos provienen

1. Bases de datos ya existentes,
2. resultados de experimentos que son manipulados por el investigador.

En el segundo caso se dice que el experimento fue diseñado. En este caso el objetivo es reducir la variabilidad de la respuesta.

Análisis de Varianza en el diseño de experimentos

Por lo general en una investigación los datos provienen

1. Bases de datos ya existentes,
2. resultados de experimentos que son manipulados por el investigador.

En el segundo caso se dice que el experimento fue diseñado. En este caso el objetivo es reducir la variabilidad de la respuesta.

Por lo general en una investigación los datos provienen

1. Bases de datos ya existentes,
2. resultados de experimentos que son manipulados por el investigador.

En el segundo caso se dice que el experimento fue diseñado. En este caso el objetivo es reducir la variabilidad de la respuesta.

Análisis de Varianza en el diseño de experimentos

Por lo general en una investigación los datos provienen

1. Bases de datos ya existentes,
2. resultados de experimentos que son manipulados por el investigador.

En el segundo caso se dice que el experimento fue diseñado. En este caso el objetivo es reducir la variabilidad de la respuesta.

Conceptos relacionados con el DE

Variable dependiente

Es la variable que nos interesa medir o respuesta que se va estudiar, para determinar el efecto que tiene sobre ella la o las variables independientes.

Variables independientes o factores

Son las variables que pueden influenciar en la variabilidad de la variable respuesta. Estas son controladas completamente por el experimentador.

Nivel del factor

Es un valor de la variable independiente o factor.

Conceptos relacionados con el DE

Variable dependiente

Es la variable que nos interesa medir o respuesta que se va estudiar, para determinar el efecto que tiene sobre ella la o las variables independientes.

Variables independientes o factores

Son las variables que pueden influenciar en la variabilidad de la variable respuesta. Estas son controladas completamente por el experimentador.

Nivel del factor

Es un valor de la variable independiente o factor.

Conceptos relacionados con el DE

Variable dependiente

Es la variable que nos interesa medir o respuesta que se va estudiar, para determinar el efecto que tiene sobre ella la o las variables independientes.

Variables independientes o factores

Son las variables que pueden influenciar en la variabilidad de la variable respuesta. Estas son controladas completamente por el experimentador.

Nivel del factor

Es un valor de la variable independiente o factor.

Conceptos relacionados con el DE

Variable dependiente

Es la variable que nos interesa medir o respuesta que se va estudiar, para determinar el efecto que tiene sobre ella la o las variables independientes.

Variables independientes o factores

Son las variables que pueden influenciar en la variabilidad de la variable respuesta. Estas son controladas completamente por el experimentador.

Nivel del factor

Es un valor de la variable independiente o factor.

Conceptos relacionados con el DE

Tratamiento

Es un nivel o una combinación de dos o más niveles de un factor o factores.

Unidad Experimental

Son los objetos sobre los cuales se aplican los tratamientos para obtener una respuesta.

Error Experimental

Es la variación que no se puede atribuir a un cambio de tratamiento, es decir, a la que se produce por los factores extraños que pueden influir en la respuesta y que deben ser controlados o eliminados por el investigador.

Conceptos relacionados con el DE

Tratamiento

Es un nivel o una combinación de dos o más niveles de un factor o factores.

Unidad Experimental

Son los objetos sobre los cuales se aplican los tratamientos para obtener una respuesta.

Error Experimental

Es la variación que no se puede atribuir a un cambio de tratamiento, es decir, a la que se produce por los factores extraños que pueden influir en la respuesta y que deben ser controlados o eliminados por el investigador.

Conceptos relacionados con el DE

Tratamiento

Es un nivel o una combinación de dos o más niveles de un factor o factores.

Unidad Experimental

Son los objetos sobre los cuales se aplican los tratamientos para obtener una respuesta.

Error Experimental

Es la variación que no se puede atribuir a un cambio de tratamiento, es decir, a la que se produce por los factores extraños que pueden influir en la respuesta y que deben ser controlados o eliminados por el investigador.

Conceptos relacionados con el DE

Tratamiento

Es un nivel o una combinación de dos o más niveles de un factor o factores.

Unidad Experimental

Son los objetos sobre los cuales se aplican los tratamientos para obtener una respuesta.

Error Experimental

Es la variación que no se puede atribuir a un cambio de tratamiento, es decir, a la que se produce por los factores extraños que pueden influir en la respuesta y que deben ser controlados o eliminados por el investigador.

Conceptos relacionados con el DE

Aleatorización

Consiste en asignar en forma aleatoria los tratamientos a las unidades experimentales con el propósito de eliminar los sesgos que produce dicha asignación.

Conceptos relacionados con el DE

Aleatorización

Consiste en asignar en forma aleatoria los tratamientos a las unidades experimentales con el propósito de eliminar los sesgos que produce dicha asignación.

Pasos en el diseño de un experimento

1. La selección de los factores que deben incluirse en el experimento y la especificación del o los parámetros de interés.
2. Decidir cuánta información se debe utilizar para estimar los parámetros.
3. Seleccionar los tratamientos que deben utilizarse en el experimento y el número de unidades experimentales que deben asignarse a cada uno.
4. Decidir cómo deben asignarse los tratamientos a las unidades experimentales.

Dependiendo del número de factores, la selección de los tratamientos y de su asignación a las unidades experimentales, se tienen distintos tipos de diseños.

Pasos en el diseño de un experimento

1. La selección de los factores que deben incluirse en el experimento y la especificación del o los parámetros de interés.
2. Decidir cuánta información se debe utilizar para estimar los parámetros.
3. Seleccionar los tratamientos que deben utilizarse en el experimento y el número de unidades experimentales que deben asignarse a cada uno.
4. Decidir como deben asignarse los tratamientos a las unidades experimentales.

Dependiendo del número de factores, la selección de los tratamientos y de su asignación a las unidades experimentales, se tienen distintos tipos de diseños.

Pasos en el diseño de un experimento

1. La selección de los factores que deben incluirse en el experimento y la especificación del o los parámetros de interés.
2. Decidir cuánta información se debe utilizar para estimar los parámetros.
3. Seleccionar los tratamientos que deben utilizarse en el experimento y el número de unidades experimentales que deben asignarse a cada uno.
4. Decidir como deben asignarse los tratamientos a las unidades experimentales.

Dependiendo del número de factores, la selección de los tratamientos y de su asignación a las unidades experimentales, se tienen distintos tipos de diseños.

Pasos en el diseño de un experimento

1. La selección de los factores que deben incluirse en el experimento y la especificación del o los parámetros de interés.
2. Decidir cuánta información se debe utilizar para estimar los parámetros.
3. Seleccionar los tratamientos que deben utilizarse en el experimento y el número de unidades experimentales que deben asignarse a cada uno.
4. Decidir como deben asignarse los tratamientos a las unidades experimentales.

Dependiendo del número de factores, la selección de los tratamientos y de su asignación a las unidades experimentales, se tienen distintos tipos de diseños.

Pasos en el diseño de un experimento

1. La selección de los factores que deben incluirse en el experimento y la especificación del o los parámetros de interés.
2. Decidir cuánta información se debe utilizar para estimar los parámetros.
3. Seleccionar los tratamientos que deben utilizarse en el experimento y el número de unidades experimentales que deben asignarse a cada uno.
4. Decidir como deben asignarse los tratamientos a las unidades experimentales.

Dependiendo del número de factores, la selección de los tratamientos y de su asignación a las unidades experimentales, se tienen distintos tipos de diseños.

Pasos en el diseño de un experimento

1. La selección de los factores que deben incluirse en el experimento y la especificación del o los parámetros de interés.
2. Decidir cuánta información se debe utilizar para estimar los parámetros.
3. Seleccionar los tratamientos que deben utilizarse en el experimento y el número de unidades experimentales que deben asignarse a cada uno.
4. Decidir como deben asignarse los tratamientos a las unidades experimentales.

Dependiendo del número de factores, la selección de los tratamientos y de su asignación a las unidades experimentales, se tienen distintos tipos de diseños.

Pasos en el diseño de un experimento

1. La selección de los factores que deben incluirse en el experimento y la especificación del o los parámetros de interés.
2. Decidir cuánta información se debe utilizar para estimar los parámetros.
3. Seleccionar los tratamientos que deben utilizarse en el experimento y el número de unidades experimentales que deben asignarse a cada uno.
4. Decidir como deben asignarse los tratamientos a las unidades experimentales.

Dependiendo del número de factores, la selección de los tratamientos y de su asignación a las unidades experimentales, se tienen distintos tipos de diseños.

