Modelos de Regresión Aplicados a la Banca Comercial Venezolana, Período 1996-2004

Regression Models Applied to Venezuelan Commercial Banks, Period 1996-2004

María Alexandra Páez[1*], Rafael Borges[1**], Gerardo Colmenares[1***]

[1]UNIVERSIDAD DE LOS ANDES, MÉRIDA, VENEZUELA

.....

Resumen

En este trabajo, se efectuó un análisis de supervivencia, ajustando los modelos de riesgo semiparamétrico de Cox clásico y con covariables dependientes del tiempo y el modelo aditivo de Aalen, con el objeto de estudiar las influencias de las covariables en los tiempos de fusión y la variabilidad de los riesgos en el tiempo. Los resultados obtenidos mostraron: primero que el modelo de Cox clásico está influenciado por la eficiencia de operación del banco y la capacidad de satisfacer sus obligaciones a corto plazo; segundo que para la correcta interpretación del modelo de Cox con covariables dependientes del tiempo es necesario conocer la forma de las covariables en el tiempo, por lo que las estimaciones no son precisas y el riesgo de que el sesgo sea grande aumenta por tanto no se recomienda utilizar este modelo como predictor de la supervivencia y finalmente que en el modelo de Aalen interviene la capacidad que cada institución posee para absorber pérdidas o desvalorizaciones de sus activos, la eficiencia, competitividad y productividad de la gerencia y la capacidad operativa del banco para responder por sus compromisos financieros a corto plazo. Finalmente se concluye que el modelo de Cox con covariables dependientes del tiempo y el modelo de Aalen no aportan información adicional, además basándose en el criterio de información de Akaike el modelo más adecuado es el modelo de Cox clásico para el cual no se encontró violaciones de los supuesto, lo que garantiza la representatividad de los resultados.

Palabras claves: Modelo de Cox, modelo de Cox con covariables dependientes del tiempo, modelo aditivo de Aalen, análisis de supervivencia, fusiones bancarias.

Abstract

In this work, a survival analysis was performed, fitting the semi parametric classic Cox Model, a Cox model with time varying covariates, and the additive Aalen model, with the objective to study the effect of the covariates over the bank fusion times and the variability of the hazard in time. The results showed: First, that the classical Cox model was affected by the operating efficiency of the bank and by the capacity of satisfying the obligation in the short term. Second, that for a correct

* Escuela de Estadística. Email: alexandrita.x@gmail.com
** Profesor Agregado, Escuela de Estadística. Email: borgesr@ula.ve
***Profesor Titular, Instituto de Investigaciones Económicas y Sociales. Email: gcolmen@ula.ve

interpretation of the time varying covariates Cox model it is necessary to know the form of the covariates over time, and in the case that this information is unknown, the estimations are not precise and the risk of obtaining a large bias is greater, so this model is not recommended to be used when we wish to predict the survival. Finally, in the Aalen model the capacity of each bank to absorb the decreasing of their actives, the efficiency, the competitivity, the managing productivity and, the capacity of responding to their short terms compromises are involved. We conclude that the time varying Cox model and the Aalen model don't give additional information, and using the Akaike information criteria, the best model seems to be the classical Cox model, and the assumptions for this model are not violated, and this is a warranty of the validity of this model.

Keywords: Cox model, time varying covariates Cox model, Aalen additive model, survival analysis, bank fusions.

1. Introducción

Una de las funciones fundamentales de las entidades bancarias es prevenir el riesgo bancario, para ello es necesario contar con modelos que permitan minimizar dichos riesgos, por lo que surgen los modelos de alerta temprana para el sistema financiero (Bello 2007)

Una estrategia de modelamiento que se ha utilizado son los modelos de sobrevida, destacando el modelo de Cox. (Ayala et. al. 2007) El modelo de Cox puede entenderse a su versión con covariables dependientes del tiempo. También existen otros modelos alternativos, como por ejemplo el modelo aditivo de Aalen.

En este trabajo, se quiere encontrar un modelo útil y práctico que ayude a prevenir o fomentar posibles fusiones, según sea el caso, además de predecir la probabilidad de cambios en las condiciones de solvencia y liquidez de los bancos y detectar los problemas a tiempo para poder tomar acciones preventivas minimizando así, los costos esperados de las crisis bancarias. El caso de estudio se refiere a la banca comercial venezolana en el período 1996-2004, contando con la información de dieciséis (16) entidades bancarias y veintitrés (23) indicadores financieros.

2. Metodología

2.1 Modelo de riesgo proporcional o modelo de Cox

Propuesto por Cox (1972), es un modelo de la forma

$$h(t, X) = h_0(t)e^{\alpha_1 X_1 + \ldots + \alpha_k X_k}$$

es decir, es el riesgo cuando todas las variables son 0, ó riesgo base, que es variable con el tiempo.

$$\lambda(t, x_1 \ldots X_p) = \lambda_0(t)e^{b_1 X_1 + b_2 X_2 + \ldots + b_p X_p}$$

Siendo por tanto el producto de dos componentes, uno no paramétrico que es la función de riesgo base, arbitraria y no especificada que no depende del tiempo y otro paramétrico llamado puntaje de riesgo donde es el vector de parámetros de la regresión que sólo depende de las variables pronóstico.

Los modelos de Cox presentados en este trabajo, son estadísticamente significativos y no muestran evidencia de la violación de los supuestos. Para mayores detalles de los procedimientos

2.1.3 Metodología Martinussen y Scheike para modelos de regresión de Cox clásico

Martinussen y Scheike (2006) proponen una metodología en la cual, el principal supuesto es que los riesgos relativos son constantes en el tiempo. Se considera el caso especial donde p = 1 y X_1 es invariante. El riesgo relativo es la razón

$$\frac{\lambda(t, X_1+1)}{\lambda(t, X_1)} = \exp(\beta_1)$$

2.1.4 Procedimientos de Bondad del Ajuste

La metodología propuesta por Martinussen y Scheike se enfoca en la suposición de riesgos proporcionales. Uno de los procedimientos más simples para examinar si el supuesto es violado es hacer gráficos de riesgo de referencia acumulada estimada en el modelo estratificado. Usualmente en los gráficos $(t, \log(\hat{\Lambda}_{ok}(t)))$, $k = 1,...,K,$ se observa que las curvas deberían ser paralelas, constantes e iguales a los coeficientes estimados.

Si estos gráficos indican que el intercepto no esta ubicado en cero, se sugiere realizar una modificación al modelo.

La prueba que suele acompañar al procedimiento gráfico descrito anteriormente, busca desviaciones a partir del modelo de Cox. Los coeficientes de regresión variantes en el tiempo se escriben como $\beta_j(t) = \beta_j + \theta_j g_j(t)$ donde $g_j(t)$ es considerada conocida y se asume predecible.

