Introducción

Introducción

- uno de los principales objetivos que se persigue al diseñar un experimento, es reducir el error aleatorio y de esta forma, incrementar la precisión de los resultados.
- En el diseño completamente aleatorio se supone que las unidades experimentales son relativamente homogéneas con respecto a factores que afectan la variable respuesta.
- Algunas veces no tenemos disponibles suficientes unidades experimentales homogéneas. Por lo tanto, cualquier factor que afecte la variable respuesta y que varíe entre las unidades experimentales aumentará la varianza del error experimental, disminuyendo así la precisión de las comparaciones.

Introducción

Introducción

- uno de los principales objetivos que se persigue al diseñar un experimento, es reducir el error aleatorio y de esta forma, incrementar la precisión de los resultados.
- En el diseño completamente aleatorio se supone que las unidades experimentales son relativamente homogéneas con respecto a factores que afectan la variable respuesta.
- Algunas veces no tenemos disponibles suficientes unidades experimentales homogéneas. Por lo tanto, cualquier factor que afecte la variable respuesta y que varíe entre las unidades experimentales aumentará la varianza del error experimental, disminuyendo así la precisión de las comparaciones.

Introducción

Introducción

- uno de los principales objetivos que se persigue al diseñar un experimento, es reducir el error aleatorio y de esta forma, incrementar la precisión de los resultados.
- En el diseño completamente aleatorio se supone que las unidades experimentales son relativamente homogéneas con respecto a factores que afectan la variable respuesta.
- Algunas veces no tenemos disponibles suficientes unidades experimentales homogéneas. Por lo tanto, cualquier factor que afecte la variable respuesta y que varíe entre las unidades experimentales aumentará la varianza del error experimental, disminuyendo así la precisión de las comparaciones.

Introducción

Introducción

- uno de los principales objetivos que se persigue al diseñar un experimento, es reducir el error aleatorio y de esta forma, incrementar la precisión de los resultados.
- En el diseño completamente aleatorio se supone que las unidades experimentales son relativamente homogéneas con respecto a factores que afectan la variable respuesta.
- Algunas veces no tenemos disponibles suficientes unidades experimentales homogéneas. Por lo tanto, cualquier factor que afecte la variable respuesta y que varíe entre las unidades experimentales aumentará la varianza del error experimental, disminuyendo así la precisión de las comparaciones.

Introducción

Ejemplo

El gerente de una empresa desea comparar cuatro máquinas diferentes y tomar alguna decisión acerca de cual máquina adquirir de acuerdo a la velocidad de ensamblaje mostrada. El factor de interés es sólo la máquina, pero es importante tomar en cuenta que la operación de las máquinas requiere determinada destreza, pues operadores mas diestros pueden incidir en la disminución del tiempo de ensamblaje del artículo

Introducción

Ejemplo

El gerente de una empresa desea comparar cuatro máquinas diferentes y tomar alguna decisión acerca de cual máquina adquirir de acuerdo a la velocidad de ensamblaje mostrada. El factor de interés es sólo la máquina, pero es importante tomar en cuenta que la operación de las máquinas requiere determinada destreza, pues operadores mas diestros pueden incidir en la disminución del tiempo de ensamblaje del artículo

Introducción

¿Que hacer?

Para disminuir tal variabilidad, se utilizan mecanismos conocidos como control local. Uno de ellos es, disponer de unidades experimentales en varios grupos homogéneos, llamados generalmente bloques, los cuales admiten variación entre ellos.

Introducción

¿Que hacer?

Para disminuir tal variabilidad, se utilizan mecanismos conocidos como control local. Uno de ellos es, disponer de unidades experimentales en varios grupos homogéneos, llamados generalmente bloques, los cuales admiten variación entre ellos.

Introducción

En el ejemplo anterior se vio que hay dos factores que aportan sobre la variabilidad de la respuesta, el tipo de máquina y el operador, pero como solo es de interés el efecto que tiene la máquina, entonces es necesario controlar el efecto producido por los operadores, esto se logra colocando los operadores como bloques, es decir, cada operador debe usar las 4 máquinas, de esta manera la variabilidad producida por cada operario se deberá a la diferencia entre las máquinas.

Introducción

En el ejemplo anterior se vio que hay dos factores que aportan sobre la variabilidad de la respuesta, el tipo de máquina y el operador, pero como solo es de interés el efecto que tiene la máquina, entonces es necesario controlar el efecto producido por los operadores, esto se logra colocando los operadores como bloques, es decir, cada operador debe usar las 4 máquinas, de esta manera la variabilidad producida por cada operario se deberá a la diferencia entre las máquinas.

Introducción

Dependiendo del tamaño del bloque usado

1. **Diseño de bloque completo:** Cada bloque contiene todos los tratamientos.
2. **Diseño de bloque incompleto:** El tamaño de al menos un bloque es menor que el número de tratamientos en el experimento. Existen dos tipos de bloques aleatorizados incompletos:

Introducción

Dependiendo del tamaño del bloque usado

1. **Diseño de bloque completo:** Cada bloque contiene todos los tratamientos.
2. **Diseño de bloque incompleto:** El tamaño de al menos un bloque es menor que el número de tratamientos en el experimento. Existen dos tipos de bloques aleatorizados incompletos:
   1. b.1. Balanceado: Todos los bloques tienen el mismo tamaño y el número de bloques en el que cualquier par de tratamientos aparece juntos, es constante.
   - No Balanceado: El número de bloques que contiene cualquier par de tratamientos no es constante, puede diferir de un par a otro.

Introducción

Dependiendo del tamaño del bloque usado

1. **Diseño de bloque completo:** Cada bloque contiene todos los tratamientos.
2. **Diseño de bloque incompleto:** El tamaño de al menos un bloque es menor que el número de tratamientos en el experimento. Existen dos tipos de bloques aleatorizados incompletos:
    1. b.1. Balanceado: Todos los bloques tienen el mismo tamaño y el número de bloques en el que cualquier par de tratamientos aparece juntos, es constante.
    2. No Balanceado: El número de bloques que contiene cualquier par de tratamientos no es constante, puede diferir de un par a otro.

Introducción

Dependiendo del tamaño del bloque usado

1. **Diseño de bloque completo:** Cada bloque contiene todos los tratamientos.
2. **Diseño de bloque incompleto:** El tamaño de al menos un bloque es menor que el número de tratamientos en el experimento. Existen dos tipos de bloques aleatorizados incompletos:
   1. b.1. Balanceado: Todos los bloques tienen el mismo tamaño y el número de bloques en el que cualquier par de tratamientos aparece juntos, es constante.
   2. No Balanceado: El número de bloques que contiene cualquier par de tratamientos no es constante, puede diferir de un par a otro.