Supuestos del Análisis de Varianza

Supuestos

1. Cada tratamiento representa una población.
2. Normalidad: Las poblaciones de las que se extraen las muestras se distribuyen normal.
3. Homocedasticidad: Las varianzas poblacionales son iguales.
4. Los errores aleatorios son independientes y se distribuyen normal con media cero y varianza constante.

Supuestos del Análisis de Varianza

Supuestos

1. Cada tratamiento representa una población.
2. Normalidad: Las poblaciones de las que se extraen las muestras se distribuyen normal.
3. Homocedasticidad: Las varianzas poblacionales son iguales.
4. Los errores aleatorios son independientes y se distribuyen normal con media cero y varianza constante.

Supuestos del Análisis de Varianza

Supuestos

1. Cada tratamiento representa una población.
2. Normalidad: Las poblaciones de las que se extraen las muestras se distribuyen normal.
3. Homocedasticidad: Las varianzas poblacionales son iguales.
4. Los errores aleatorios son independientes y se distribuyen normal con media cero y varianza constante.

Supuestos del Análisis de Varianza

Supuestos

1. Cada tratamiento representa una población.
2. Normalidad: Las poblaciones de las que se extraen las muestras se distribuyen normal.
3. Homocedasticidad: Las varianzas poblacionales son iguales.
4. Los errores aleatorios son independientes y se distribuyen normal con media cero y varianza constante.

Supuestos del Análisis de Varianza

Supuestos

1. Cada tratamiento representa una población.
2. Normalidad: Las poblaciones de las que se extraen las muestras se distribuyen normal.
3. Homocedasticidad: Las varianzas poblacionales son iguales.
4. Los errores aleatorios son independientes y se distribuyen normal con media cero y varianza constante.

Diseño Completamente Aleatorizado

Definición

Es un diseño útil para describir un experimento en el que se desean comparar k tratamientos (niveles de un factor), donde las unidades experimentales son homogéneas y los tratamientos son asignados en forma completamente aleatoria a estas unidades experimentales.

Ejemplo

Supongamos que deseamos analizar el tiempo de coagulación para muestras de sangre tomadas de animales sometidos a cuatro diferentes drogas A, B, C y D. Las drogas fueron aplicadas aleatoriamente a los animales. Queremos entonces, medir el efecto de las drogas sobre el tiempo de coagulación.

Diseño Completamente Aleatorizado

Definición

Es un diseño útil para describir un experimento en el que se desean comparar k tratamientos (niveles de un factor), donde las unidades experimentales son homogéneas y los tratamientos son asignados en forma completamente aleatoria a estas unidades experimentales.

Ejemplo

Supongamos que deseamos analizar el tiempo de coagulación para muestras de sangre tomadas de animales sometidos a cuatro diferentes drogas A, B, C y D. Las drogas fueron aplicadas aleatoriamente a los animales. Queremos entonces, medir el efecto de las drogas sobre el tiempo de coagulación.

Diseño Completamente Aleatorizado

Definición

Es un diseño útil para describir un experimento en el que se desean comparar k tratamientos (niveles de un factor), donde las unidades experimentales son homogéneas y los tratamientos son asignados en forma completamente aleatoria a estas unidades experimentales.

Ejemplo

Supongamos que deseamos analizar el tiempo de coagulación para muestras de sangre tomadas de animales sometidos a cuatro diferentes drogas A, B, C y D. Las drogas fueron aplicadas aleatoriamente a los animales. Queremos entonces, medir el efecto de las drogas sobre el tiempo de coagulación.

Diseño Completamente Aleatorizado

Modelo

La respuesta observada para cada tratamiento, Y_{ij} es una variable aleatoria que puede ser expresada como la suma de dos componentes, a saber:

- Un componente que mide la media de tratamientos
- Un componente que representa al error aleatorio (término de error aleatorio)

Diseño Completamente Aleatorizado

Modelo

La respuesta observada para cada tratamiento, Y_{ij} es una variable aleatoria que puede ser expresada como la suma de dos componentes, a saber:

- Un componente que mide la media de tratamientos
- Un componente que representa al error aleatorio (termino de error aleatorio)

Diseño Completamente Aleatorizado

Modelo

La respuesta observada para cada tratamiento, Y_{ij} es una variable aleatoria que puede ser expresada como la suma de dos componentes, a saber:

- Un componente que mide la media de tratamientos
- Un componente que representa al error aleatorio (termino de error aleatorio)

El Modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{1}$$

Modelo

donde:

- Y_{ij} es la i-esima observación del j-ésimo tratamiento.
- μ_j es la media del j-ésimo tratamiento.
- ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes.

El Modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{1}$$

Modelo

donde:

- Y_{ij} es la i-esima observación del j-ésimo tratamiento.
- μ_j es la media del j-ésimo tratamiento
- ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes.

El Modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{1}$$

Modelo

donde:

Y_{ij} es la i-esima observación del j-ésimo tratamiento.

μ_j es la media del j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{1}$$

Modelo

donde:

Y_{ij} es la i-esima observación del j-ésimo tratamiento.

μ_j es la media del j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{1}$$

Modelo

donde:

Y_{ij} es la i-esima observación del j-ésimo tratamiento.

μ_j es la media del j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

Tipos de Modelos

Tipos de Modelos

El modelo estadístico propuesto en **??**, describe dos situaciones diferentes con respecto al efecto de los tratamientos.

- Los k tratamientos pueden ser escogidos a criterio o conveniencia del investigador. Este modelo es llamado modelo de efectos fijos.
- Si los k tratamientos constituyen una muestra aleatoria de la población de tratamientos. Este modelo es llamado modelo de efectos aleatorios o modelo de componentes de varianza.

Tipos de Modelos

El modelo estadístico propuesto en **??**, describe dos situaciones diferentes con respecto al efecto de los tratamientos.

- Los k tratamientos pueden ser escogidos a criterio o conveniencia del investigador. Este modelo es llamado **modelo de efectos fijos**.
- Si los k tratamientos constituyen una muestra aleatoria de la población de tratamientos. Este modelo es llamado **modelo de efectos aleatorios** o **modelo de componentes de varianza**

Tipos de Modelos

Tipos de Modelos

El modelo estadístico propuesto en **??**, describe dos situaciones diferentes con respecto al efecto de los tratamientos.

- Los k tratamientos pueden ser escogidos a criterio o conveniencia del investigador. Este modelo es llamado **modelo de efectos fijos**.
- Si los k tratamientos constituyen una muestra aleatoria de la población de tratamientos. Este modelo es llamado **modelo de efectos aleatorios** o **modelo de componentes de varianza**

Tabla de la organización de los Datos

Organización de los Datos

Cuadro: Datos Muestrales de un DCA

	Tratamiento			
	1	2	$\cdots$	k
	Y_{11}	Y_{12}	$\cdots$	Y_{1k}
	Y_{21}	Y_{22}	$\cdots$	Y_{2k}
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$Y_{n_1 1}$	$Y_{n_2 2}$	$\cdots$	$Y_{n_k k}$
Total	$Y_{.1}$	$Y_{.2}$	$\cdots$	$Y_{.k}$
n_j	n_1	n_2	$\cdots$	n_k
Media	$\bar{Y}_{.1}$	$\bar{Y}_{.2}$	$\cdots$	$\bar{Y}_{.K}$

Tabla de la organización de los Datos

Organización de los Datos

Cuadro: Datos Muestrales de un DCA

	Tratamiento			
	1	2	$\cdots$	k
	Y_{11}	Y_{12}	$\cdots$	Y_{1k}
	Y_{21}	Y_{22}	$\cdots$	Y_{2k}
	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	$Y_{n_1 1}$	$Y_{n_2 2}$	$\cdots$	$Y_{n_k k}$
Total	$Y_{,1}$	$Y_{,2}$	$\cdots$	$Y_{.k}$
n_j	n_1	n_2	$\cdots$	n_k
Media	$\bar{Y}_{,1}$	$\bar{Y}_{,2}$	$\cdots$	$\bar{Y}_{.K}$

Hipótesis en el DCA

Hipótesis

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \\
H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j
\end{aligned} \tag{2}
$$

Hipótesis en el DCA

Hipótesis

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \\
H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j
\end{aligned} \tag{2}
$$

Otra forma de plantear el modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{3}$$

Modelo alternativo

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{4}$$

donde

μ es la media general.

τ_j es el efecto del j-ésimo tratamiento.

Otra forma de plantear el modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{3}$$

Modelo alternativo

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{4}$$

donde

- μ es la media general
- τ_j es el efecto del j-ésimo tratamiento

Otra forma de plantear el modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{3}$$

Modelo alternativo

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{4}$$

donde

μ es la media general.