El test estadístico de puntajes es una prueba de bondad del ajuste muy potente cuando las g_j son escogidas apropiadamente como lo proponen Therneau y Grambsch (2000).

2.2 Modelo de Cox con covariables dependientes del tiempo

Sea X una variable que denota el tiempo de un evento y $Z(t) = [Z_1(t),...,Z_p(t)]^t$ denota un conjunto de covariables o factores de riesgo en el tiempo t, los cuales pueden tener efecto en la distribución de supervivencia de X. Aquí la $Z_k(t)$ pueden ser covariables dependientes del tiempo, cuyos valores cambian en el tiempo ó pueden ser valores constantes conocidos en el tiempo 0. Para covariables dependientes del tiempo se asume que su valor es predecible en el sentido que el valor de la covariables es conocido en el instante justo antes del tiempo t. El modelo se puede escribir de la siguiente manera

$$[t|Z(t)] = (t)\exp[\beta^t Z(t)] = (t)\exp\left[\sum_{k=1}^{p} \beta_k Z_k(t)\right]$$

2.2.1 Contrastes de Hipótesis

Se desea considerar los coeficientes de regresión individualmente e investigar las dos hipótesis

$$\begin{aligned} H_{01} &: \beta_p(t) \equiv 0 \\ H_{02} &: \beta_p(t) \equiv \beta_p \end{aligned} \quad (2)$$

Enfocándose en el p-ésimo coeficiente de regresión sin perdida de generalidad, permitiendo que los otros coeficientes de regresión varíen en el tiempo.

Probar la significancia de los coeficientes de regresión es equivalente a construir bandas de confianza, para este caso se utilizan las bandas de Hall – Wellner

$$\hat{\mathrm{B}}_p(t) \pm n^{-1/2} d_\alpha \hat{\phi}_{pp}(\tau)^{1/2} \left(1 + \frac{\hat{\phi}_{pp}(t)}{\phi_{pp}(\tau)} \right) \text{ sobre el período } [0, \tau] \quad (3)$$

2.2.2 Procedimientos de bondad del ajuste

El modelo de cox extendido es muy flexible sin embargo se requiere probar el ajuste adecuado del modelo, por ejemplo puede que el verdadero modelo no sea multiplicativo y que varias interacciones pueden ser pasadas por alto.

La metodología de Martinussen y Scheike utiliza las técnicas de residuos martingala a través de gráficos para validar el ajuste del modelo; Se realizan los gráficos de procesos residuales acumulados observados $M_k(t)$ con intervalos de confianza de 95%, los cuales indican si los residuales observados son consistentes con el modelo o no. Cuando un gran número de residuales son calculados es conveniente reducir con ayuda del p – value, además de calcular el supremo de $M_k(t)$ y aproximar los cuantíles de su distribución límite por la técnica del remuestreo.

2.3 Modelo Aditivo de Aalen

En un estudio típico, un número de individuos es observado a lo largo del tiempo para verificar la ocurrencia de un determinado evento. Un acontecimiento de este evento se asume independiente entre los individuos y tienen un tiempo at y una ocurrencia del evento para cada individuo, cuya distribución depende de un vector dado por $x_i(t) = (1, x_{1i}(t), x_{2i}(t), ..., x_{pi}(t))'$ donde $X_{ij}(t)$ con $j = 1, ..., p$ son los valores observados (covariables que pueden variar en el tiempo) para el i – ésimo individuo.

Un modelo de riesgo aditivo de Aalen viene dado por:

$$h_i(t) = \alpha_0(t) + \sum_{j=1}^{p} \alpha_j(t) x_{ij}(t) \quad (4)$$

2.3.1 Contrastes de Hipótesis

Es posible probar si una covariable específica tiene algún efecto en función del riesgo total. Una hipótesis nula para algún j con $j = 1, ..., p$ es establecida como:

$$H_j : \alpha_j(t) = 0, t \in [0, _T] \quad (5)$$

2.3.2Pruebas de Bondad del Ajuste

Se empieza considerando los residuos martingalas

$$M(t) = \left(M_1(t),...,M_n(t)\right)^T \quad (6)$$

Los residuos martingala son estimado por:

$$\hat{M}(t) = N(t) - \int_0^t X(s)\, d\hat{B}(s) = N(t) - \int_0^t X(s) X^{-}(s)\, dN(s) = \int_0^t G(s)\, dN(s) \quad (7)$$

Graficando el proceso residual acumulativo observado $M_k(t)$ con intervalos de confianza al 95% ó bandas de confianza Hall – Wellner al 95% dará una indicación de si ó no los residuales observados son consistentes son el modelo.

2.4 Software Utilizado.

Para la realización de dicho análisis es necesario el uso de un paquete estadístico, que posea una amplia gama de capacidades para llevar a cabo todo el proceso analítico; como lo es el lenguaje R, el cual fue diseñado para ser utilizado en la manipulación y análisis de datos porque posee una serie de facilidades gráficas y además cuenta con la gran ventaja de que su licencia es gratuita. Las librerías utilizadas fueron survival (Therneau y Grambsch 2000) y timereg (Martinussen y Scheike 2006).

3. Resultados

3.1 Modelo de Cox

3.1.1. Datos y período de estudio: Para la construcción de este modelo se toma la base de datos que contiene las 23 razones financieras correspondientes a los 16 bancos comerciales seleccionados previamente; en donde la variable tiempo representa el tiempo acumulado hasta que ocurre el cambio de estado (fusión bancaria); el período de estudio está comprendido entre Junio de 1996 y Diciembre 2004. Como indicador de censura tenemos la variable dicotómica que toma el valor 0 cuando no ha ocurrido la fusión y 1 cuando ya ocurrió**.**

3.1.2 Identificación, selección y estimación del modelo: Para realizar la identificación, se procede de la siguiente manera: se aplica la metodología paso a paso (stepwise), la cual consiste en la combinación de los métodos hacia atrás (backward) y hacia delante (forward) y en cada paso se puede tanto añadir una variable como eliminar otra que ya estaba en la ecuación, se observan los valores p de cada una de ellas, para posteriormente contrastar con los valores $\alpha = .1$ y luego se elimina una a una las no significativas. En esta etapa se prueban todos los modelos tentativos y se verifica la significancia de los parámetros.

3.1.3 Escogencia del modelo más adecuado: Basándose en el criterio de Información de Akaike, se escoge el modelo que tenga el menor valor al 10% de significancia, el cual para este caso representan el modelo más adecuado.

