

EJERCICIOS DE TEORÍA DE COLAS

Distribución Exponencial y Poisson

1. En cada uno de los casos siguientes, determine la frecuencia promedio de llegadas por hora, λ , y el tiempo promedio entre llegadas, en horas.
 - (a) Una llegada cada 10 minutos.
 - (b) Dos llegadas cada 6 minutos.
 - (c) La cantidad de llegadas en un período de 30 minutos es de 5.
 - (d) El intervalo promedio entre las llegadas sucesivas es 0.5 horas.
2. En cada uno de los casos siguientes, determine la frecuencia promedio de servicio por hora, μ , y el tiempo promedio de servicio, en horas.
 - (a) Se termina un servicio cada 12 minutos.
 - (b) Hay dos salidas cada 15 minutos.
 - (c) La cantidad de clientes atendidos en un período de 30 minutos es de 5.
 - (d) El tiempo promedio de servicio es de 0.3 horas. horas.
3. Una máquina de servicio tiene una unidad de reserva para sustituirla de inmediato cuando falle. El "Tiempo a la falla" (tiempo entre fallas) de la máquina (o de su unidad de reserva) es exponencial, y sucede cada 40 minutos en promedio.
 - (a) El operador de la máquina dice que ésta tiene la costumbre de descomponerse cada noche a eso de las 8:30 P.M. Analizar lo que dice el operador.
 - (b) La cantidad promedio de fallas en una semana, suponiendo que el servicio se ofrece 24 horas por día y 7 días por semana.
 - (c) La probabilidad de que haya al menos una falla en un período de 2 horas.
 - (d) La probabilidad de que la próxima falla no suceda en menos de 3 horas.
 - (e) Si no ha sucedido falla en 3 horas después de la última falla, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo entre fallas sea de 4 horas cuando mucho?.
4. El tiempo entre llegadas en una dependencia del Banco Mercan es exponencial con valor medio de 0.05 hora. La oficina abre a las 8:00 A.M.
 - (a) Escriba la distribución exponencial que describa el tiempo entre llegadas.
 - (b) Determine la probabilidad de que no lleguen clientes a la oficina hasta las 8:15 A.M.
 - (c) Son las 8:35 A.M. El último cliente entró a las 8:26. ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llegue antes de las 8:38 A.M.? ¿Y de que no llegue hasta las 8:40?.
 - (d) ¿Cuál es la cantidad promedio de clientes que llegan entre las 8:10 y las 8:45 A.M.?
5. Suponga que el tiempo entre descomposturas de una máquina es exponencial, con promedio de 6 horas. Si la máquina ha trabajado sin fallar durante las últimas tres horas, ¿cuál es la probabilidad de que continúe sin fallar durante la próxima hora? ¿De que se descomponga durante la siguiente 0.5 hora?.

6. El tiempo entre llegadas a una sala de juego en la sociedad de alumnos es exponencial, con una media de 10 minutos.
 - (a) ¿Cuál es la frecuencia de llegadas por hora?
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que no lleguen alumnos a esa sala durante los 15 minutos siguientes?
 - (c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos un alumno visite la sala de juegos durante los próximos 20 minutos?
7. El gerente de un nuevo restaurante de comida rápida desea cuantificar el proceso de llegadas de clientes, estimando la fracción del intervalo de tiempo entre llegadas que sea a) menor que 2 minutos, b) entre 2 y 3 minutos y c) más de 3 minutos. Las llegadas en restaurantes parecidos tienen una frecuencia de 35 clientes por hora. El tiempo entre llegadas tiene distribución exponencial.
8. Ana y Pedro, dos empleados de un restaurante de comida rápida, juegan lo siguiente mientras esperan la llegada de clientes. Pedro le paga 2 Bs. a Ana si el próximo cliente no llega en menos de 1 minuto; en caso contrario, Ana le paga a Pedro 2 Bs. Calcule la recompensa promedio de Pedro en un período de 8 horas. El tiempo entre llegadas es exponencial, con una media de 1.5 minutos.
9. Si un cliente llega a McDonalds en menos de 4 minutos después del cliente inmediato anterior, recibirá un descuento del 10%. Si el tiempo entre llegadas es entre 4 y 5 minutos, el descuento, es del 6%. Si el tiempo entre llegadas es mayor que 5 minutos, el cliente tiene 2% de descuento. El tiempo entre llegadas es exponencial, con media de 6 minutos.
 - (a) Determine la probabilidad de que un cliente que llegue reciba el máximo descuento.
 - (b) Determine el descuento promedio a cada cliente que llega.
10. Se sabe que el tiempo entre fallas de un refrigerador Kenmore es exponencial, con una media de 9000 horas (mas o menos 1 año de funcionamiento), y la empresa otorga una garantía de 1 año con el refrigerador. ¿Cuál es la probabilidad de que la garantía cubra una reparación por descompostura?
11. La U de A administra dos líneas de autobuses en el campus: roja y verde. La línea roja da servicio al campus norte, y la verde al sur, y hay una estación de transbordo que enlaza a las dos líneas. Los autobuses verdes llegan al azar (tiempo exponencial entre llegadas) a la estación de transferencia cada 10 minutos. Los rojos también llegan al azar, cada 7 minutos en promedio.
 - (a) ¿Cuál es la distribución de probabilidades de tiempo de espera para que un alumno que llega en la línea roja se suba a la línea verde?
 - (b) ¿Cuál es la distribución de probabilidades de tiempo de espera para que un alumno que llega en la línea verde se suba a la línea roja?
12. Demuestre que la media y la desviación estándar de la distribución exponencial son iguales.