τ_j es el efecto del j-ésimo tratamiento

Otra forma de plantear el modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{3}$$

Modelo alternativo

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{4}$$

donde

μ es la media general.

τ_j es el efecto del j-ésimo tratamiento

Otra forma de plantear el modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{3}$$

Modelo alternativo

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{4}$$

donde

μ es la media general.

τ_j es el efecto del j-ésimo tratamiento

Otra forma de plantear el modelo

Modelo

El modelo matemático apropiado para describir las observaciones, esta dada por:

$$Y_{ij} = \mu_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{3}$$

Modelo alternativo

$$Y_{ij} = \mu + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, n_j \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array} \tag{4}$$

donde

μ es la media general.

τ_j es el efecto del j-ésimo tratamiento

Hipótesis en el DCA

Hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{5}$$

Hipótesis Nuevas

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\ H_1 &: \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i \end{aligned} \tag{6}$$

Hipótesis en el DCA

Hipótesis

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \\
H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Hipótesis Nuevas

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\
H_1 &: \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Hipótesis en el DCA

Hipótesis

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \\
H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j
\end{aligned} \tag{5}
$$

Hipótesis Nuevas

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\
H_1 &: \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i
\end{aligned} \tag{6}
$$

ANOVA

Notación

En el desarrollo analítico del Análisis de varianza (ANDEVA) se necesita calcular:

- El gran total: $Y_{..} = \sum_{i=1}^{k} Y_{i.} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$.
- El total para el tratamiento i: $Y_{i.} = \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$. $\overline{Y}_{i.} = \frac{Y_{i.}}{n_i}$
- El número de observaciones: $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$.
- La gran media: $\overline{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N}$.
- La media del tratamiento i: $\overline{Y}_{i.} = \frac{Y_{i.}}{n_i}$

ANOVA

Notación

En el desarrollo analítico del Análisis de varianza (ANDEVA) se necesita calcular:

El gran total: $Y_{..} = \sum_{j=1}^{k} Y_{.j} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$.

El total para el tratamiento j: $Y_{.j} = \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$. $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$

El número de observaciones: $N = \sum_{j=1}^{k} n_j$.

La gran media: $\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N}$.

La media del tratamiento j: $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$.

Notación

En el desarrollo analítico del Análisis de varianza (ANDEVA) se necesita calcular:

El gran total: $Y_{..} = \sum_{j=1}^{k} Y_{.j} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$.

El total para el tratamiento j: $Y_{.j} = \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$. $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$

El número de observaciones: $N = \sum_{j=1}^{k} n_j$.

La gran media: $\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N}$.

La media del tratamiento j: $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$.

Notación

En el desarrollo analítico del Análisis de varianza (ANDEVA) se necesita calcular:

El gran total: $Y_{..} = \sum_{j=1}^{k} Y_{.j} = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$.

El total para el tratamiento j: $Y_{.j} = \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$. $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$

El número de observaciones: $N = \sum_{j=1}^{k} n_j$.

La gran media: $\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N}$.

La media del tratamiento j: $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$.

ANOVA

Notación

En el desarrollo analítico del Análisis de varianza (ANDEVA) se necesita calcular:

El gran total: $Y_{..} = \sum_{j=1}^{k} Y_{.j} = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$.

El total para el tratamiento j: $Y_{.j} = \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$. $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$

El número de observaciones: $N = \sum_{j=1}^{k} n_j$.

La gran media: $\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N}$.

La media del tratamiento j: $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$.

ANOVA

Notación

En el desarrollo analítico del Análisis de varianza (ANDEVA) se necesita calcular:

El gran total: $Y_{..} = \sum_{j=1}^{k} Y_{.j} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$.

El total para el tratamiento j: $Y_{.j} = \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$. $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$

El número de observaciones: $N = \sum_{j=1}^{k} n_j$.

La gran media: $\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N}$.

La media del tratamiento j: $\bar{Y}_{.j} = \frac{Y_{.j}}{n_j}$.

Elementos de un ANOVA

Elementos

Los principales elementos de un análisis de varianza son:

- Las Sumas de Cuadrados.
- Los Grados de Libertad.
- Los Cuadrados Medios.
- Valor de F.
- Valor de P.

Elementos de un ANOVA

Elementos

Los principales elementos de un análisis de varianza son:

- Las Sumas de Cuadrados.
- Los Grados de Libertad.
- Los Cuadrados Medios.
- Valor de F.
- Valor de P.

Elementos de un ANOVA

Elementos

Los principales elementos de un análisis de varianza son:

- Las Sumas de Cuadrados.
- Los Grados de Libertad.
- Los Cuadrados Medios.
- Valor de F.
- Valor de P.

Elementos de un ANOVA

Elementos

Los principales elementos de un análisis de varianza son:

- Las Sumas de Cuadrados.
- Los Grados de Libertad.
- Los Cuadrados Medios.
- Valor de F.
- Valor de P.

Elementos de un ANOVA

Elementos

Los principales elementos de un análisis de varianza son:

- Las Sumas de Cuadrados.
- Los Grados de Libertad.
- Los Cuadrados Medios.
- Valor de F.
- Valor de P.

Elementos de un ANOVA

Elementos

Los principales elementos de un análisis de varianza son:

- Las Sumas de Cuadrados.
- Los Grados de Libertad.
- Los Cuadrados Medios.
- Valor de F.
- Valor de P.

Suma de Cuadrados

Recordemos que

El análisis de varianza busca separar la variabilidad total en porciones significativas de variabilidad

Estudiando la variabilidad

Una medida de la desviación de las observaciones con respecto a la media está dada por

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(Y_{ij}-\bar{Y}_{..})^2$$

Suma de Cuadrados

Recordemos que

El análisis de varianza busca separar la variabilidad total en porciones significativas de variabilidad

Estudiando la variabilidad

Una medida de la desviación de las observaciones con respecto a la media está dada por

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2$$

Suma de Cuadrados

Recordemos que

El análisis de varianza busca separar la variabilidad total en porciones significativas de variabilidad

Estudiando la variabilidad

Una medida de la desviación de las observaciones con respecto a la media está dada por

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2$$

Suma de Cuadrados

Recordemos que

El análisis de varianza busca separar la variabilidad total en porciones significativas de variabilidad

Estudiando la variabilidad

Una medida de la desviación de las observaciones con respecto a la media está dada por

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(Y_{ij} - \bar{Y}..)^2$$

Suma de Cuadrados

A partir de esta ecuación se obtiene la ecuación fundamental del análisis e varianza

Estudiando la variabilidad

$$\underbrace{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(Y_{ij}-\bar{Y}_{..})^2}_{SC_{To}} = \underbrace{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..})^2}_{SC_{Tr}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(Y_{ij}-\bar{Y}_{.j})^2}_{SC_{E}}$$

Suma de Cuadrados

A partir de esta ecuación se obtiene la ecuación fundamental del análisis e varianza

Estudiando la variabilidad

$$\underbrace{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(Y_{ij}-\bar{Y}_{..})^2}_{SC_{To}} = \underbrace{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..})^2}_{SC_{Tr}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(Y_{ij}-\bar{Y}_{.j})^2}_{SC_{E}}$$

Suma de Cuadrados

Formulas de fácil cálculo

$$
\begin{aligned}
SC_{To} &= \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N} \\
SC_{Tr} &= \sum_{j=1}^{k} \frac{Y_{.j}^2}{n_j} - \frac{Y_{..}^2}{N} \\
SC_E &= SC_T - SC_{Tr}
\end{aligned}
$$

Suma de Cuadrados

Formulas de fácil cálculo

$$
\begin{aligned}
SC_{To} &= \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N} \\
SC_{Tr} &= \sum_{j=1}^{k} \frac{Y_{.j}^2}{n_j} - \frac{Y_{..}^2}{N} \\
SC_E &= SC_T - SC_{Tr}
\end{aligned}
$$

Grados de Libertad

Grados de libertad

$$
\begin{aligned}
Gl_{To} &= N-1 \\
Gl_{Tr} &= k-1 \\
Gl_{E} &= Gl_{To}-Gl_{Tr} = N-k
\end{aligned}
$$

Grados de Libertad

Grados de libertad

$$
\begin{aligned}
Gl_{To} &= N - 1 \\
Gl_{Tr} &= k - 1 \\
Gl_{E} &= Gl_{To} - Gl_{Tr} = N - k
\end{aligned}
$$

Cuadrados Medio

Cuadrados Medio

$$CM_{Tr} = \frac{SC_{Tr}}{GL_{Tr}}$$

$$CM_E = \frac{SC_E}{GL_E}$$

cuyos valores esperados son

Cuadrados Medio

$$E(CM_E) = \sigma^2$$

$$E(CM_{Tr}) = \sigma^2 + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}\frac{\tau_j^2}{k-1}$$