Introducción

Dependiendo del tamaño del bloque usado

1. **Diseño de bloque completo:** Cada bloque contiene todos los tratamientos.
2. **Diseño de bloque incompleto:** El tamaño de al menos un bloque es menor que el número de tratamientos en el experimento. Existen dos tipos de bloques aleatorizados incompletos:
    1. b.1. Balanceado: Todos los bloques tienen el mismo tamaño y el número de bloques en el que cualquier par de tratamientos aparece juntos, es constante.
    2. No Balanceado: El número de bloques que contiene cualquier par de tratamientos no es constante, puede diferir de un par a otro.

Introducción

Por lo tanto

Los bloques se pueden definir como los valores de un factor que se piensa influye sobre la respuesta pero que no es de interés en el estudio.

Introducción

Por lo tanto

Los bloques se pueden definir como los valores de un factor que se piensa influye sobre la respuesta pero que no es de interés en el estudio.

El Modelo

En el diseño de bloques la variable respuesta esta influenciada por tres factores:

1. El factor de interés a través de sus tratamientos,
2. el factor que no es de interés estudiar y
3. el error experimental el cual contiene todas aquellas variables que no han sido tomadas en cuenta.

El Modelo

En el diseño de bloques la variable respuesta esta influenciada por tres factores:

1. El factor de interés a través de sus tratamientos,
2. el factor que no es de interés estudiar y
3. el error experimental el cual contiene todas aquellas variables que no han sido tomadas en cuenta

El Modelo

En el diseño de bloques la variable respuesta esta influenciada por tres factores:

1. El factor de interés a través de sus tratamientos,
2. el factor que no es de interés estudiar y
3. el error experimental el cual contiene todas aquellas variables que no han sido tomadas en cuenta

El Modelo

En el diseño de bloques la variable respuesta esta influenciada por tres factores:

1. El factor de interés a través de sus tratamientos,
2. el factor que no es de interés estudiar y
3. el error experimental el cual contiene todas aquellas variables que no han sido tomadas en cuenta

El Modelo

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{matrix} i = 1, 2, \cdots, b \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{matrix}$$

Y_{ij} es la observación del j-ésimo tratamiento en el i-ésimo bloque.

μ es la media general

β_i es el efecto del i-ésimo bloque

τ_j es el efecto de j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, b \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array}$$

Y_{ij} es la observación del j-ésimo tratamiento en el i-ésimo bloque.

μ es la media general

β_i es el efecto del i-ésimo bloque

τ_j es el efecto de j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, b \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array}$$

Y_{ij} es la observación del j-ésimo tratamiento en el i-ésimo bloque.

μ es la media general

β_i es el efecto del i-ésimo bloque

τ_j es el efecto de j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, b \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array}$$

Y_{ij} es la observación del j-ésimo tratamiento en el i-ésimo bloque.

μ es la media general

β_i es el efecto del i-ésimo bloque

τ_j es el efecto de j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, b \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array}$$

Y_{ij} es la observación del j-ésimo tratamiento en el i-ésimo bloque.

μ es la media general

β_i es el efecto del i-ésimo bloque

τ_j es el efecto de j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, b \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array}$$

Y_{ij} es la observación del j-ésimo tratamiento en el i-ésimo bloque.

μ es la media general

β_i es el efecto del i-ésimo bloque

τ_j es el efecto de j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \cdots, b \\ j = 1, 2, \cdots, k \end{array}$$

Y_{ij} es la observación del j-ésimo tratamiento en el i-ésimo bloque.

μ es la media general

β_i es el efecto del i-ésimo bloque

τ_j es el efecto de j-ésimo tratamiento

ε_{ij} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

En este modelo, $\beta_i = \mu_{i.} - \mu$ y $\tau_j = \mu_{.j} - \mu$
Además suponiendo que el modelo es de efectos fijos se cumple que

$$\sum_{i=1}^{b} \beta_i = \sum_{j=1}^{k} \tau_j = 0$$

Un supuesto adicional a los ya considerados, es que el efecto de cada tratamiento es el mismo en todos los bloques. Esto significa que no existe interacción entre bloques y tratamientos.

El Modelo

En este modelo, $\beta_i = \mu_{i.} - \mu$ y $\tau_j = \mu_{.j} - \mu$
Además suponiendo que el modelo es de efectos fijos se cumple que

$$\sum_{i=1}^{b} \beta_i = \sum_{j=1}^{k} \tau_j = 0$$

Un supuesto adicional a los ya considerados, es que el efecto de cada tratamiento es el mismo en todos los bloques. Esto significa que no existe interacción entre bloques y tratamientos.

Tabla de datos

Cuadro: Tabla

		Tratamiento				Total bloque
		1	2	$\cdots$	k	
Bloque	1	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1k}	$y_{1.}$
	2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2k}	$y_{2.}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	
	b	y_{b1}	y_{b2}	$\cdots$	y_{bk}	$y_{b.}$
Total Trat		$y_{,1}$	$y_{,2}$	$\cdots$	$y_{.k}$	$y_{..}$

Tabla de datos

Cuadro: Tabla

		Tratamiento				Total
		1	2	$\cdots$	k	bloque
Bloque	1	y_{11}	y_{12}	$\cdots$	y_{1k}	$y_{1.}$
	2	y_{21}	y_{22}	$\cdots$	y_{2k}	$y_{2.}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	
	b	y_{b1}	y_{b2}	$\cdots$	y_{bk}	$y_{b.}$
Total Trat		$y_{,1}$	$y_{,2}$	$\cdots$	$y_{.k}$	$y_{..}$

Hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{1}$$

otra manera es

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\ H_1 &: \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i \end{aligned} \tag{2}$$

Hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{1}$$

otra manera es

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\ H_1 &: \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i \end{aligned} \tag{2}$$

Hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{1}$$

otra manera es

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\ H_1 &: \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i \end{aligned} \tag{2}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Elementos del Análisis de Varianza

La hipótesis se prueban con un *análisis de varianza con dos criterios de clasificación*; se utilizan los dos criterios porque se controlan dos fuentes de variación: el factor de tratamientos y el factor de bloque.

Elementos del Análisis de Varianza

Elementos del Análisis de Varianza

La hipótesis se prueban con un *análisis de varianza con dos criterios de clasificación*; se utilizan los dos criterios porque se controlan dos fuentes de variación: el factor de tratamientos y el factor de bloque.