Tabla 1: Modelo de Cox

	Coeficiente	exp. (Cx(coef))	Se (coef)	Valor z	Valor p	0.95 LCL	0.95 UCL
R11	-4.1310	**0.9595**	2.2184	-1.86	**0.063**	0.000208	1.24E+00
R20	0.0499	**1.0005**	0.0289	1.73	**0.084**	0.993357	1.11E+00
R21	15.0048	**1.1619**	6.7404	2.23	**0.026**	6.012860	1.79E+12
R22	15.2829	**1.1651**	7.4381	2.05	**0.040**	2.022860	9.30E+12

R11= Disponibilidades – Rendimiento por cobrar por disponibilidades + inversiones temporales /Captaciones del público – Gastos por pagar

$$(1-0.9595) = 0.0405 = 4.05\%$$

Al aumentar R11 en 1% disminuye en 4.05% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar que ingresa al banco por fondos captados para satisfacer obligaciones con los depositantes y obligaciones a corto plazo disminuye el riesgo de fusión. Como R11 es un indicador de liquidez bancaria, al aumentar esta razón hace que una fusión sea poco atractiva porque grandes niveles de liquidez puede indicar que se esta dejando de colocar dinero de fondos captados, lo que trae como consecuencia la no generación de ingresos financieros, lo que hace que el banco tenga problemas de rentabilidad.

R20= Ingresos por cartera de crédito /Cartera de crédito neta promedio

Al aumentar R20 en 1% aumenta en 0.05% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar que ingresa en relación de los créditos netos aumenta el riesgo de fusión.

R21= Ingresos por cartera de crédito /Cartera de crédito bruta promedio

Al aumentar R21 en 1% aumenta en 16.19% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar que ingresa en relación con toda la cartera de créditos aumenta el riesgo de fusión.

R22= Margen financiero bruto /Activo bruto promedio

Al aumentar R22 en 1% aumenta en 16.51% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar que se obtiene por las operaciones de intermediaciones financieras con respecto al activo promedio vigente aumenta el riesgo de fusión.

Las razones R20, R21 y R22 son indicadores de rentabilidad, su aumento hace que el banco con estas características sea atractivo para las fusiones debido a que el rendimiento del capital invertido para los accionistas es mayor.

El criterio de información de Akaike (AIC) para este modelo fue 29.8757

Tabla 2: Modelo de Riesgo Multiplicativo

Prueba para Términos no Paramétricos

Prueba para efectos no significativos		
sup	hat B(t)/SD(t)	p-value H_0: B(t)=0
Int	15.60	**0**
R11	8.94	**0**
R20	859.00	**0**
R21	17.20	**0**
R22	14.00	**0**
Prueba para efectos invariantes en el tiempo		
sup	B(t) - (t/tau)B(tau)	p-value H_0: B(t)=b t
Int	622.00	**0.953**
R11	583.00	**0.959**
R20	43.8	**0.472**
R21	991.00	**0.937**
R22	4560.00	**0.932**
int (B(t)-(t/tau)B(tau))^2dt	p-value H_0: B(t)=b t	
Int	5.74E+06	**0.973**
R11	5.25E+06	**0.980**
R20	3.11E+04	**0.668**
R21	1.49E+07	**0.954**
R22	2.86E+08	**0.954**

A partir del test supremo se concluye que todos los efectos son significativos con un 95 % de confianza; el p – value es $< \alpha = .05$ para la significancia de todas las covariables.

Como el p – value para todas las covariables incluidas en el modelo es mayor al nivel de alfa planteado ($\alpha = .05$), el test de efectos invariantes muestra que todas las variables tienen efectos constantes multiplicativos con un 95% de confianza.

Con las tablas anteriores se comprueba que no se viola el supuesto de proporcionalidad. La ventaja del test de Score es que no se necesita especificar la forma funcional de las covariables.

Para sustentar gráficamente lo anteriormente mencionado se grafican los procesos puntajes (no ponderados) con 50 procesos simulados.

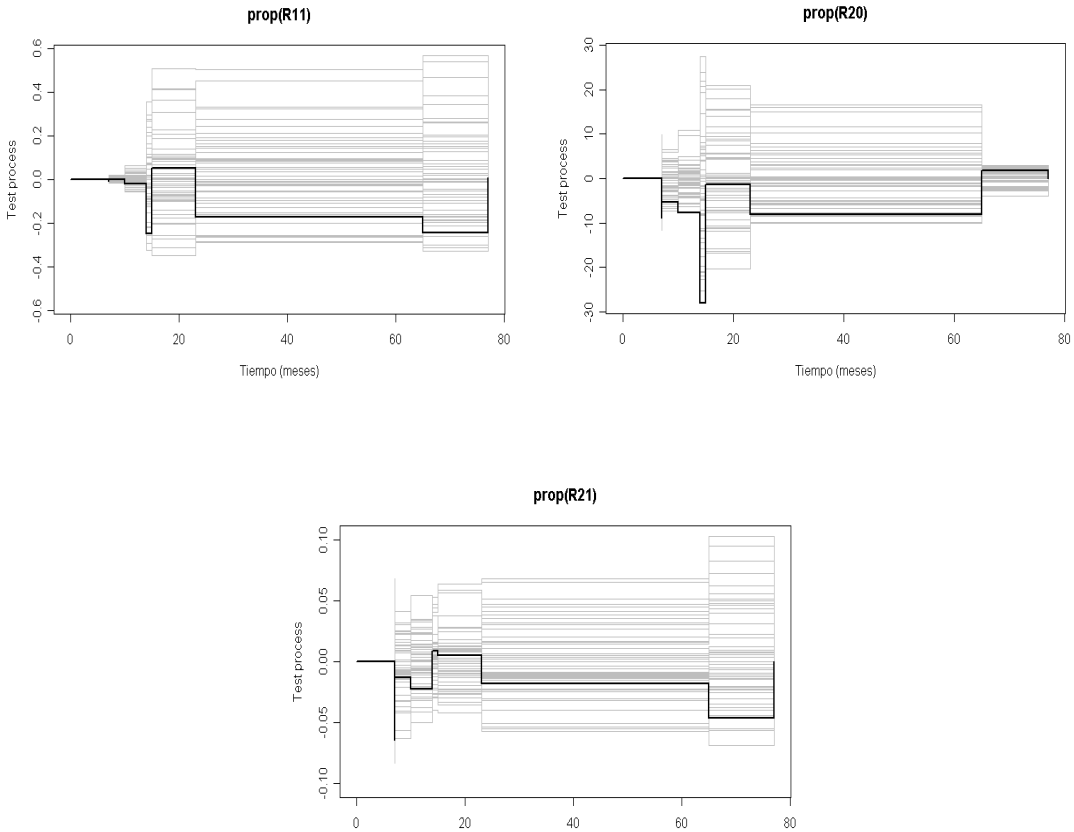

Figura 1: Procesos Puntajes (no ponderados) con 50 Procesos Simulados

Se calcula la versión ponderada del estadístico de prueba supremo el cual toma la varianza del puntaje dentro del conteo. Los resultados son similares a los del estadístico de prueba no ponderado por lo que se concluye que no se viola el supuesto de proporcionalidad.