Cuadrados Medio

Cuadrados Medio

$$
\begin{aligned}
CM_{Tr} &= \frac{SC_{Tr}}{GL_{Tr}} \\
CM_{E} &= \frac{SC_{E}}{GL_{E}}
\end{aligned}
$$

cuyos valores esperados son

Cuadrados Medio

$$
\begin{aligned}
E(CM_{E}) &= \sigma^2 \\
E(CM_{Tr}) &= \sigma^2 + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}\frac{\tau_j^2}{k-1}
\end{aligned}
$$

Cuadrados Medio

Cuadrados Medio

$$
\begin{aligned}
CM_{Tr} &= \frac{SC_{Tr}}{GL_{Tr}} \\
CM_E &= \frac{SC_E}{GL_E}
\end{aligned}
$$

cuyos valores esperados son

Cuadrados Medio

$$
\begin{aligned}
E(CM_E) &= \sigma^2 \\
E(CM_{Tr}) &= \sigma^2 + \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} \frac{\tau_j^2}{k-1}
\end{aligned}
$$

Cuadrados Medio

Si $H_0 : \tau_j = 0 \forall j$, es verdadera, $E(CM_{Tr}) = \sigma^2$, entonces se tienen dos estimadores insesgados e independientes de σ^2, el CM_{Tr} y el CM_E.

Cuadrados Medio

Si $H_0 : \tau_j = 0 \forall j$, es verdadera, $E(CM_{Tr}) = \sigma^2$, entonces se tienen dos estimadores insesgados e independientes de σ^2, el CM_{Tr} y el CM_E.

Construcción del Estadístico

Se puede demostrar que

$$\frac{SC_T}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-1} \tag{7}$$

Si H_0 es verdadera, de acuerdo al teorema de Cochran es posible definir dos estadísticos chi-cuadrados independientes

$$\frac{SC_{Tr}}{\sigma^2} \sim \chi^2_{k-1} \tag{8}$$

$$\frac{SC_E}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-k} \tag{9}$$

Construcción del Estadístico

Se puede demostrar que

$$\frac{SC_T}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-1} \tag{7}$$

Si H_0 es verdadera, de acuerdo al teorema de Cochran es posible definir dos estadísticos chi-cuadrados independientes

$$\frac{SC_{Tr}}{\sigma^2} \sim \chi^2_{k-1} \tag{8}$$

$$\frac{SC_E}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-k} \tag{9}$$

Construcción del Estadístico

Se puede demostrar que

$$\frac{SC_T}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-1} \tag{7}$$

Si H_0 es verdadera, de acuerdo al teorema de Cochran es posible definir dos estadísticos chi-cuadrados independientes

$$\frac{SC_{Tr}}{\sigma^2} \sim \chi^2_{k-1} \tag{8}$$

$$\frac{SC_E}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-k} \tag{9}$$

Construcción del Estadístico

Se puede demostrar que

$$\frac{SC_T}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-1} \tag{7}$$

Si H_0 es verdadera, de acuerdo al teorema de Cochran es posible definir dos estadísticos chi-cuadrados independientes

$$\frac{SC_{Tr}}{\sigma^2} \sim \chi^2_{k-1} \tag{8}$$

$$\frac{SC_E}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-k} \tag{9}$$

Construcción del Estadístico

Por lo tanto, el estadístico

$$F_0 = \frac{\frac{SC_{Tr}}{\sigma^2}/k-1}{\frac{SC_E}{\sigma^2}/N-k} = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \quad (10)$$

sigue una distribución F con $k-1$ y $N-k$ grados de libertad.

Construcción del Estadístico

Por lo tanto, el estadístico

$$F_0 = \frac{\frac{SC_{Tr}}{\sigma^2}/k-1}{\frac{SC_E}{\sigma^2}/N-k} = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \tag{10}$$

sigue una distribución F con $k-1$ y $N-k$ grados de libertad.

Tabla ANOVA

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	SC_{Tr}	k-1	CM_{Tr}	F_0
Error	SC_E	N-k	CM_E	
Total	SC_T	N-1		

Rechazamos H_0 sí y solo sí: $F > F_{1-\alpha,k-1,N-k}$

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	SC_{Tr}	k-1	CM_{Tr}	F_0
Error	SC_E	N-k	CM_E	
Total	SC_T	N-1		

Rechazamos H_0 sí y solo sí: $F > F_{1-\alpha,k-1,N-k}$

Tabla ANOVA

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	SC_{Tr}	k-1	CM_{Tr}	F_0
Error	SC_E	N-k	CM_E	
Total	SC_T	N-1		

Rechazamos H_0 sí y solo sí: $F > F_{1-\alpha,k-1,N-k}$

Ejemplo

Los datos que figuran en la tabla siguiente son los resultados de un diseño completamente aleatorizado para el cual la respuesta son los kilowats hora, empleados por los sistemas de calentamiento (en cientos de kilowats hora) para casa muy similares en un lugar dado, como función de cinco aislamientos térmicos (en pulgadas). Con base en esta información, ¿Existe alguna razón para creer que por lo menos algunos consumos de energía promedio para los cinco niveles de aislamiento son diferentes?. Suponga un nivel de significación igual a 0.01.

Ejemplo

Los datos que figuran en la tabla siguiente son los resultados de un diseño completamente aleatorizado para el cual la respuesta son los kilowats hora, empleados por los sistemas de calentamiento (en cientos de kilowats hora) para casa muy similares en un lugar dado, como función de cinco aislamientos térmicos (en pulgadas). Con base en esta información, ¿Existe alguna razón para creer que por lo menos algunos consumos de energía promedio para los cinco niveles de aislamiento son diferentes?. Suponga un nivel de significación igual a 0.01.

Ejemplo

Datos

Cuadro: Calor empleado para cinco niveles de aislamiento

Espesor del aislamiento del techo (pulgadas)				
4	6	8	10	12
14.4	14.5	13.8	13.0	13.1
14.8	14.1	14.1	13.4	12.8
15.2	14.6	13.7	13.2	12.9
14.3	14.2	13.6		13.2
14.6		14.0		13.3
				12.7

Ejemplo

Datos

Cuadro: Calor empleado para cinco niveles de aislamiento

Espesor del aislamiento del techo (pulgadas)				
4	6	8	10	12
14.4	14.5	13.8	13.0	13.1
14.8	14.1	14.1	13.4	12.8
15.2	14.6	13.7	13.2	12.9
14.3	14.2	13.6		13.2
14.6		14.0		13.3
				12.7

Ejemplo

Hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_5 = \mu \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_5 = 0 \\ H_1 &: \tau_j \neq 0 \text{ para algún } j \end{aligned} \tag{12}$$

Ejemplo

Hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_5 = \mu \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_5 = 0 \\ H_1 &: \tau_j \neq 0 \text{ para algún } j \end{aligned} \tag{12}$$

Ejemplo

Hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_5 = \mu \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_5 = 0 \\ H_1 &: \tau_j \neq 0 \text{ para algún } j \end{aligned} \tag{12}$$

Ejemplo

Cálculos preliminares

	Tratamiento				
	1	2	3	4	5
	14.4	14.5	13.8	13.0	13.1
	14.8	14.1	14.1	13.4	12.8
	15.2	14.6	13.7	13.2	12.9
	14.3	14.2	13.6		13.2
	14.6		14.0		13.3
					12.7
Total	73.3	57.4	69.2	39.6	78
n_j	$n_1 = 5$	$n_2 = 4$	$n_2 = 5$	$n_4 = 3$	$n_5 = 6$

Ejemplo

Cálculos preliminares

	Tratamiento				
	1	2	3	4	5
	14.4	14.5	13.8	13.0	13.1
	14.8	14.1	14.1	13.4	12.8
	15.2	14.6	13.7	13.2	12.9
	14.3	14.2	13.6		13.2
	14.6		14.0		13.3
					12.7
Total	73.3	57.4	69.2	39.6	78
n_j	$n_1 = 5$	$n_2 = 4$	$n_2 = 5$	$n_4 = 3$	$n_5 = 6$