Elementos del Análisis de Varianza

¿Como medir la variabilidad?

Una medida de la desviación de las observaciones con respecto a la media está dada por $\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$, la cuál restándole y sumándole los promedios de los tratamientos y los bloques y el promedio general y ordenándolo convenientemente se tiene que

Elementos del Análisis de Varianza

¿Como medir la variabilidad?

Una medida de la desviación de las observaciones con respecto a la media está dada por $\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2$, la cuál restándole y sumándole los promedios de los tratamientos y los bloques y el promedio general y ordenándolo convenientemente se tiene que

Elementos del Análisis de Varianza

¿Como medir la variabilidad?

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}[(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})+(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}) \quad (3)$$

$$+ \quad (y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})]^2 \quad (4)$$

Elementos del Análisis de Varianza

¿Como medir la variabilidad?

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}[(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})+(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}) \quad (3)$$

$$+ \quad (y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})]^2 \quad (4)$$

Elementos del Análisis de Varianza

Desarrollando se obtiene...

$$
\begin{aligned}
\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 &= \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2+\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^2\\
&+\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})^2\\
&+2\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})\\
&+2\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})\\
&+2\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})
\end{aligned}
$$

Elementos del Análisis de Varianza

Desarrollando se obtiene...

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 &= \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2+\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^2 \\
&+ \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})^2 \\
&+ 2\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}) \\
&+ 2\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..}) \\
&+ 2\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})
\end{aligned}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Lo cual se simplifica a...

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2+\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^2 + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})^2$$

$$SC_T = SC_B + SC_{Tr} + SC_E \tag{5}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Lo cual se simplifica a...

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2+\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^2 + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})^2$$

$$SC_T = SC_B + SC_{Tr} + SC_E \quad (5)$$

Elementos del Análisis de Varianza

Lo cual se simplifica a...

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2+\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^2 + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})^2$$

$$SC_T = SC_B + SC_{Tr} + SC_E \tag{5}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Para efectos de cálculo..

$$
\begin{aligned}
SC_T &= \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{bk} \\
SC_B &= \sum_{i=1}^{b} \frac{y_{i.}^2}{k} - \frac{y_{..}^2}{bk} \\
SC_{Tr} &= \sum_{j=1}^{k} \frac{y_{.j}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{bk} \\
SC_E &= SC_T - SC_B - SC_{Tr}
\end{aligned}
$$

Elementos del Análisis de Varianza

Para efectos de cálculo..

$$
\begin{aligned}
SC_T &= \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{b} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{bk} \\
SC_B &= \sum_{i=1}^{b} \frac{y_{i.}^2}{k} - \frac{y_{..}^2}{bk} \\
SC_{Tr} &= \sum_{j=1}^{k} \frac{y_{.j}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{bk} \\
SC_E &= SC_T - SC_B - SC_{Tr}
\end{aligned}
$$

Elementos del Análisis de Varianza

Comparando los 2 modelos

$$\varepsilon_{ij}^{*} = \varepsilon_{ij} + \beta_i \qquad (6)$$

donde ε_{ij}^{*} es el error aleatorio del diseño completamente aleatorizado, ε_{ij} el error para el diseño de bloques completamente aleatorizado y β_i el efecto de bloque.

Comparando los 2 modelos

Esta igualdad implica que

$$SC_E(DCA) = SC_B + SC_E(DBCA) \qquad (7)$$

Elementos del Análisis de Varianza

Comparando los 2 modelos

$$\varepsilon^*_{ij} = \varepsilon_{ij} + \beta_i \qquad (6)$$

donde ε^*_{ij} es el error aleatorio del diseño completamente aleatorizado, ε_{ij} el error para el diseño de bloques completamente aleatorizado y β_i el efecto de bloque.

Comparando los 2 modelos

Esta igualdad implica que

$$SC_E(DCA) = SC_B + SC_E(DBCA) \qquad (7)$$

Elementos del Análisis de Varianza

Comparando los 2 modelos

$$\varepsilon_{ij}^{*} = \varepsilon_{ij} + \beta_i \tag{6}$$

donde ε_{ij}^{*} es el error aleatorio del diseño completamente aleatorizado, ε_{ij} el error para el diseño de bloques completamente aleatorizado y β_i el efecto de bloque.

Comparando los 2 modelos

Esta igualdad implica que

$$SC_E(DCA) = SC_B + SC_E(DBCA) \tag{7}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Cuadrados Medios

$$CM_{Tr} = \frac{SC_{Tr}}{k-1} \qquad CM_B = \frac{SC_B}{b-1} \qquad CM_E = \frac{SC_E}{(k-1)(b-1)} \tag{8}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Cuadrados Medios

$$CM_{Tr} = \frac{SC_{Tr}}{k-1} \qquad CM_{B} = \frac{SC_{B}}{b-1} \qquad CM_{E} = \frac{SC_{E}}{(k-1)(b-1)} \tag{8}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Esperanza de los Cuadrados Medios

$$
\begin{aligned}
E(CM_E) &= \sigma^2 \\
E(CM_{Tr}) &= \sigma^2 + \frac{b\sum_{j=1}^{k}\tau_j^2}{k-1} \\
E(CM_B) &= \sigma^2 + \frac{k\sum_{i=1}^{n}\beta_i^2}{b-1}
\end{aligned}
$$

Elementos del Análisis de Varianza

Esperanza de los Cuadrados Medios

$$
\begin{aligned}
E(CM_E) &= \sigma^2 \\
E(CM_{Tr}) &= \sigma^2 + \frac{b\sum_{j=1}^{k}\tau_j^2}{k-1} \\
E(CM_B) &= \sigma^2 + \frac{k\sum_{i=1}^{n}\beta_i^2}{b-1}
\end{aligned}
$$

Elementos del Análisis de Varianza

Hipótesis a Probar

$$
\begin{aligned}
H_0^1 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\
H_0^2 &: \beta_i = \beta_2 = \ldots = \beta_b = 0
\end{aligned} \tag{9}
$$

Si H_0^1 es verdadera

$$E(CM_{Tr}) = \sigma^2$$

Entonces

$$F_c^1 = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \sim F_{k-1,(b-1)(k-1)} \tag{10}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Hipótesis a Probar

$$
\begin{aligned}
H_0^1 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\
H_0^2 &: \beta_i = \beta_2 = \ldots = \beta_b = 0
\end{aligned} \tag{9}
$$