La figura 2 sugiere que la forma funcional para las covariables continuas es lo suficientemente sensible como para no violar el supuesto de adecuacidad.

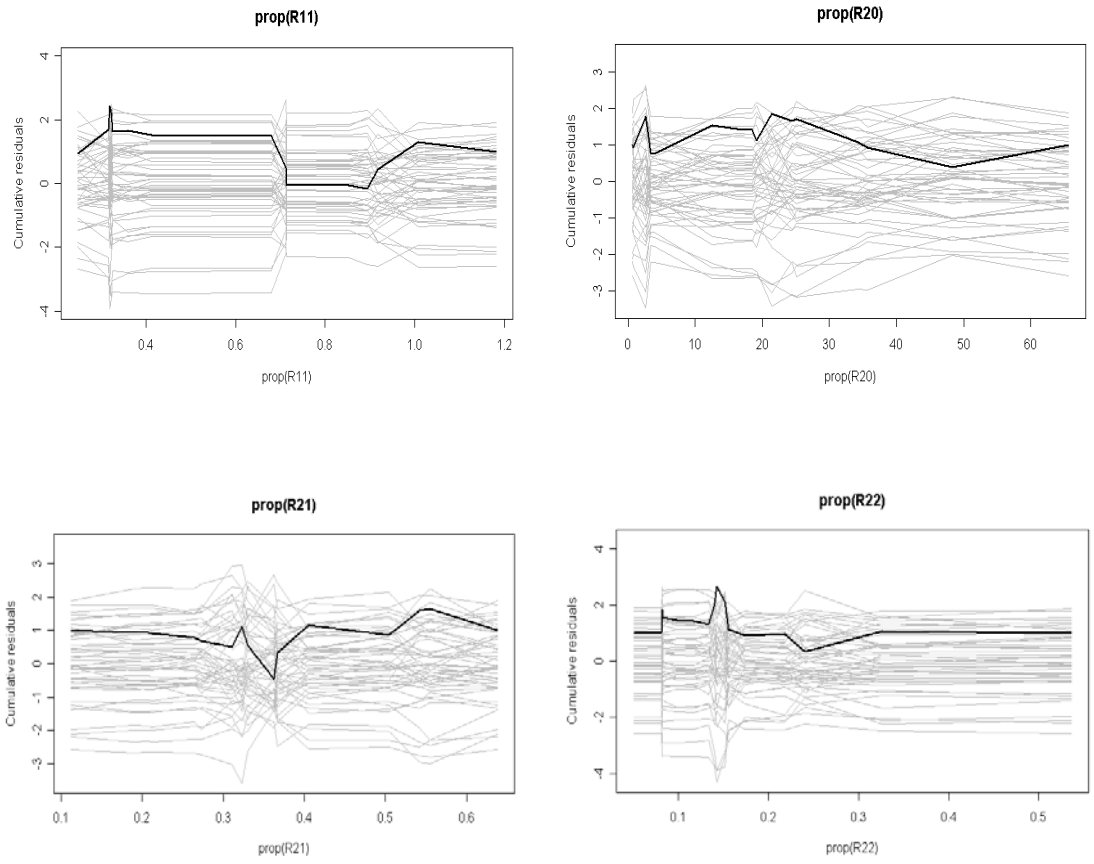

Figura 2: Residuales acumulados observados versus covariables continuas

con 50 realizaciones aleatorias bajo el modelo

3.2 Modelo de Cox con covariables dependientes del tiempo

3.2.1 Datos y período de estudio: En este modelo la base de datos a considerar presenta una diferencia ya que no sólo se toma en cuenta la última observación sino que estamos ante la presencia de un panel de datos. Así para cada observación se plantea un intervalo para el tiempo, el cual es abierto por la izquierda y cerrado por la derecha y está constituido por dos tiempos, uno inicial y uno final.

3.2.2 Identificación, selección y estimación del modelo: Se procede de la misma manera que en el modelo de Cox clásico; se aplica la metodología paso a paso (stepwise), se observa la significancia de cada una de las covariables, se contrasta con los valores de alfa establecidos $\alpha = .05$, y se elimina una a una las variables no significativas. En esta etapa se prueban todos los modelos tentativos.

3.2.3 Escogencia del modelo más adecuado: Basándose en el criterio de Información de Akaike, se escoge el modelo que tenga el menor valor al cinco por ciento (5%) de significancia, el cual para este caso representan el modelo más adecuado.

Tabla 3: Modelo de Cox con covariables dependientes del tiempo

	Coef.	exp. (Cx(coef)	Se (coef)	Valor z	Valor p	0.95 LCL	0.95 UCL
R1	-191.05	**0.1480**	85.12	-2.24	**0.025**	3.78E-156	3.03E-11
R2	157.20	**4.8163**	71.66	2.19	**0.028**	1.90E+07	1.84E+129
R22	6.44	**1.0665**	3.15	2.04	**0.041**	1.30E+00	3.01E+05

R1= Patrimonio / Activo total

$$(1-0.1480)=0.8520=85.20\%$$

Al aumentar R1 en 1% disminuye en 80.20% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar que se utiliza del patrimonio para financiar el activo del instituto disminuye el riesgo de fusión.

R2 = Patrimonio + Gestión operativa / Activo total

Al aumentar R2 en 1% aumenta en el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar que se invierte del patrimonio más la gestión operativa para financiar el activo aumenta el riesgo de fusión 4,82 veces.

R22 = Margen financiero bruto /Activo bruto promedio

Al aumentar R22 en 1% aumenta en 6.65% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar que se obtiene por las operaciones de intermediaciones financieras con respecto al activo promedio vigente aumenta el riesgo de fusión.

El criterio de información de Akaike (AIC) para este modelo fue 46.03673

Tabla 4: Modelo de Riesgo Multiplicativo

Prueba para Términos no Paramétricos

Prueba para efectos no significativos		
sup	hat B(t)/SD(t)	p-value H_0: B(t)=0
Int	13.20	**0.00**
R1	2.63	**0.03**
R2	3.05	**0.01**
R22	4.96	**0.00**
Prueba para efectos invariantes en el tiempo		
sup	B(t) - (t/tau)B(tau)	p-value H_0: B(t)=b t
Int	75.2	**0.000**
R1	1130.0	**0.022**
R2	1290.0	**0.009**
R22	233.0	**0.001**
int	(B(t)-(t/tau)B(tau))^2dt	p-value H_0: B(t)=b t
Int	141000	**0.000**
R1	14100000	**0.051**
R2	20200000	**0.020**
R22	880000	**0.001**

En la prueba para la significancia de los efectos como el p – value es $< \alpha = .05$ se concluye que todos los efectos son significativos con un 95% de confianza.