Ejemplo

Sumas de cuadrados

$$SC_T = 14{,}4^2 + 14{,}8^2 + \ldots + 12{,}7^2 - \frac{317{,}5^2}{23} = 11{,}05$$

$$SC_{Tr} = \frac{73{,}3^2}{5} + \frac{57{,}4^2}{4} + \frac{69{,}2^2}{5} + \frac{39{,}6^2}{3} + \frac{78^2}{6} - \frac{317{,}5^2}{23} = 9{,}836$$

$$SC_E = 11{,}05 - 9{,}836 = 1{,}214$$

Ejemplo

Sumas de cuadrados

$$SC_T = 14{,}4^2 + 14{,}8^2 + ... + 12{,}7^2 - \frac{317{,}5^2}{23} = 11{,}05$$

$$SC_{Tr} = \frac{73{,}3^2}{5} + \frac{57{,}4^2}{4} + \frac{69{,}2^2}{5} + \frac{39{,}6^2}{3} + \frac{78^2}{6} - \frac{317{,}5^2}{23} = 9{,}836$$

$$SC_E = 11{,}05 - 9{,}836 = 1{,}214$$

Ejemplo

Sumas de cuadrados

$$SC_T = 14{,}4^2 + 14{,}8^2 + ... + 12{,}7^2 - \frac{317{,}5^2}{23} = 11{,}05$$

$$SC_{Tr} = \frac{73{,}3^2}{5} + \frac{57{,}4^2}{4} + \frac{69{,}2^2}{5} + \frac{39{,}6^2}{3} + \frac{78^2}{6} - \frac{317{,}5^2}{23} = 9{,}836$$

$$SC_E = 11{,}05 - 9{,}836 = 1{,}214$$

Ejemplo

Sumas de cuadrados

$$SC_T = 14{,}4^2 + 14{,}8^2 + ... + 12{,}7^2 - \frac{317{,}5^2}{23} = 11{,}05$$

$$SC_{Tr} = \frac{73{,}3^2}{5} + \frac{57{,}4^2}{4} + \frac{69{,}2^2}{5} + \frac{39{,}6^2}{3} + \frac{78^2}{6} - \frac{317{,}5^2}{23} = 9{,}836$$

$$SC_E = 11{,}05 - 9{,}836 = 1{,}214$$

Ejemplo

Tabla ANOVA

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	9.836	4	2.459	36.48
Error	1.214	18	0.0674	
Total	11.05	22		

$F_{0,99,4,18} = 4{,}58$

Ejemplo

Tabla ANOVA

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	9.836	4	2.459	36.48
Error	1.214	18	0.0674	
Total	11.05	22		

$F_{0,99,4,18} = 4{,}58$

Ejemplo

Tabla ANOVA

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	9.836	4	2.459	36.48
Error	1.214	18	0.0674	
Total	11.05	22		

$F_{0,99,4,18} = 4{,}58$

Introducción

Introducción

Si una vez realizado el experimento y analizada la información, rechazamos la hipótesis nula, significa que por lo menos una de las medias de los tratamientos es diferente del resto o, que al menos un efecto de tratamiento difiere significativamente de cero.

¿Cuál o cuales medias difieren?

Introducción

Introducción

Si una vez realizado el experimento y analizada la información, rechazamos la hipótesis nula, significa que por lo menos una de las medias de los tratamientos es diferente del resto o, que al menos un efecto de tratamiento difiere significativamente de cero.

¿Cuál o cuales medias difieren?

Introducción

Si una vez realizado el experimento y analizada la información, rechazamos la hipótesis nula, significa que por lo menos una de las medias de los tratamientos es diferente del resto o, que al menos un efecto de tratamiento difiere significativamente de cero.

¿Cuál o cuales medias difieren?

Introducción

Comparaciones por contrastes

Comparaciones entre efectos particulares entre los tratamientos

Comparaciones múltiples

Comparaciones de los efectos entre todas las parejas

Introducción

Comparaciones por contrastes

Comparaciones entre efectos particulares entre los tratamientos

Comparaciones múltiples

Comparaciones de los efectos entre todas las parejas

Introducción

Comparaciones por contrastes

Comparaciones entre efectos particulares entre los tratamientos

Comparaciones múltiples

Comparaciones de los efectos entre todas las parejas

Comparaciones por Contrastes

Por lo general...

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

o de manera equivalente

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

En algunos casos...

$$H_0 : \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j = 0$$

La ecuación presente en esta última hipótesis se conoce como Contraste

Comparaciones por Contrastes

Por lo general...

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

o de manera equivalente

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

En algunos casos...

$$H_0 : \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j = 0$$

La ecuación presente en esta última hipótesis se conoce como Contraste

Comparaciones por Contrastes

Por lo general...

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

o de manera equivalente

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

En algunos casos...

$$H_0 : \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j = 0$$

La ecuación presente en esta última hipótesis se conoce como Contraste

Comparaciones por Contrastes

Por lo general...

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

o de manera equivalente

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

En algunos casos...

$$H_0 : \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j = 0$$

La ecuación presente en esta última hipótesis se conoce como Contraste

Comparaciones por Contrastes

Por lo general...

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

o de manera equivalente

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

En algunos casos...

$$H_0 : \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j = 0$$

La ecuación presente en esta última hipótesis se conoce como Contraste

Comparaciones por Contrastes

Definición

Contraste Un contraste (L) es una combinación lineal de las medias poblacionales de interés, es decir,

$$L = \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j \tag{13}$$

donde

- c_j son números reales que cumplen con la condición $\sum_{j=1}^{m} c_j = 0$
- μ_j es la media del j-esimo tratamiento.

Comparaciones por Contrastes

Definición

Contraste Un contraste (L) es una combinación lineal de las medias poblacionales de interés, es decir,

$$L = \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j \tag{13}$$

donde

- *c_j son números reales que cumplen con la condición*

$$\sum_{j=1}^{m} c_j = 0$$

- *μ_j es la media del j-ésimo tratamiento.*

Comparaciones por Contrastes

Definición

Contraste Un contraste (L) *es una combinación lineal de las medias poblacionales de interés, es decir,*

$$L = \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j \tag{13}$$

donde

- c_j *son números reales que cumplen con la condición* $\sum_{j=1}^{m} c_j = 0$
- μ_j *es la media del* j*-esimo tratamiento.*

Comparaciones por Contrastes

Definición

Contraste Un contraste (L) *es una combinación lineal de las medias poblacionales de interés, es decir,*

$$L = \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j \tag{13}$$

donde

c_j *son números reales que cumplen con la condición* $\sum_{j=1}^{m} c_j = 0$

μ_j *es la media del* j*-esimo tratamiento.*

Comparaciones por Contrastes

Por ejemplo

1. Las hipótesis nulas del tipo $H_0 : \mu_i = \mu_j$, se pueden escribir como $H_0 : \mu_i - \mu_j = 0$, definen el contraste $L = c_1\mu_1 - c_2\mu_2$ donde $c_1 = 1$ y $c_2 = -1$.
2. La hipótesis $H_0 : \frac{\mu_1+\mu_2}{2} = \mu_3$ define un contraste con $c_1 = \frac{1}{2}$, $c_2 = \frac{1}{2}$ y $c_3 = -1$

Comparaciones por Contrastes

Por ejemplo

1. Las hipótesis nulas del tipo $H_0 : \mu_i = \mu_j$, se pueden escribir como $H_0 : \mu_i - \mu_j = 0$, definen el contraste $L = c_1\mu_1 - c_2\mu_2$ donde $c_1 = 1$ y $c_2 = -1$.
2. La hipótesis $H_0 : \frac{\mu_1+\mu_2}{2} = \mu_3$ define un contraste con $c_1 = \frac{1}{2}$, $c_2 = \frac{1}{2}$ y $c_3 = -1$

Comparaciones por Contrastes

Por ejemplo

1. Las hipótesis nulas del tipo $H_0 : \mu_i = \mu_j$, se pueden escribir como $H_0 : \mu_i - \mu_j = 0$, definen el contraste $L = c_1\mu_1 - c_2\mu_2$ donde $c_1 = 1$ y $c_2 = -1$.
2. La hipótesis $H_0 : \frac{\mu_1+\mu_2}{2} = \mu_3$ define un contraste con $c_1 = \frac{1}{2}$, $c_2 = \frac{1}{2}$ y $c_3 = -1$

Comparaciones por Contrastes

Estadístico de Prueba

Bajo el supuesto que la distribución de las poblaciones son $N(\mu_j, \sigma^2)$, se usa como estimador $\hat{L} = \sum_{j=1}^{m} c_j \hat{\mu}_j = \sum_{j=1}^{m} c_j \bar{Y}_j$, el cual se distribuye normal con parámetros

$$E[\hat{L}] = \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j \qquad \text{y} \qquad Var[\hat{L}] = \sigma^2 \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}$$

Comparaciones por Contrastes

Estadístico de Prueba

Bajo el supuesto que la distribución de las poblaciones son $N(\mu_j, \sigma^2)$, se usa como estimador $\hat{L} = \sum_{j=1}^{m} c_j \hat{\mu}_j = \sum_{j=1}^{m} c_j \bar{Y}_j$, el cual se distribuye normal con parámetros

$$E[\hat{L}] = \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j \qquad \text{y} \qquad Var[\hat{L}] = \sigma^2 \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}$$