Si H_0^1 es verdadera

$$E(CM_{Tr}) = \sigma^2$$

Entonces

$$F_c^1 = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \sim F_{k-1,(b-1)(k-1)} \tag{10}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Hipótesis a Probar

$$\begin{aligned} H_0^1 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\ H_0^2 &: \beta_i = \beta_2 = \ldots = \beta_b = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

Si H_0^1 es verdadera

$$E(CM_{Tr}) = \sigma^2$$

Entonces

$$F_c^1 = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \sim F_{k-1,(b-1)(k-1)} \tag{10}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Hipótesis a Probar

$$
\begin{aligned}
H_0^1 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \\
H_0^2 &: \beta_i = \beta_2 = \ldots = \beta_b = 0 \qquad (9)
\end{aligned}
$$

Si H_0^1 es verdadera

$$E(CM_{Tr}) = \sigma^2$$

Entonces

$$F_c^1 = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \sim F_{k-1,(b-1)(k-1)} \qquad (10)$$

Elementos del Análisis de Varianza

Si H_0^2 es verdadera

$$E(CM_B) = \sigma^2$$

Entonces

$$F_c^2 = \frac{CM_B}{CM_E} \tag{11}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Si H_0^2 es verdadera

$$E(CM_B) = \sigma^2$$

Entonces

$$F_c^2 = \frac{CM_B}{CM_E} \tag{11}$$

Elementos del Análisis de Varianza

Si H_0^2 es verdadera

$$E(CM_B) = \sigma^2$$

Entonces

$$F_c^2 = \frac{CM_B}{CM_E} \tag{11}$$

Tabla de Análisis de Varianza para el DBCA

Todo se resume en...

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza para el DBCA

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	SC_{Tr}	k-1	CM_{Tr}	F_c^1
Bloque	SC_B	b-1	CM_B	F_c^2
Error	SC_E	(k-1)(b-1)	CM_E	
Total	SC_T	N-1		

Tabla de Análisis de Varianza para el DBCA

Todo se resume en...

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza para el DBCA

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	SC_{Tr}	k-1	CM_{Tr}	F_c^1
Bloque	SC_B	b-1	CM_B	F_c^2
Error	SC_E	(k-1)(b-1)	CM_E	
Total	SC_T	N-1		

Ejemplo

Ejemplo

Se realiza un experimento para determinar el efecto que tiene el grado de trabajo (vueltas por pulgada) en la resistencia del algodón. Se decide utilizar cinco niveles para el grado de trabajo; 150, 163, 169, 178 y 10 vueltas por pulgadas. Se sabe que además de este factor, existen otras posibles fuentes de variación, como las máquinas, operadores, material experimental, entre otros. Después de una discusión se decide ignorar el efecto de estos factores, excepto el factor máquinas, el cual será controlado. La variable respuesta medida es el número de roturas por cada cien libras de material. La tabla 3-1 muestra los resultados obtenidos:

Ejemplo

Ejemplo

Se realiza un experimento para determinar el efecto que tiene el grado de trabajo (vueltas por pulgada) en la resistencia del algodón. Se decide utilizar cinco niveles para el grado de trabajo; 150, 163, 169, 178 y 10 vueltas por pulgadas. Se sabe que además de este factor, existen otras posibles fuentes de variación, como las máquinas, operadores, material experimental, entre otros. Después de una discusión se decide ignorar el efecto de estos factores, excepto el factor máquinas, el cual será controlado. La variable respuesta medida es el número de roturas por cada cien libras de material. La tabla 3-1 muestra los resultados obtenidos:

Ejemplo

Ejemplo

Cuadro: Número de Rupturas por cada cien libras

		Grados de Trabajo				
		10	163	169	178	190
Máquina	1	9	24	42	29	68
	2	12	27	23	49	34
	3	12	22	22	17	60
	4	31	16	47	45	50
	5	22	25	17	39	57
	6	10	24	23	44	37

Ejemplo

Ejemplo

Cuadro: Número de Rupturas por cada cien libras

		Grados de Trabajo				
		10	163	169	178	190
Máquina	1	9	24	42	29	68
	2	12	27	23	49	34
	3	12	22	22	17	60
	4	31	16	47	45	50
	5	22	25	17	39	57
	6	10	24	23	44	37

Ejemplo

Definición de los elementos

- Tratamientos: Grados de Trabajo
- Bloques: Maquinas
- Variable Respuesta: Número de roturas por cada cien libras de material

La primera hipótesis a probar es

$$H_0^1 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Ejemplo

Definición de los elementos

- Tratamientos: Grados de Trabajo
- Bloques: Maquinas
- Variable Respuesta: Numero de roturas por cada cien libras de material

La primera hipótesis a probar es

$$H_0^1 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Ejemplo

Definición de los elementos

- Tratamientos: Grados de Trabajo
- Bloques: Maquinas
- Variable Respuesta: Numero de roturas por cada cien libras de material

La primera hipótesis a probar es

$$H_0^1 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Ejemplo

Definición de los elementos

- Tratamientos: Grados de Trabajo
- Bloques: Maquinas
- Variable Respuesta: Numero de roturas por cada cien libras de material

La primera hipótesis a probar es

$$H_0^1 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Ejemplo

Definición de los elementos

- Tratamientos: Grados de Trabajo
- Bloques: Maquinas
- Variable Respuesta: Numero de roturas por cada cien libras de material

La primera hipótesis a probar es

$$H_0^1 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Ejemplo

Definición de los elementos

- Tratamientos: Grados de Trabajo
- Bloques: Maquinas
- Variable Respuesta: Numero de roturas por cada cien libras de material

La primera hipótesis a probar es

$$H_0^1 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$$

Ejemplo

Tabla de totales

Cuadro: Tabla de totales

		Tratamiento					Total bloque
		10	163	169	178	190	
Bloque	1	9	24	42	29	68	172
	2	12	27	23	49	34	145
	3	12	22	22	17	60	133
	4	31	16	47	45	50	189
	5	22	25	17	39	57	160
	6	10	24	23	44	37	138
Total Tratamiento		96	138	174	224	305	937

Ejemplo

Tabla de totales

Cuadro: Tabla de totales

		Tratamiento					Total bloque
		10	163	169	178	190	
Bloque	1	9	24	42	29	68	172
	2	12	27	23	49	34	145
	3	12	22	22	17	60	133
	4	31	16	47	45	50	189
	5	22	25	17	39	57	160
	6	10	24	23	44	37	138
Total Tratamiento		96	138	174	224	305	937