Como el p – value para todas las covariables incluidas en el modelo es menor al nivel de alfa planteado ($\alpha = .05$), el test de efectos invariantes muestra que todas las variables tienen efectos que son significativamente variantes en el tiempo con un 95% de confianza.

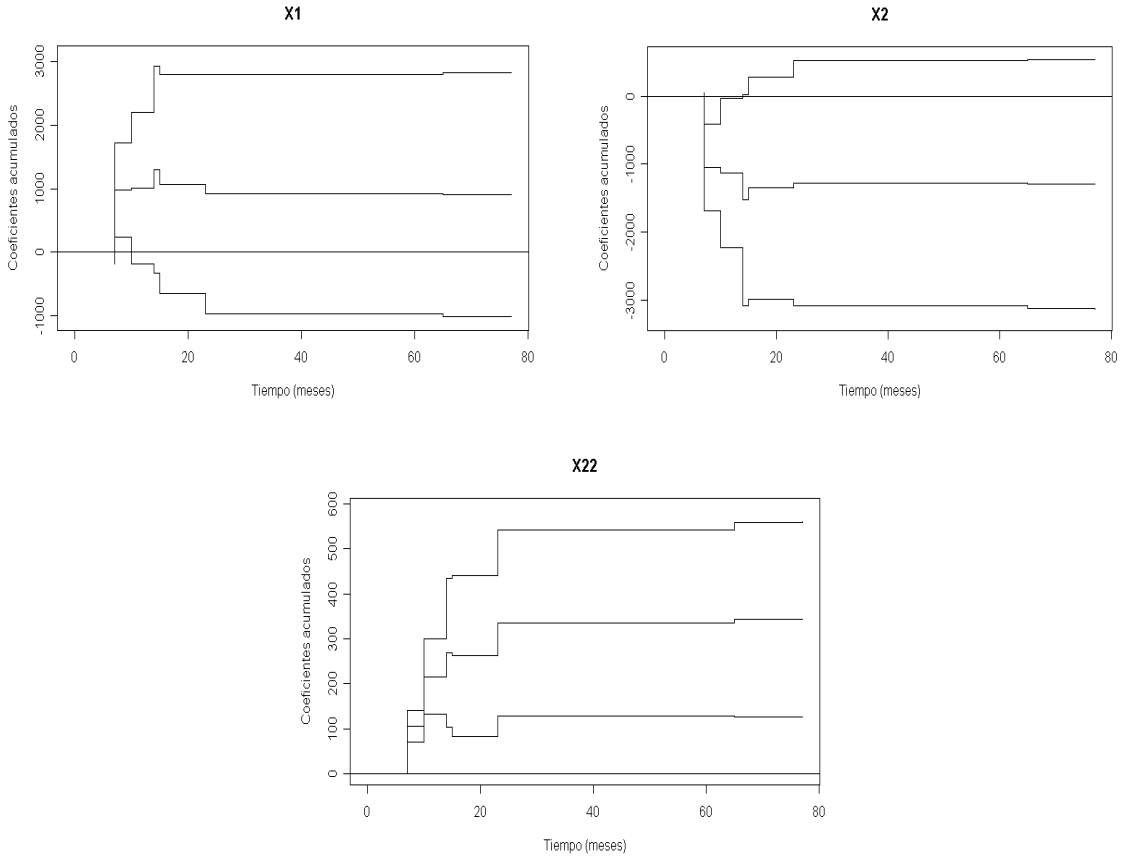

Figura 3: Función de regresión acumulada estimada

con intervalos de confianza del 95%

En los gráficos anteriores se verifica la significancia de las razones incluidas en el modelo, además que ayudan a evaluar los efectos acumulados en puntos específicos de tiempo.

El modelo de riesgo semiparamétrico no fue estimado porque los efectos de las variables varían en el tiempo.

Se realiza el contraste de hipótesis para el modelo de Cox extendido a través de la técnica del remuestreo, en la cual se utilizan los gráficos de la función de regresión acumulada estimada con las bandas de confianza de 95%, las bandas de Hall – Wellner y bandas basadas en simulación.

Las bandas de Hall – Wellner están representadas por las líneas de puntos y las bandas basadas en simulación por las líneas interrumpidas. La forma de las dos bandas difiere muy poco. Ambas bandas muestran que los efectos varían en el tiempo.

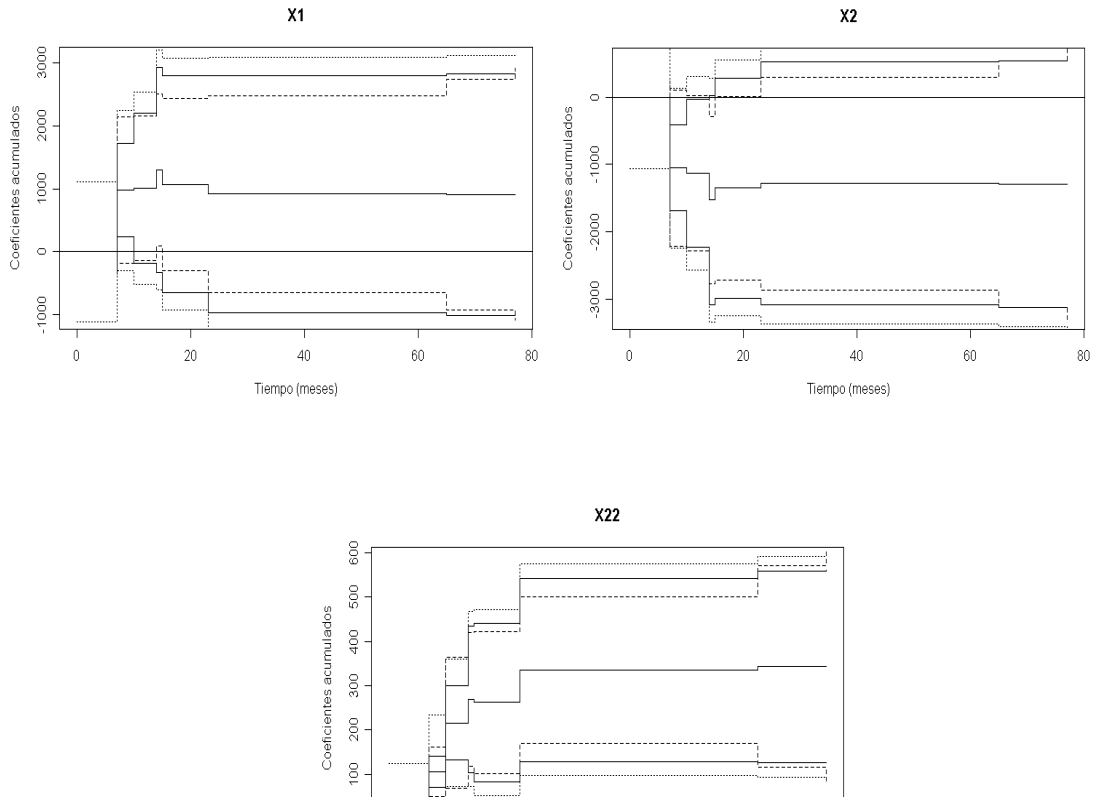

Figura 4: Función de regresión acumulada estimada
con intervalos de confianza del 95%, con bandas de Hall – Wellner
y bandas basadas en simulación

Se realizan los procedimientos de bondad del ajuste para cada una de las tres variables

- Residuales acumulados observados con bandas de confianza de 95% e intervalo de confianza de 95%
- Residuales acumulados con 50 realizaciones aleatorias bajo el modelo de estudio

Tanto en el análisis gráfico como con el p – value del estadístico de prueba se observa que los residuales son consistentes con el modelo.