Comparaciones por Contrastes

Estadístico de Prueba

Bajo el supuesto que la distribución de las poblaciones son $N(\mu_j, \sigma^2)$, se usa como estimador $\hat{L} = \sum_{j=1}^{m} c_j \hat{\mu}_j = \sum_{j=1}^{m} c_j \bar{Y}_j$, el cual se distribuye normal con parámetros

$$E[\hat{L}] = \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j \qquad \text{y} \qquad Var[\hat{L}] = \sigma^2 \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}$$

Comparaciones por Contrastes

$$L_0 = \frac{\hat{L} - \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j}{\sqrt{\sigma^2 \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}}} \sim N(0,1) \qquad (14)$$

Como por lo general σ^2 es desconocida,

$$L_0 = \frac{\hat{L} - \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j}{\sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}}} \sim t_{N-k} \qquad (15)$$

Comparaciones por Contrastes

$$L_0 = \frac{\hat{L} - \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j}{\sqrt{\sigma^2 \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}}} \sim N(0,1) \qquad (14)$$

Como por lo general σ^2 es desconocida,

$$L_0 = \frac{\hat{L} - \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j}{\sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}}} \sim t_{N-k} \qquad (15)$$

Comparaciones por Contrastes

$$L_0 = \frac{\hat{L} - \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j}{\sqrt{\sigma^2 \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}}} \sim N(0,1) \quad (14)$$

Como por lo general σ^2 es desconocida,

$$L_0 = \frac{\hat{L} - \sum_{j=1}^{m} c_j \mu_j}{\sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}}} \sim t_{N-k} \quad (15)$$

Comparaciones por Contrastes

Estadístico de Prueba

De esta forma la expresión

$$\hat{L} \pm t_{\alpha/2,N-k}\sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}} \tag{16}$$

constituye un intervalo de confianza del $100(1-\alpha)\,\%$ para L. Si el intervalo contiene el cero, se concluye que L es estadísticamente igual a cero. Podemos indicar que rechazamos cuando $|L_0| > t_{\alpha/2,N-k}$.

Comparaciones por Contrastes

Estadístico de Prueba

De esta forma la expresión

$$\hat{L} \pm t_{\alpha/2,N-k} \sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}} \tag{16}$$

constituye un intervalo de confianza del $100(1-\alpha)\,\%$ para L. Si el intervalo contiene el cero, se concluye que L es estadísticamente igual a cero. Podemos indicar que rechazamos cuando $|L_0| > t_{\alpha/2,N-k}$.

Comparaciones por Contrastes

Método de Scheffé

Es un método alternativo del t-student para probar contrastes. En este caso Scheffé propone el siguiente intervalo de confianza para el contraste L.

$$\hat{L} \pm A\sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}} \tag{17}$$

donde

$$A = \sqrt{(k-1)F_{\alpha,k-1,N-k}}$$

Comparaciones por Contrastes

Método de Scheffé

Es un método alternativo del t-student para probar contrastes. En este caso Scheffé propone el siguiente intervalo de confianza para el contraste L.

$$\hat{L} \pm A\sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}} \tag{17}$$

donde

$$A = \sqrt{(k-1)F_{\alpha,k-1,N-k}}$$

Comparaciones por Contrastes

Método de Scheffé

Es un método alternativo del t-student para probar contrastes. En este caso Scheffé propone el siguiente intervalo de confianza para el contraste L.

$$\hat{L} \pm A\sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}} \tag{17}$$

donde

$$A = \sqrt{(k-1)F_{\alpha,k-1,N-k}}$$

Comparaciones por Contrastes

Método de Scheffé

Es un método alternativo del t-student para probar contrastes. En este caso Scheffé propone el siguiente intervalo de confianza para el contraste L.

$$\hat{L} \pm A\sqrt{CM_E \sum_{j=1}^{m} \frac{c_j^2}{n_j}} \tag{17}$$

donde

$$A = \sqrt{(k-1)F_{\alpha,k-1,N-k}}$$

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Procedimiento propuesto por Fisher en el año 1.935 y que consiste en realizar todas las posibles comparaciones entre pares de medias, es decir, todos las $\binom{k}{2}$ pruebas de la forma:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_i = \mu_j \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \forall i \neq j \end{aligned} \tag{18}$$

Para probar dicha hipótesis se usa como estadístico de prueba la diferencia entre los valores estimados de las medias (medias muestrales), es decir $\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}$, cuya distribución (suponiendo que las poblaciones son $N(\mu_j, \sigma^2)$) es $N\left[\mu_j - \mu_{j'}, \sigma^2(1/n_j + 1/n_{j'})\right]$

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Procedimiento propuesto por Fisher en el año 1.935 y que consiste en realizar todas las posibles comparaciones entre pares de medias, es decir, todos las $\binom{k}{2}$ pruebas de la forma:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_i = \mu_j \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \forall i \neq j \end{aligned} \tag{18}$$

Para probar dicha hipótesis se usa como estadístico de prueba la diferencia entre los valores estimados de las medias (medias muestrales), es decir $\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}$, cuya distribución (suponiendo que las poblaciones son $N(\mu_j, \sigma^2)$) es
$N\left[\mu_j - \mu_{j'}, \sigma^2(1/n_j + 1/n_{j'})\right]$

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Por lo tanto, bajo la hipótesis nula cierta el estadístico

$$Z = \frac{\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}}{\sigma\sqrt{1/n_j + 1/n_k}} \sim N(0,1) \tag{19}$$

Como σ^2 es desconocido, se usa el CM_E para estimarlo.

$$T = \frac{\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}}{\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}} \sim t_{N-k} \tag{20}$$

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Por lo tanto, bajo la hipótesis nula cierta el estadístico

$$Z = \frac{\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}}{\sigma\sqrt{1/n_j + 1/n_k}} \sim N(0,1) \tag{19}$$

Como σ^2 es desconocido, se usa el CM_E para estimarlo.

$$T = \frac{\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}}{\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}} \sim t_{N-k} \tag{20}$$

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Por lo tanto, bajo la hipótesis nula cierta el estadístico

$$Z = \frac{\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}}{\sigma\sqrt{1/n_j + 1/n_k}} \sim N(0,1) \tag{19}$$

Como σ^2 es desconocido, se usa el CM_E para estimarlo.

$$T = \frac{\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}}{\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}} \sim t_{N-k} \tag{20}$$

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Por lo tanto, se rechaza H_0 si $|T| > t_{\alpha/2,N-k}$, lo cual es equivalente a rechazar H_0 si

$$|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| > t_{\alpha/2,N-k}\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}$$

Otra manera de contrastar la hipótesis es construyendo el intervalo de confianza para $\mu_j - \mu_k$ el cual es

$$|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| \pm t_{\alpha/2,N-k}\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}$$

Si el intervalo no contiene el cero rechazamos H_0.

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Por lo tanto, se rechaza H_0 si $|T| > t_{\alpha/2,N-k}$, lo cual es equivalente a rechazar H_0 si

$$|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| > t_{\alpha/2,N-k}\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}$$

Otra manera de contrastar la hipótesis es construyendo el intervalo de confianza para $\mu_j - \mu_k$ el cual es

$$|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| \pm t_{\alpha/2,N-k}\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}$$

Si el intervalo no contiene el cero rechazamos H_0.

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Método de la Diferencia Mínima Significativa

Por lo tanto, se rechaza H_0 si $|T| > t_{\alpha/2,N-k}$, lo cual es equivalente a rechazar H_0 si

$$|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| > t_{\alpha/2,N-k}\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}$$

Otra manera de contrastar la hipótesis es construyendo el intervalo de confianza para $\mu_j - \mu_k$ el cual es

$$|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| \pm t_{\alpha/2,N-k}\sqrt{CM_E(1/n_j + 1/n_k)}$$

Si el intervalo no contiene el cero rechazamos H_0.

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Procedimiento aplicado para probar hipótesis de la forma $H_0 : \mu_j - \mu_k = 0$, inicialmente en diseños balanceados. Este método hace uso de la Distribución del Rango Estudentizado, el cual se define a continuación.

Definición

Sean $Z_1, ..., Z_m$ y U variables aleatorias independientes, tales que $Z_i \sim N(0;1)(i = 1, 2, ...m)$ y $U \sim \chi^2_m$. Sea además,

$$q = \max_{i \neq j} \frac{|Z_i - Z_j|}{\sqrt{U/m}} \tag{21}$$

Decimos que q tiene una distribución de rango estudentizado , lo que se denota, $q \sim q_{k;m}$.