Ejemplo

Calculos y sumas de cuadrados

$\sum_{j=1}^{6}\sum_{i=1}^{5} Y_{ij}^2 = 36475$. Entonces

$$
\begin{aligned}
SC_T &= 36475 - \frac{937^2}{30} = 7209,367 \\
SC_B &= 29732,600 - \frac{937^2}{30} = 466,967 \\
SC_{Tr} &= 33{,}650,167 - \frac{937^2}{30} = 4384,533 \\
SC_E &= 7209,367 - 466,967 - 4384,533 = 2357,867
\end{aligned}
$$

Ejemplo

Calculos y sumas de cuadrados

$\sum_{j=1}^{6}\sum_{i=1}^{5} Y_{ij}^2 = 36475$. Entonces

$$
\begin{aligned}
SC_T &= 36475 - \frac{937^2}{30} = 7209,367 \\
SC_B &= 29732,600 - \frac{937^2}{30} = 466,967 \\
SC_{Tr} &= 33,650,167 - \frac{937^2}{30} = 4384,533 \\
SC_E &= 7209,367 - 466,967 - 4384,533 = 2357,867
\end{aligned}
$$

Ejemplo

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza para el DBCA

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	4384,533	4	1096,133	9,298
Bloque	466,967	5	93,393	0,792
Error	2357,867	20	93,393	
Total	7209,367	29		

Ejemplo

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza para el DBCA

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	4384,533	4	1096,133	9,298
Bloque	466,967	5	93,393	0,792
Error	2357,867	20	93,393	
Total	7209,367	29		

Ejemplo

Con un $\alpha = 0{,}05$, el valor crítico es $F_{4,20,0{,}05} = 2,87$ y dado que 9,298 es mayor que 2,87, entonces se rechaza la hipótesis

Ejemplo

Con un $\alpha = 0{,}05$, el valor crítico es $F_{4,20,0,05} = 2,87$ y dado que 9,298 es mayor que 2,87, entonces se rechaza la hipótesis

Introducción

Introducción

En este tipo de diseño se tiene que sobre la variable respuesta influyen cuatro factores: el factor de interés a través de sus tratamientos, 2 factores de bloqueo y el error experimental el cual contiene todas aquellas variables que no han sido tomadas en cuenta.

Introducción

Introducción

En este tipo de diseño se tiene que sobre la variable respuesta influyen cuatro factores: el factor de interés a través de sus tratamientos, 2 factores de bloqueo y el error experimental el cual contiene todas aquellas variables que no han sido tomadas en cuenta.

Introducción

Introducción

- Los 2 factores de bloque son conocidos como bloque columna y bloque fila, o simplemente, columna y fila, estos deben tener el mismo número de niveles, es por ello que se llama cuadrado
- Los tratamientos se denotan con las letras latinas, razón por la cual se llama latino, y solo aparece uno por cada combinación de fila-columna, por lo tanto el número de tratamientos es igual al número de filas y columnas
- En cada fila y columna deben estar presentes todos los tratamientos, los mismos son asignados de manera aleatoria en cada fila o columna.

Introducción

Introducción

- Los 2 factores de bloque son conocidos como bloque columna y bloque fila, o simplemente, columna y fila, estos deben tener el mismo numero de niveles, es por ello que se llama cuadrado
- Los tratamientos se denotan con las letras latinas, razón por la cual se llama latino, y solo aparece uno por cada combinación de fila-columna, por lo tanto el número de tratamientos es igual al número de filas y columnas
- En cada fila y columna deben estar presentes todos los tratamientos, los mismos son asignados de manera aleatoria en cada fila o columna.

Introducción

Introducción

- Los 2 factores de bloque son conocidos como bloque columna y bloque fila, o simplemente, columna y fila, estos deben tener el mismo numero de niveles, es por ello que se llama cuadrado
- Los tratamientos se denotan con las letras latinas, razón por la cual se llama latino, y solo aparece uno por cada combinación de fila-columna, por lo tanto el número de tratamientos es igual al número de filas y columnas
- En cada fila y columna deben estar presentes todos los tratamientos, los mismos son asignados de manera aleatoria en cada fila o columna.

Introducción

Introducción

- Los 2 factores de bloque son conocidos como bloque columna y bloque fila, o simplemente, columna y fila, estos deben tener el mismo numero de niveles, es por ello que se llama cuadrado
- Los tratamientos se denotan con las letras latinas, razón por la cual se llama latino, y solo aparece uno por cada combinación de fila-columna, por lo tanto el número de tratamientos es igual al número de filas y columnas
- En cada fila y columna deben estar presentes todos los tratamientos, los mismos son asignados de manera aleatoria en cada fila o columna.

El Modelo

Modelo

$$Y_{ijr} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_r \varepsilon_{ij}; (i, j, r) = 1, 2, \cdots, k \qquad (12)$$

donde

- Y_{ijr} es la observación del tratamiento i, en la fila j y la columna r.
- μ es la media general
- τ_i es el efecto de i-ésimo tratamiento
- β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor fila.
- γ_r es el efecto del r-ésimo nivel del factor columna.
- ε_{ijr} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes.

El Modelo

Modelo

$$Y_{ijr} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_r \varepsilon_{ij}; (i, j, r) = 1, 2, \cdots, k \quad (12)$$

donde

- Y_{ijr} es la observación del tratamiento i, en la fila j y la columna r.
- μ es la media general
- τ_i es el efecto de i-ésimo tratamiento
- β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor fila.
- γ_r es el efecto del r-ésimo nivel del factor columna.
- ε_{ijr} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

Modelo

$$Y_{ijr} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_r \varepsilon_{ij}; (i, j, r) = 1, 2, \cdots, k \qquad (12)$$

donde

Y_{ijr} es la observación del tratamiento i, en la fila j y la columna r.

μ es la media general

τ_i es el efecto de i-ésimo tratamiento

β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor fila.

γ_r es el efecto del r-ésimo nivel del factor columna.

ε_{ijr} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

Modelo

$$Y_{ijr} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_r \varepsilon_{ij}; (i, j, r) = 1, 2, \cdots, k \tag{12}$$

donde

- Y_{ijr} es la observación del tratamiento i, en la fila j y la columna r.
- μ es la media general
- τ_i es el efecto de i-ésimo tratamiento
- β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor fila.
- γ_r es el efecto del r-ésimo nivel del factor columna.
- ε_{ijr} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

Modelo

$$Y_{ijr} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_r \varepsilon_{ij}; (i, j, r) = 1, 2, \cdots, k \tag{12}$$

donde

Y_{ijr} es la observación del tratamiento i, en la fila j y la columna r.