El valor del p – value es mayor al nivel de $\alpha = .05$ lo que sugieren que el modelo da un buen ajuste para todas las covariables. Lo que se valida gráficamente con los residuales acumulados con 50 procesos de remuestreo.

El comportamiento de los residuales acumulados correspondientes a las variables incluidas en el modelo es claramente consistente con el modelo estimado.

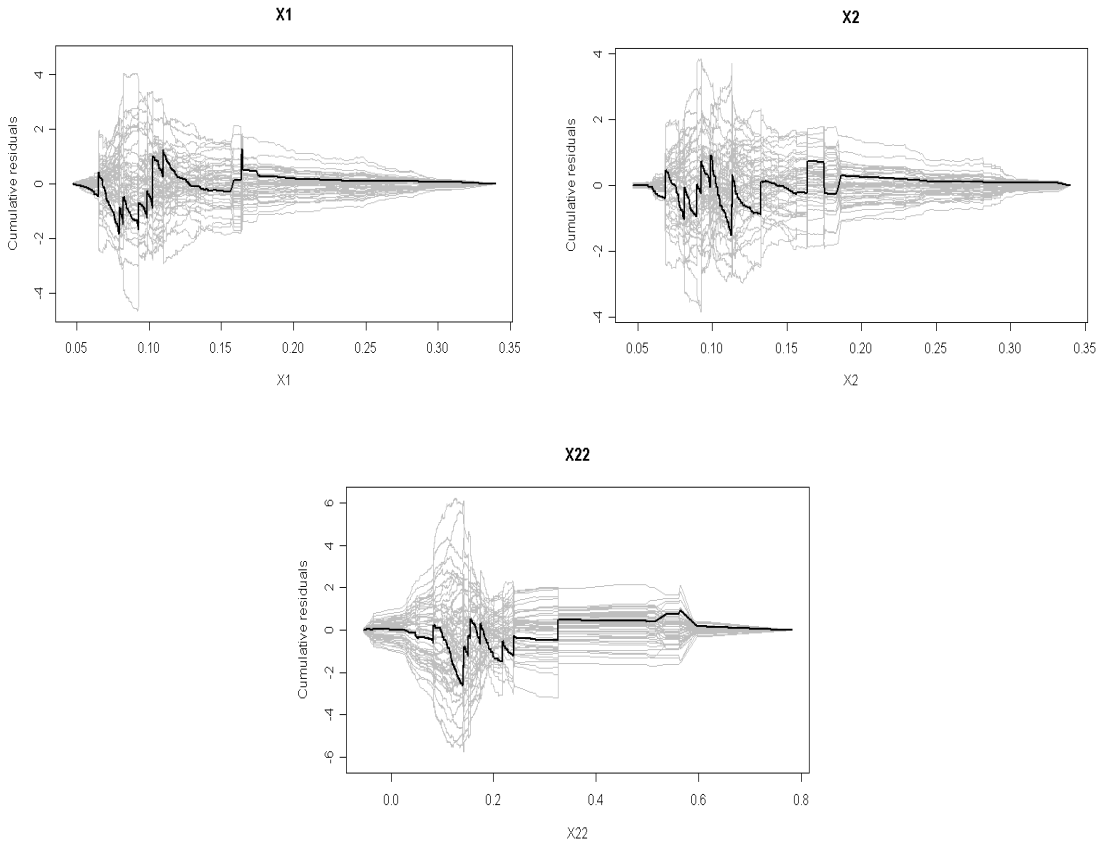

Figura 5: Residuales acumulados con 50 realizaciones bajo el modelo

3.3 Modelo Aditivo de Aalen

3.3.1 Datos y período de estudio: En el modelo de Aalen se utiliza un panel de datos, al igual que en el modelo de Cox con covariables dependientes, es por esta razón que la base de datos usada es la misma para ambos modelos.

La metodología empleada es la planteada por Martinussen y Scheike, la cual asume que no existen empates, es decir, tiempos iguales; por lo que se aplica lo sugerido por Miller (1998) cuando se presentan empates en las observaciones, específicamente para el estimador de Kaplan y Meier, esto consiste en realizar una diferenciación infinitesimal en la variable tiempo; para este caso particular se utiliza como factor de diferenciación .01.

3.3.2 Identificación, selección y estimación del modelo: Para realizar la identificación, se procede de la siguiente manera: se aplica la metodología paso a paso (stepwise), se compara con los valores $\alpha = .05$, y se eliminan una a una las no significativas. En esta etapa se obtienen varios modelos preliminares.

3.3.3 Escogencia del modelo más adecuado: A partir del valor del Deviance que arroja los resultados se calcula el criterio de Información de Akaike, que es el criterio que se ha usado para la selección del modelo más adecuado, el modelo que tenga el menor valor al 5% de significancia, será el modelo escogido.

El test supremo muestra que todos los efectos son significativos al 5%. Para probar los efectos invariantes en el tiempo se calculan dos pruebas, la primera basada en el supremo y la segunda en la diferencia cuadrada integrada, ambos muestran que los efectos varían en el tiempo al 5%. Por lo tanto el ajuste semiparamétrico no es estimado.

El valor del Deviance 34.8467 es a partir del cual se obtiene el criterio de información de Akaike; AIC = 43.8467

Tabla 5: Modelo de Aalen. Ajuste del riesgo aditivo

	Coef.	Error estándar	I.C. 95%		Estadístico de prueba	Valor p
Constante	**-0.008**	0.036	-0.079	0.062	1.010	**0.313**
R4	**-0.039**	0.033	-0.103	0.025	-1.452	**0.147**
R9	**1.175**	1.362	-1.494	3.845	0.563	**0.573**
R13	**0.344**	0.228	-0.103	0.792	1.672	**0.095**

R4 = Activo Improductivo brutos / Patrimonio + gestión operativa

$$(1-0.039) = 0.961 = 96.10\%$$

Al aumentar R4 en 1% disminuye en 96.10% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar del patrimonio más la gestión operativa que es dirigido hacia activos no generadores de ingresos por concepto de comisiones o que estén fuera de la normativa legal disminuye el riesgo de fusión.