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Procedimiento aplicado para probar hipótesis de la forma $H_0 : \mu_j - \mu_k = 0$, inicialmente en diseños balanceados. Este método hace uso de la Distribución del Rango Estudentizado, el cual se define a continuación.

Definición

Sean $Z_1, ..., Z_m$ y U variables aleatorias independientes, tales que $Z_i \sim N(0; 1)(i = 1, 2, ...m)$ y $U \sim \chi^2_m$. Sea además,

$$q = \max_{i \neq j} \frac{|Z_i - Z_j|}{\sqrt{U/m}} \tag{21}$$

Decimos que q tiene una distribución de rango estudentizado , lo que se denota, $q \sim q_{k;m}$.

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Procedimiento aplicado para probar hipótesis de la forma $H_0 : \mu_j - \mu_k = 0$, inicialmente en diseños balanceados. Este método hace uso de la Distribución del Rango Estudentizado, el cual se define a continuación.

Definición

Sean $Z_1, ..., Z_m$ y U variables aleatorias independientes, tales que $Z_i \sim N(0;1)(i = 1, 2, ...m)$ y $U \sim \chi^2_m$. Sea además,

$$q = \max_{i \neq j} \frac{|Z_i - Z_j|}{\sqrt{U/m}} \tag{21}$$

Decimos que q tiene una distribución de rango estudentizado , lo que se denota, $q \sim q_{k;m}$.

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Procedimiento aplicado para probar hipótesis de la forma $H_0 : \mu_j - \mu_k = 0$, inicialmente en diseños balanceados. Este método hace uso de la Distribución del Rango Estudentizado, el cual se define a continuación.

Definición

Sean $Z_1, ..., Z_m$ y U variables aleatorias independientes, tales que $Z_i \sim N(0;1)(i = 1, 2, ...m)$ y $U \sim \chi^2_m$. Sea además,

$$q = \max_{i \neq j} \frac{|Z_i - Z_j|}{\sqrt{U/m}} \tag{21}$$

Decimos que q tiene una distribución de rango estudentizado , lo que se denota, $q \sim q_{k;m}$.

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Estadístico de Prueba

$$T = q_{\alpha;k,N-k}\sqrt{CM_E/n} \quad (22)$$

donde $q_{\alpha;k,N-k}$ es el punto superior α de la distribución de rango estudentizado

Estadístico de Prueba

Si $|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| > T$ concluimos que μ_j y μ_k son diferentes, en otro caso, se consideran iguales.

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Estadístico de Prueba

$$T = q_{\alpha;k,N-k}\sqrt{CM_E/n} \tag{22}$$

donde $q_{\alpha;k,N-k}$ es el punto superior α de la distribución de rango estudentizado

Estadístico de Prueba

Si $|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| > T$ concluimos que μ_j y μ_k son diferentes, en otro caso, se consideran iguales.

Método de los Rangos Estudentizados o Método de Tukey

Estadístico de Prueba

$$T = q_{\alpha;k,N-k}\sqrt{CM_E/n} \qquad (22)$$

donde $q_{\alpha;k,N-k}$ es el punto superior α de la distribución de rango estudentizado

Estadístico de Prueba

Si $|\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.k}| > T$ concluimos que μ_j y μ_k son diferentes, en otro caso, se consideran iguales.

Caso No Balanceado

Estadístico de Prueba

Para el caso no balanceado, Kramer (1.956) propone el siguiente cambio en el estadístico de prueba

$$T = q_{\alpha;k,f_E}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_j}+\frac{1}{n_k}\right)CM_E/n} \qquad (23)$$

donde f_E son los grados de libertad para el error. Este método es referido como el método de Tukey-Kramer.

Estadístico de Prueba

Para el caso no balanceado, Kramer (1.956) propone el siguiente cambio en el estadístico de prueba

$$T = q_{\alpha;k,f_E}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_j}+\frac{1}{n_k}\right)CM_E/n} \qquad (23)$$

donde f_E son los grados de libertad para el error. Este método es referido como el método de Tukey-Kramer.

Método de los Rangos Múltiples de Duncan

Método de los Rangos Múltiples de Duncan

Test diseñado para comparar todos los posibles pares de medias $[k(k-1)/2]$. A diferencia del test de Tukey, éste usa diferentes valores críticos, los cuales dependen del rango de $\bar{Y}_{.j}$ y $\bar{Y}_{.k}$. Esto es, dependen del número de medias entre ellas, una vez que han sido ordenadas en forma ascendente.

Método de los Rangos Múltiples de Duncan

Método de los Rangos Múltiples de Duncan

Test diseñado para comparar todos los posibles pares de medias $[k(k-1)/2]$. A diferencia del test de Tukey, éste usa diferentes valores críticos, los cuales dependen del rango de $\bar{Y}_{.j}$ y $\bar{Y}_{.k}$. Esto es, dependen del número de medias entre ellas, una vez que han sido ordenadas en forma ascendente.

Método de los Rangos Múltiples de Duncan

Método de los Rangos Múltiples de Duncan

Sean $\bar{Y}_{(,1)}, ..., \bar{Y}_{(.k)}$ las medias de tratamientos ordenadas en forma ascendente. Si entre $\bar{Y}_{(.j)}$ y $\bar{Y}_{(.k)}$ hay p medias, entonces un test rango estudentizado de tamaño α, es conducido comparando $\bar{Y}_{(.j)} - \bar{Y}_{(.k)}$ con $D_p = r_\alpha(p, f_\varepsilon)\sqrt{\frac{CM_E}{n}}$, donde $r_\alpha(p, f_\varepsilon)$ es el rango significativo de la tabla de Duncan para el nivel α. Si $\bar{Y}_{(.j)} - \bar{Y}_{(.k)} > D_p$, entonces μ_j y μ_k son significativamente diferentes.

Método de los Rangos Múltiples de Duncan

Método de los Rangos Múltiples de Duncan

Sean $\bar{Y}_{(,1)}, ..., \bar{Y}_{(.k)}$ las medias de tratamientos ordenadas en forma ascendente. Si entre $\bar{Y}_{(.j)}$ y $\bar{Y}_{(.k)}$ hay p medias, entonces un test rango estudentizado de tamaño α, es conducido comparando $\bar{Y}_{(.j)} - \bar{Y}_{(.k)}$ con $D_p = r_\alpha(p, f_\varepsilon)\sqrt{\frac{CM_E}{n}}$, donde $r_\alpha(p, f_\varepsilon)$ es el rango significativo de la tabla de Duncan para el nivel α. Si $\bar{Y}_{(.j)} - \bar{Y}_{(.k)} > D_p$, entonces μ_j y μ_k son significativamente diferentes.

Procedimiento

Procedimiento

El procedimiento de Duncan se desarrolla de la siguiente manera:

1. Ordenar las medias en forma ascendente.
2. Obtener las diferencias entre cada par de medias de la siguiente manera:

$$\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(1)}, \bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(2)}, \ldots, \bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(k-1)}, \ldots, \bar{Y}_{.(2)} - \bar{Y}_{.(1)}$$

3. Obtener $r_\alpha(p, f)$ y comparar $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(1)}$ con D_k. Si esta diferencia no es significativa, debemos considerar las diferencias $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(2)}$ y $\bar{Y}_{.(k-1)} - \bar{Y}_{.(1)}$ y compararlas con D_{k-1} y así sucesivamente hasta comparar las diferencias $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(k-1)}, \bar{Y}_{.(k-1)} - \bar{Y}_{.(k-2)}$ con D_2.

Procedimiento

Procedimiento

El procedimiento de Duncan se desarrolla de la siguiente manera:

1. Ordenar las medias en forma ascendente.
2. Obtener las diferencias entre cada par de medias de la siguiente manera:

$$\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(1)}, \bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(2)}, \ldots, \bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(k-1)}, \ldots, \bar{Y}_{.(2)} - \bar{Y}_{.(1)}$$

3. Obtener $r_\alpha(p, f_\varepsilon)$ y comparar $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(1)}$ con D_k. Si esta diferencia no es significativa, debemos considerar las diferencias $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(2)}$ y $\bar{Y}_{.(k-1)} - \bar{Y}_{.(1)}$ y compararlas con D_{k-1} , y así sucesivamente hasta comparar las diferencias $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(k-1)}, \bar{Y}_{.(k-1)} - \bar{Y}_{.(k-2)}$ con D_2.