μ es la media general

τ_i es el efecto de i-ésimo tratamiento

β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor fila.

γ_r es el efecto del r-ésimo nivel del factor columna.

ε_{ijr} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

Modelo

$$Y_{ijr} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_r \varepsilon_{ij}; (i, j, r) = 1, 2, \cdots, k \qquad (12)$$

donde

Y_{ijr} es la observación del tratamiento i, en la fila j y la columna r.

μ es la media general

τ_i es el efecto de i-ésimo tratamiento

β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor fila.

γ_r es el efecto del r-ésimo nivel del factor columna.

ε_{ijr} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

El Modelo

Modelo

$$Y_{ijr} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_r \varepsilon_{ij}; (i, j, r) = 1, 2, \cdots, k \qquad (12)$$

donde

Y_{ijr} es la observación del tratamiento i, en la fila j y la columna r.

μ es la media general

τ_i es el efecto de i-ésimo tratamiento

β_j es el efecto del j-ésimo nivel del factor fila.

γ_r es el efecto del r-ésimo nivel del factor columna.

ε_{ijr} es el error aleatorio, los cuales se suponen $N(0, \sigma^2)$ e independientes

Supuestos

Suponiendo que el modelo es de efectos fijos se cumple que

$$\sum_{i=1}^{b} \tau_i = \sum_{j=1}^{k} \beta_j = \sum_{j=1}^{k} \gamma_k = 0$$

Un supuesto adicional a los ya considerados, es que los factores afectan los resultados en forma independiente, uno de otro. Esto es, la interacción no es importante o, no existe.

Supuestos

Suponiendo que el modelo es de efectos fijos se cumple que

$$\sum_{i=1}^{b} \tau_i = \sum_{j=1}^{k} \beta_j = \sum_{j=1}^{k} \gamma_k = 0$$

Un supuesto adicional a los ya considerados, es que los factores afectan los resultados en forma independiente, uno de otro. Esto es, la interacción no es importante o, no existe.

Supuestos

Suponiendo que el modelo es de efectos fijos se cumple que

$$\sum_{i=1}^{b} \tau_i = \sum_{j=1}^{k} \beta_j = \sum_{j=1}^{k} \gamma_k = 0$$

Un supuesto adicional a los ya considerados, es que los factores afectan los resultados en forma independiente, uno de otro. Esto es, la interacción no es importante o, no existe.

Tabla de Totales

Cuadro: Aspectos de los datos en un diseño de cuadrado latino

		Columna				
		1	2	3	$\cdots$	k
	1	$A = y_{111}$	$B = y_{212}$	$C = y_{313}$	$\cdots$	$K = y_{k1k}$
	2	$B = y_{221}$	$C = y_{322}$	$D = y_{423}$	$\cdots$	$A = y_{12k}$
Fila	3	$C = y_{331}$	$D = y_{432}$	$E = y_{533}$	$\cdots$	$B = y_{23k}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	k	$K = y_{kk1}$	$A = y_{1k2}$	$B = y_{2k3}$	$\cdots$	$J = y_{jkk}$

Tabla de Totales

Cuadro: Aspectos de los datos en un diseño de cuadrado latino

		Columna				
		1	2	3	$\cdots$	k
	1	$A = y_{111}$	$B = y_{212}$	$C = y_{313}$	$\cdots$	$K = y_{k1k}$
	2	$B = y_{221}$	$C = y_{322}$	$D = y_{423}$	$\cdots$	$A = y_{12k}$
Fila	3	$C = y_{331}$	$D = y_{432}$	$E = y_{533}$	$\cdots$	$B = y_{23k}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	k	$K = y_{kk1}$	$A = y_{1k2}$	$B = y_{2k3}$	$\cdots$	$J = y_{jkk}$

Hipótesis

Hipótesis a Probar

$$H_0 \quad : \quad \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \tag{13}$$

$$H_1 \quad : \quad \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i \tag{14}$$

Hipótesis

Hipótesis a Probar

$$H_0 \quad : \quad \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_k = 0 \tag{13}$$

$$H_1 \quad : \quad \tau_i \neq 0 \text{ para algún } i \tag{14}$$

Análisis de Varianza en DCL

Tabla de totales

La hipótesis dada se prueba con un *análisis de varianza con tres criterios de clasificación*; se utilizan los tres criterios porque se controlan tres fuentes de variación: el factor de tratamientos y los dos factores de bloque.

Análisis de Varianza en DCL

Tabla de totales

La hipótesis dada se prueba con un *análisis de varianza con tres criterios de clasificación*; se utilizan los tres criterios porque se controlan tres fuentes de variación: el factor de tratamientos y los dos factores de bloque.

Análisis de Varianza en DCL

¿Como medir la variabilidad?

Una medida de la desviación de las observaciones con respecto a la media está dada por $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(y_{ijr} - \bar{y}_{\ldots})^2$, la cuál restándole y sumándole los promedios de los tratamientos, de las filas, las columnas y el promedio general y ordenándolo convenientemente se tiene que

Análisis de Varianza en DCL

¿Como medir la variabilidad?

Una medida de la desviación de las observaciones con respecto a la media está dada por $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(y_{ijr} - \bar{y}_{\dots})^2$, la cuál restándole y sumándole los promedios de los tratamientos, de las filas, las columnas y el promedio general y ordenándolo convenientemente se tiene que

Análisis de Varianza en DCL

¿Como medir la variabilidad?

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(y_{ijk}-\bar{y}_{...})^2 &= \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}[(\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{...})+(\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{...})\\
&+ (\bar{y}_{..r}-\bar{y}_{...})\\
&+ (y_{ij}-\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{..r}+2\bar{y}_{..})]^2
\end{aligned}
$$

Análisis de Varianza en DCL

¿Como medir la variabilidad?

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(y_{ijk}-\bar{y}_{...})^2 &= \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}[(\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{...})+(\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{...})\\ &+ (\bar{y}_{..r}-\bar{y}_{...})\\ &+ (y_{ij}-\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{..r}+2\bar{y}_{..})]^2\end{aligned}$$

Análisis de Varianza en DCL

Desarrollando se obtiene...