Nacimiento Puro

1. Los niños nacen en un estado poco poblado, con una frecuencia de un nacimiento cada 12 minutos. El tiempo entre nacimientos sigue una distribución exponencial. Determinar
 - (a) La cantidad promedio de nacimientos por año.
 - (b) La probabilidad de que no haya nacimientos en cualquier día.
 - (c) La probabilidad de emitir 50 certificados de nacimientos en 3 horas, cuando se emitieron 40 certificados durante las primeras 2 horas del período de 3 horas.
 - (d) Suponga que el empleado que pasa la información de los certificados de nacimiento a la computadora suele esperar hasta que se hayan acumulado 5 certificados. Calcule la probabilidad de que el empleado capture un nuevo lote en cada hora.
2. Un coleccionista de arte viaja una vez al mes, en promedio, para asistir a subastas. En cada viaje se garantiza una compra. El tiempo entre los viajes tiene distribución exponencial. determine lo siguiente:
 - (a) La probabilidad de que el coleccionista no compre obras de arte en un período de 3 meses.
 - (b) La probabilidad de que el coleccionista no compre mas de 8 obras de arte por año.
 - (c) La probabilidad de que el tiempo entre viajes sucesivos sea mayor que 1 mes.
3. En un banco, la frecuencia de llegadas es de 2 clientes por minuto. Determine lo siguiente:
 - (a) La cantidad promedio de llegadas durante 5 minutos.
 - (b) La probabilidad de que no haya llegadas durante el próximo 0.5 minuto.
 - (c) La probabilidad de que haya al menos una llegada durante el siguiente 0.5 minuto.
 - (d) La probabilidad de que el tiempo entre dos llegadas sucesivas sea de 3 minutos, cuando menos.
4. El tiempo entre llegadas al restaurante Juan Arepa es exponencial con media de 5 minutos. El restaurante abre a las 11:00 A.M. Determine:
 - (a) La probabilidad de tener 10 llegadas al restaurante hasta las 11:12 A.M. si hubo 8 llegadas hasta las 11:05.
 - (b) La probabilidad de que un cliente llegue entre las 11:28 y las 11:33 A.M. si el último cliente llegó a las 11:25 A.M.
5. La biblioteca de FACES recibe libros de acuerdo con una distribución Poisson con una media de 25 libros diarios. Cada estante de la biblioteca contiene 100 libros. Calcule lo siguiente:
 - (a) La cantidad promedio de estantes que se llenarán de libros cada mes (de 30 días)
 - (b) La probabilidad de que se necesiten más de 10 secciones para libros cada mes, si una sección contiene 5 estantes.

Muerte Pura

1. La sección de florería de un supermercado tiene 18 docenas de rosas al iniciar cada semana. En promedio, el florista vende 3 docenas por día (una docena cada vez), pero la demanda sigue en realidad una distribución Poisson. Siempre que la existencia llega a 5 docenas o menos, se coloca un pedido nuevo de 18 docenas, para entregar al principio de la semana siguiente. Por la naturaleza de la mercancía, todas las rosas que quedan al final de la semana se desechan. Determinar lo siguiente:
 - (a) La probabilidad de colocar un pedido en cualquier día de la semana.
 - (b) La cantidad promedio de docenas de rosas que se desechan al final de la semana.
 - (c) La probabilidad de que el inventario se agote después de 3 días.
 - (d) La cantidad promedio de docenas de rosas que quedan después del segundo día.
 - (e) La probabilidad de que al menos se compre una docena de rosas hasta que se termina el cuarto día, si se compró la última docena al terminar el tercer día.
2. La banda de una escuela dará un concierto de jazz, de beneficencia, en su auditorio de 400 butacas. Las empresas locales compran los boletos en bloques de 10 y los donan a organizaciones juveniles. Los boletos se ponen a la venta sólo durante 4 horas en el día anterior al concierto. El proceso de compra de boletos tiene una distribución de Poisson con media de 10 llamadas por hora. Todos los bloques de boletos sobrantes al cerrar la oficina se venden con un descuento como boletos de último momento una hora antes de comenzar el concierto. Calcule:
 - (a) La probabilidad de que se puedan comprar boletos de último momento.
 - (b) La cantidad promedio de boletos de último momento disponibles.
3. Cada mañana, el refrigerador de un taller pequeño es abastecido con dos cajas (24 latas por caja) de gaseosas, para consumo de los 10 empleados. Estos empleados pueden saciar su sed a cualquier hora, durante el día de trabajo de 8 horas (de 8:00 A.M. a 4:00 P.M.), y se sabe que cada empleado consume aproximadamente 4 latas diarias, pero el proceso es totalmente aleatorio (distribución Poisson). ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado no encuentre latas a mediodía (el inicio de la hora del almuerzo)? ¿Y para cuando cierra el taller?.
4. Un alumno de primer año recibe de su familia un depósito bancario de 100000 Bs. cada mes, para sus gastos imprevistos. Los cheques para retirar, de 20000 Bs. cada uno, puede emitirse al azar durante el mes, a intervalos de acuerdo con una distribución exponencial con una media de una semana. Calcule la probabilidad de que se le agote el dinero, antes que termine la cuarta semana.
5. La demanda de un artículo sigue una distribución Poisson, con una media de 3 por día. La existencia máxima de piezas es 25 piezas, y se abastece cada lunes, inmediatamente después de recibir un pedido. El tamaño del pedido depende de la cantidad de unidades que quedan el sábado, al finalizar la semana (el negocio cierra los domingos). Determine lo siguiente:
 - (a) El tamaño promedio del pedido semanal
 - (b) La probabilidad de que haya escasez cuando el negocio abra el viernes por la mañana.
 - (c) La probabilidad de que el tamaño del pedido semanal sea mayor que 10 unidades.