Procedimiento

Procedimiento

El procedimiento de Duncan se desarrolla de la siguiente manera:

1. Ordenar las medias en forma ascendente.
2. Obtener las diferencias entre cada par de medias de la siguiente manera:

$$\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(1)}, \bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(2)}, \ldots, \bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(k-1)}, \ldots, \bar{Y}_{.(2)} - \bar{Y}_{.(1)}$$

3. Obtener $r_{\alpha}(p, f_{\varepsilon})$ y comparar $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(1)}$ con D_k. Si esta diferencia no es significativa, debemos considerar las diferencias $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(2)}$ y $\bar{Y}_{.(k-1)} - \bar{Y}_{.(1)}$ y compararlas con D_{k-1} , y así sucesivamente hasta comparar las diferencias $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(k-1)}, \bar{Y}_{.(k-1)} - \bar{Y}_{.(k-2)}$ con D_2.

Procedimiento

Procedimiento

El procedimiento de Duncan se desarrolla de la siguiente manera:

1. Ordenar las medias en forma ascendente.
2. Obtener las diferencias entre cada par de medias de la siguiente manera:

$$\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(1)}, \bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(2)}, \ldots, \bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(k-1)}, \ldots, \bar{Y}_{.(2)} - \bar{Y}_{.(1)}$$

3. Obtener $r_{\alpha}(p, f_{\varepsilon})$ y comparar $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(1)}$ con D_k. Si esta diferencia no es significativa, debemos considerar las diferencias $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(2)}$ y $\bar{Y}_{.(k-1)} - \bar{Y}_{.(1)}$ y compararlas con D_{k-1} , y así sucesivamente hasta comparar las diferencias $\bar{Y}_{.(k)} - \bar{Y}_{.(k-1)}, \bar{Y}_{.(k-1)} - \bar{Y}_{.(k-2)}$ con D_2.

Procedimiento

Caso no Balanceado

Si el modelo es no balanceado, n suele ser reemplazado por $n_h = \dfrac{k}{\sum_{j=1}^{k} \frac{1}{n_j}}$.ç

Procedimiento

Caso no Balanceado

Si el modelo es no balanceado, n suele ser reemplazado por $n_h = \dfrac{k}{\displaystyle\sum_{j=1}^{k} \frac{1}{n_j}}$.ç

Método de Newman Keuls

Método de Newman Keuls

Es un método restringido a la comparación entre pares de medias. Es similar en cuanto a su procedimiento, al Test de Rangos Múltiples de Duncan, no así en su eficiencia.

Prueba

$$NK_p = q_{\alpha;p,f_E}\sqrt{\frac{CME}{n}} \qquad p = 2, 3, ..., k \tag{24}$$

donde q_α es el valor critico de la tabla de rango estudentizado. μ_j y μ_k, se consideran significativamente diferentes si y solo si $(\bar{Y}_{(.j)} - \bar{Y}_{(.k)}) > NK_p$.

Método de Newman Keuls

Método de Newman Keuls

Es un método restringido a la comparación entre pares de medias. Es similar en cuanto a su procedimiento, al Test de Rangos Múltiples de Duncan, no así en su eficiencia.

Prueba

$$NK_p = q_{\alpha;p,f_E}\sqrt{\frac{CME}{n}} \qquad p = 2, 3, ..., k \qquad (24)$$

donde q_α es el valor critico de la tabla de rango estudentizado. μ_j y μ_k, se consideran significativamente diferentes si y solo si $(\bar{Y}_{(.j)} - \bar{Y}_{(.k)}) > NK_p$.

Método de Newman Keuls

Método de Newman Keuls

Es un método restringido a la comparación entre pares de medias. Es similar en cuanto a su procedimiento, al Test de Rangos Múltiples de Duncan, no así en su eficiencia.

Prueba

$$NK_p = q_{\alpha;p,f_E}\sqrt{\frac{CME}{n}} \qquad p = 2, 3, ..., k \tag{24}$$

donde q_α es el valor critico de la tabla de rango estudentizado. μ_j y μ_k, se consideran significativamente diferentes si y solo si $(\bar{Y}_{(.j)} - \bar{Y}_{(.k)}) > NK_p$.

Método de Newman Keuls

Método de Newman Keuls

Es un método restringido a la comparación entre pares de medias. Es similar en cuanto a su procedimiento, al Test de Rangos Múltiples de Duncan, no así en su eficiencia.

Prueba

$$NK_p = q_{\alpha;p,f_E}\sqrt{\frac{CME}{n}} \qquad p = 2, 3, ..., k \tag{24}$$

donde q_α es el valor critico de la tabla de rango estudentizado. μ_j y μ_k, se consideran significativamente diferentes si y solo si $(\bar{Y}_{(.j)} - \bar{Y}_{(.k)}) > NK_p$.

Método de Dunnet

Método de Dunnet

Se usa cuando dentro del grupo de k tratamientos se tiene un tratamiento control, y el objetivo principal del experimento es comparar a los $(k-1)$ tratamientos restantes con éste.

Prueba

Si el tratamiento S es el control, se quiere probar la hipótesis:

$$H_0 : \mu_S = \mu_j \qquad j = 1, ..., k; \qquad j \neq S$$

Para hacer las $(k-1)$ comparaciones se usa el procedimiento desarrollado por Dunnett y el cual consiste en comparar $d = (\bar{Y}_{(.S)} - \bar{Y}_{(.j)})$ con el valor crítico

Método de Dunnet

Método de Dunnet

Se usa cuando dentro del grupo de k tratamientos se tiene un tratamiento control, y el objetivo principal del experimento es comparar a los $(k-1)$ tratamientos restantes con éste.

Prueba

Si el tratamiento S es el control, se quiere probar la hipótesis:

$$H_0 : \mu_S = \mu_j \qquad j = 1, ..., k; \qquad j \neq S$$

Para hacer las $(k-1)$ comparaciones se usa el procedimiento desarrollado por Dunnett y el cual consiste en comparar $d = (\bar{Y}_{(.S)} - \bar{Y}_{(.j)})$ con el valor crítico

Método de Dunnet

Método de Dunnet

Se usa cuando dentro del grupo de k tratamientos se tiene un tratamiento control, y el objetivo principal del experimento es comparar a los $(k-1)$ tratamientos restantes con éste.

Prueba

Si el tratamiento S es el control, se quiere probar la hipótesis:

$$H_0 : \mu_S = \mu_j \qquad j = 1, ..., k; \qquad j \neq S$$

Para hacer las $(k-1)$ comparaciones se usa el procedimiento desarrollado por Dunnett y el cual consiste en comparar $d = (\bar{Y}_{(.S)} - \bar{Y}_{(.j)})$ con el valor crítico

Método de Dunnet

Método de Dunnet

Se usa cuando dentro del grupo de k tratamientos se tiene un tratamiento control, y el objetivo principal del experimento es comparar a los $(k-1)$ tratamientos restantes con éste.

Prueba

Si el tratamiento S es el control, se quiere probar la hipótesis:

$$H_0 : \mu_S = \mu_j \qquad j = 1, ..., k; \qquad j \neq S$$

Para hacer las $(k-1)$ comparaciones se usa el procedimiento desarrollado por Dunnett y el cual consiste en comparar $d = (\bar{Y}_{(.S)} - \bar{Y}_{(.j)})$ con el valor crítico

Método de Dunnet

Procedimiento

$$D = \left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s > \mu_j$$

$$D' = -\left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s < \mu_j$$

$$D'' = \left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha/2,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s \neq \mu_j$$

Luego, rechazamos H_0 sí y sólo sí:

$$d \geq D \quad si \quad H_1 : \mu_s > \mu_j$$

$$d \leq D' \quad si \quad H_1 : \mu_s < \mu_j$$

$$|d| \neq D'' \quad si \quad H_1 : \mu_s \neq \mu_j$$

Método de Dunnet

Procedimiento

$$D = \left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s > \mu_j$$

$$D' = -\left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s < \mu_j$$

$$D'' = \left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha/2,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s \neq \mu_j$$

Luego, rechazamos H_0 sí y sólo sí:

$$d \geq D \quad si \quad H_1 : \mu_s > \mu_j$$

$$d \leq D' \quad si \quad H_1 : \mu_s < \mu_j$$

$$|d| \neq D'' \quad si \quad H_1 : \mu_s \neq \mu_j$$

Método de Dunnet

Procedimiento

$$D = \left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s > \mu_j$$

$$D' = -\left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s < \mu_j$$

$$D'' = \left(\frac{2CM_E}{n}\right)^{-1/2} d_{k-1,\alpha/2,f} \quad si \quad H_1 : \mu_s \neq \mu_j$$

Luego, rechazamos H_0 sí y sólo sí:

$$d \geq D \quad si \quad H_1 : \mu_s > \mu_j$$

$$d \leq D' \quad si \quad H_1 : \mu_s < \mu_j$$

$$|d| \neq D'' \quad si \quad H_1 : \mu_s \neq \mu_j$$