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(y_{ijk}-\bar{y}_{\ldots})^2 &= \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{\ldots})^2 \\
&+ \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{\ldots})^2 \\
&+ \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{y}_{..r}-\bar{y}_{\ldots})^2 \\
&+ \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(y_{ij}-\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{..r}+2\bar{y}_{..})^2
\end{aligned}
$$

Análisis de Varianza en DCL

Desarrollando se obtiene...

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(y_{ijk}-\bar{y}_{...})^2 &= \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{...})^2 \\
&+ \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{...})^2 \\
&+ \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(\bar{y}_{..r}-\bar{y}_{...})^2 \\
&+ \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k}(y_{ij}-\bar{y}_{i..}-\bar{y}_{.j.}-\bar{y}_{..r}+2\bar{y}_{..})^2
\end{aligned}
$$

Análisis de Varianza en DCL

lo cual representa la descomposición de la suma de cuadrados total

$$SC_T = SC_{Tr} + SC_F + SC_C + SC_E \tag{15}$$

Análisis de Varianza en DCL

lo cual representa la descomposición de la suma de cuadrados total

$$SC_T = SC_{Tr} + SC_F + SC_C + SC_E \tag{15}$$

Análisis de Varianza en DCL

Para efectos de cálculo..

$$
\begin{aligned}
SC_T &= \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k} y_{ijr}^2 - \frac{y_{\cdots}^2}{N} \\
SC_{Tr} &= \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i..}^2}{k} - \frac{y_{\cdots}^2}{N} \\
SC_F &= \sum_{j=1}^{k} \frac{y_{.j.}^2}{k} - \frac{y_{\cdots}^2}{N} \\
SC_C &= \sum_{r=1}^{k} \frac{y_{..r}^2}{k} - \frac{y_{\cdots}^2}{N} \\
SC_E &= SC_T - SC_{Tr} - SC_F - SC_C
\end{aligned}
$$

Análisis de Varianza en DCL

Para efectos de cálculo..

$$
\begin{aligned}
SC_T &= \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{r=1}^{k} y_{ijr}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{N} \\
SC_{Tr} &= \sum_{i=1}^{k} \frac{y_{i..}^2}{k} - \frac{y_{\dots}^2}{N} \\
SC_F &= \sum_{j=1}^{k} \frac{y_{.j.}^2}{k} - \frac{y_{\dots}^2}{N} \\
SC_C &= \sum_{r=1}^{k} \frac{y_{..r}^2}{k} - \frac{y_{\dots}^2}{N} \\
SC_E &= SC_T - SC_{Tr} - SC_F - SC_C
\end{aligned}
$$

Análisis de Varianza en DCL

Los grados de libertad están dados por:

- $GL_T = N - 1$
- $GL_{Tr} = k - 1$
- $GL_F = k - 1$
- $GL_C = k - 1$
- $GL_E = GL_T - GL_{Tr} - GL_F - GL_C = (k - 2)(k - 1)$

Análisis de Varianza en DCL

Los grados de libertad están dados por:

- $GL_T = N - 1$
- $GL_{Tr} = k - 1$
- $GL_F = k - 1$
- $GL_C = k - 1$
- $GL_E = GL_T - GL_{Tr} - GL_F - GL_C = (k-2)(k-1)$

Análisis de Varianza en DCL

Los grados de libertad están dados por:

- $GL_T = N - 1$
- $GL_{Tr} = k - 1$
- $GL_F = k - 1$
- $GL_C = k - 1$
- $GL_E = GL_T - GL_{Tr} - GL_F - GL_C = (k-2)(k-1)$

Análisis de Varianza en DCL

Los grados de libertad están dados por:

- $GL_T = N - 1$
- $GL_{Tr} = k - 1$
- $GL_F = k - 1$
- $GL_C = k - 1$
- $GL_E = GL_T - GL_{Tr} - GL_F - GL_C = (k-2)(k-1)$

Análisis de Varianza en DCL

Los grados de libertad están dados por:

- $GL_T = N - 1$
- $GL_{Tr} = k - 1$
- $GL_F = k - 1$
- $GL_C = k - 1$
- $GL_E = GL_T - GL_{Tr} - GL_F - GL_C = (k-2)(k-1)$

Análisis de Varianza en DCL

Los grados de libertad están dados por:

- $GL_T = N - 1$
- $GL_{Tr} = k - 1$
- $GL_F = k - 1$
- $GL_C = k - 1$
- $GL_E = GL_T - GL_{Tr} - GL_F - GL_C = (k-2)(k-1)$

Análisis de Varianza en DCL

Los cuadrados medios en este caso son

- $CM_{Tr} = \frac{SC_{Tr}}{k-1}$
- $CM_F = \frac{SC_F}{k-1}$
- $CM_C = \frac{SC_C}{k-1}$
- $CM_E = \frac{SC_E}{(k-2)(k-1)}$

Análisis de Varianza en DCL

Los cuadrados medios en este caso son

- $CM_{Tr} = \frac{SC_{Tr}}{k-1}$
- $CM_F = \frac{SC_F}{k-1}$
- $CM_C = \frac{SC_C}{k-1}$
- $CM_E = \frac{SC_E}{(k-2)(k-1)}$

Análisis de Varianza en DCL

Los cuadrados medios en este caso son

- $CM_{Tr} = \frac{SC_{Tr}}{k-1}$
- $CM_F = \frac{SC_F}{k-1}$
- $CM_C = \frac{SC_C}{k-1}$
- $CM_E = \frac{SC_E}{(k-2)(k-1)}$

Análisis de Varianza en DCL

Los cuadrados medios en este caso son

- $CM_{Tr} = \frac{SC_{Tr}}{k-1}$
- $CM_F = \frac{SC_F}{k-1}$
- $CM_C = \frac{SC_C}{k-1}$
- $CM_E = \frac{SC_E}{(k-2)(k-1)}$

Análisis de Varianza en DCL

Los cuadrados medios en este caso son

- $CM_{Tr} = \frac{SC_{Tr}}{k-1}$
- $CM_F = \frac{SC_F}{k-1}$
- $CM_C = \frac{SC_C}{k-1}$
- $CM_E = \frac{SC_E}{(k-2)(k-1)}$

Análisis de Varianza en DCL

Esperanza de los Cuadrados Medios

$$
\begin{aligned}
E(CM_E) &= \sigma^2 \\
E(CM_{Tr}) &= \sigma^2 + \frac{k}{k-1}\sum_{j=1}^{k}\tau_j^2 \\
E(CM_F) &= \sigma^2 + \frac{k}{k-1}\sum_{i=1}^{n}\beta_i^2 \\
E(CM_C) &= \sigma^2 + \frac{k}{k-1}\sum_{r=1}^{k}\gamma_r^2
\end{aligned}
$$

Análisis de Varianza en DCL

Esperanza de los Cuadrados Medios

$$\begin{aligned}
E(CM_E) &= \sigma^2 \\
E(CM_{Tr}) &= \sigma^2 + \frac{k}{k-1}\sum_{j=1}^{k}\tau_j^2 \\
E(CM_F) &= \sigma^2 + \frac{k}{k-1}\sum_{i=1}^{n}\beta_i^2 \\
E(CM_C) &= \sigma^2 + \frac{k}{k-1}\sum_{r=1}^{k}\gamma_r^2
\end{aligned}$$

Análisis de Varianza en DCL

El estadístico de prueba es

$$F_c = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \qquad (16)$$

La regla de decisión es

Rechazar H_0 si $F > F_{\alpha;GL_{Tr};GL_E}$.