R9 = Cartera inmovilizada bruta / Cartera de crédito bruta

Al aumentar R9 en 1% aumenta en 117.5% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar de la cartera de crédito bruta que pertenece a la cartera inmovilizada (demora o en litigio) y no genera intereses a la institución aumenta el riesgo de fusión. El aumento de R9 puede señalar que el banco esta solvente pero que

puede tener problemas de liquidez por no haber realizado las previsiones para los retiros o para la demanda de créditos, lo que hace que sea un candidato para una fusión.

R13 = Cartera vigente bruta / Captaciones totales

$$(1-0.344) = 0.656 = 65.60\%$$

Al aumentar R13 en 1% aumenta en 65.60% el riesgo de fusión, es decir, por cada Bolívar que es captado del público y se utiliza para satisfacer las necesidades crediticias de lo clientes aumenta el riesgo de fusión.

Si un banco coloca más fondos de los que capta, podría lograr un mayor nivel de rentabilidad, pero sería vulnerable a una fusión porque tiene liquidez para atender la demanda de créditos pero no la necesaria para atender la demanda de retiros

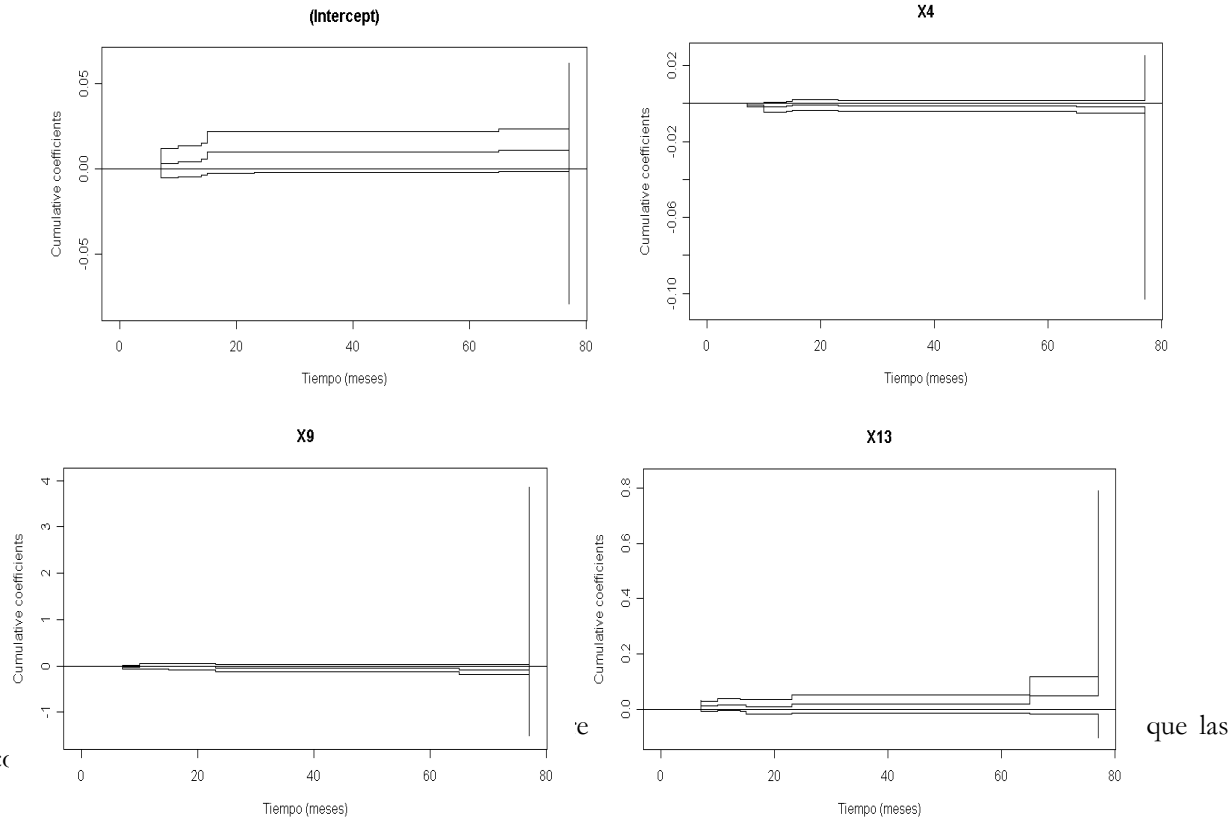

Figura 6: Funciones de regresión acumulada estimada con intervalos de confianza de 95% basados en el modelo aditivo de Aalen

Se realiza el contraste de hipótesis para el modelo de Cox extendido a través de la técnica del remuestreo, en la cual se utilizan los gráficos de la función de regresión acumulada estimada, las bandas de Hall – Wellner y bandas basadas en simulación. Además se grafican los procesos de prueba para efectos constantes.

Las bandas de Hall – Wellner están representadas por las líneas cortadas y las bandas simuladas por las líneas punteadas (obtenidas por la técnica del remuestreo). Ambas bandas difieren poco lo que nos indica que existen efectos variantes en el tiempo.