Análisis de Varianza en DCL

El estadístico de prueba es

$$F_c = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \tag{16}$$

La regla de decisión es

Rechazar H_0 si $F > F_{\alpha;GL_{Tr};GL_E}$.

Análisis de Varianza en DCL

El estadístico de prueba es

$$F_c = \frac{CM_{Tr}}{CM_E} \tag{16}$$

La regla de decisión es

Rechazar H_0 si $F > F_{\alpha;GL_{Tr};GL_E}$.

Análisis de Varianza en DCL

Otras hipótesis que pueden ser de interés son las siguientes

No existe efecto de fila

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0 \\ H_1 &: \beta_j \neq 0 \text{ para algún } j \end{aligned} \tag{17}$$

No existe efecto de columna

$$\begin{aligned} H_0 &: \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_k = 0 \\ H_1 &: \gamma_r \neq 0 \text{ para algún } r \end{aligned} \tag{18}$$

Análisis de Varianza en DCL

Otras hipótesis que pueden ser de interés son las siguientes

No existe efecto de fila

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0 \\ H_1 &: \beta_j \neq 0 \text{ para algún } j \end{aligned} \tag{17}$$

No existe efecto de columna

$$\begin{aligned} H_0 &: \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_k = 0 \\ H_1 &: \gamma_r \neq 0 \text{ para algún } r \end{aligned} \tag{18}$$

Análisis de Varianza en DCL

Otras hipótesis que pueden ser de interés son las siguientes

No existe efecto de fila

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0 \\ H_1 &: \beta_j \neq 0 \text{ para algún } j \end{aligned} \tag{17}$$

No existe efecto de columna

$$\begin{aligned} H_0 &: \gamma_1 = \gamma_2 = \cdots = \gamma_k = 0 \\ H_1 &: \gamma_r \neq 0 \text{ para algún } r \end{aligned} \tag{18}$$

Análisis de Varianza en DCL

Estadísticos de prueba

$$F_c^F = \frac{CM_F}{CM_E} \qquad F_c^C = \frac{CM_C}{CM_E} \tag{19}$$

Las reglas de decisión es

Rechazar H_0 si $F^F > F_{\alpha;GL_F;GL_E}$ y $F^C > F_{\alpha;GL_C;GL_E}$.

Análisis de Varianza en DCL

Estadísticos de prueba

$$F_c^F = \frac{CM_F}{CM_E} \qquad F_c^C = \frac{CM_C}{CM_E} \tag{19}$$

Las reglas de decisión es

Rechazar H_0 si $F^F > F_{\alpha;GL_F;GL_E}$ y $F^C > F_{\alpha;GL_C;GL_E}$.

Análisis de Varianza en DCL

Estadísticos de prueba

$$F_c^F = \frac{CM_F}{CM_E} \qquad F_c^C = \frac{CM_C}{CM_E} \tag{19}$$

Las reglas de decisión es

Rechazar H_0 si $F^F > F_{\alpha;GL_F;GL_E}$ y $F^C > F_{\alpha;GL_C;GL_E}$.

Análisis de Varianza en DCL

Todo se resume en...

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza para el DCL

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	SC_{Tr}	k-1	CM_{Tr}	F_c
Fila	SC_F	k-1	CM_F	F_c^F
Columna	SC_C	k-1	CM_C	F_c^C
Error	SC_E	(k-1)(k-2)	CM_E	
Total	SC_T	$k^2 - 1$		

Análisis de Varianza en DCL

Todo se resume en...

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza para el DCL

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grado de Libertad	Cuadrado Medio	F
Tratamiento	SC_{Tr}	k-1	CM_{Tr}	F_c
Fila	SC_F	k-1	CM_F	F_c^F
Columna	SC_C	k-1	CM_C	F_c^C
Error	SC_E	(k-1)(k-2)	CM_E	
Total	SC_T	k^2-1		

Ejemplo

Ejemplo

Se sospecha que cualquier estímulo produce cambios en la sensibilidad del ojo humano adaptado a la oscuridad. Para investigar esto, se diseñó un experimento el cual consistió en someter a cinco individuos durante cinco días seguidos a cinco estímulos diferentes una vez que sus ojos se adaptaron a la oscuridad. Se registró como resultado, sus sensibilidades a la prueba de bajo contraste de Luckiesh-Moss.

Ejemplo

Ejemplo

Se sospecha que cualquier estímulo produce cambios en la sensibilidad del ojo humano adaptado a la oscuridad. Para investigar esto, se diseñó un experimento el cual consistió en someter a cinco individuos durante cinco días seguidos a cinco estímulos diferentes una vez que sus ojos se adaptaron a la oscuridad. Se registró como resultado, sus sensibilidades a la prueba de bajo contraste de Luckiesh-Moss.

Ejemplo

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza para el DCL

		Días				
		1	2	3	4	5
Sujetos	1	A=22	B=21	D=22	C=20	E=22
	2	C=23	D=22	A=16	E=23	B=19
	3	D=20	A=14	E=14	B=23	C=24
	4	B=28	E=29	D=24	C=24	A=24
	5	E=4	C=2	B=3	A=8	D=8

Ejemplo

Cuadro: Tabla de Análisis de Varianza para el DCL

		Días				
		1	2	3	4	5
Sujetos	1	A=22	B=21	D=22	C=20	E=22
	2	C=23	D=22	A=16	E=23	B=19
	3	D=20	A=14	E=14	B=23	C=24
	4	B=28	E=29	D=24	C=24	A=24
	5	E=4	C=2	B=3	A=8	D=8