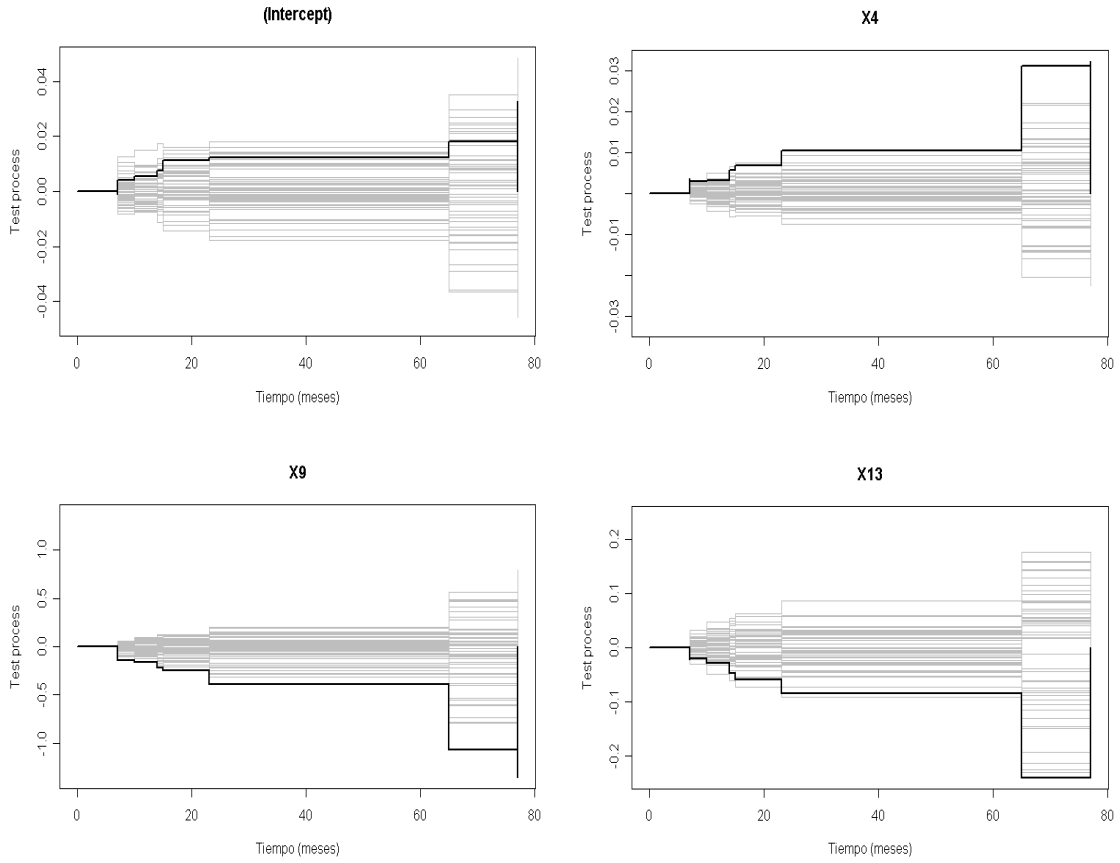

Figura 7: Pruebas de procesos para probar efectos constantes con 50 procesos simulados bajo la hipótesis nula

El gráfico 7 indica que las razones R4, R9 y R13 tienen efectos variantes en el tiempo, conclusión consistente con los test de hipótesis de efectos invariantes mostrados al principio del análisis.

Para evaluar el ajuste se transforman todas las covariables continuas dentro de factores con cuatro niveles definidos por cuartiles y se calcula los residuos martingala acumulados, la figura 8 claramente indica que el ajuste es aceptable para todos los niveles del indicador R4.

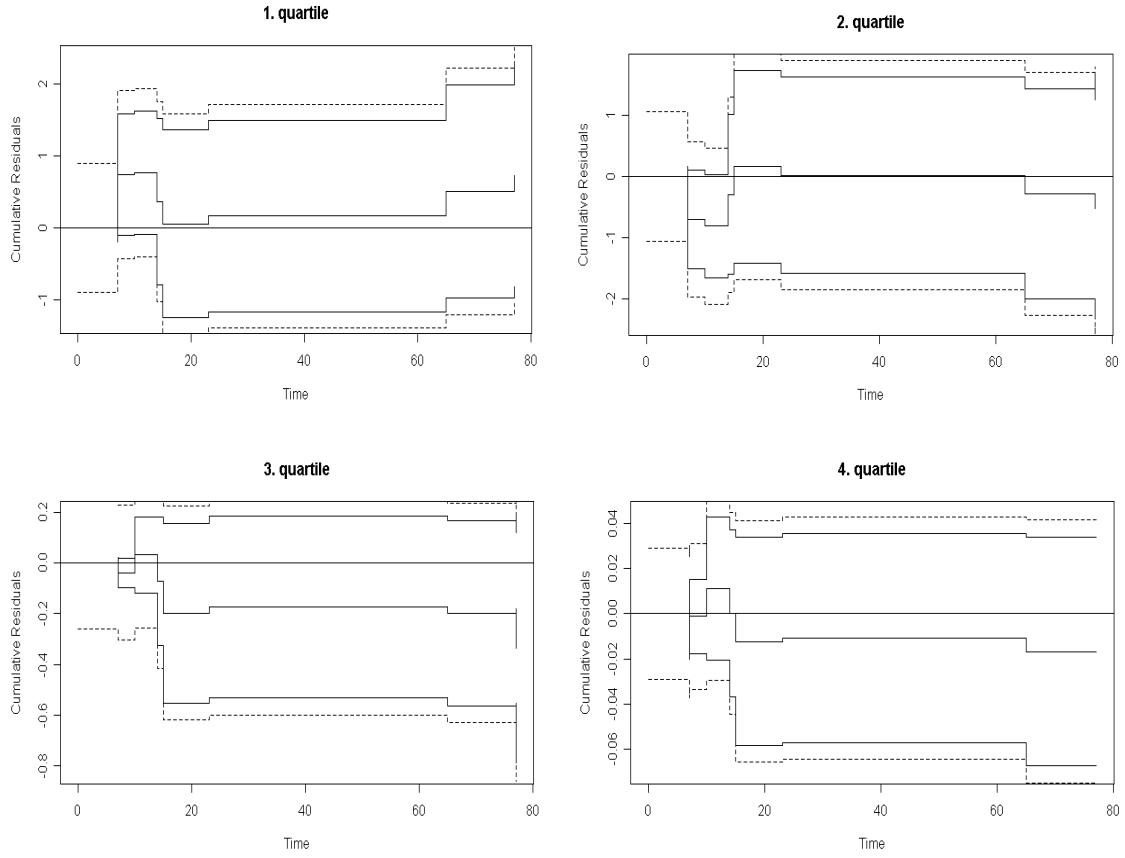

Figura 8: Residuales acumulados observados por cuartiles de R4 con intervalos de confianza de 95% y bandas de confianza de Hall – Wellner

Las líneas sólidas representan los intervalos de confianza de 95% y las líneas interrumpidas las bandas de Hall - Wellner.

Como el p – value en ambos tests es mayor al nivel de alfa establecido (α = .05) se dice que para la razón R4 se obtiene un buen ajuste para el modelo de riesgo aditivo estimado, por lo tanto el efecto de esta variable es aditivo con un 95% de confianza.

Los resultados que se observa en la tabla anterior verifican que todas las covariables incluidas en el modelo (R4, R9 y R13) presentan un estadístico de prueba (supremo) significativo al 95% por lo que se dice que tienen un comportamiento consistente con el modelo.

El análisis gráfico de los residuales acumulados se realiza para complementar los resultados expuestos anteriormente.

Los gráficos anteriores representan los residuales acumulados con 50 procesos de remuestreo, donde las variables R4, R9 y R13 muestran que el comportamiento de los residuales es consistente con el esperado.

4. Conclusiones

- La estimación de los modelos de regresión a través de la metodología implementada hace que se cumpla con los objetivos propuestos al inicio de este proyecto.

- En el modelo de Cox clásico se incluyen cuatro variables (R11, R20, R21, R22) de las cuales R20, R21, R22 son indicadores de rentabilidad y R11 es un indicador de liquidez; lo que indica que el modelo de Cox esta influenciado por la eficiencia de operación del banco y la capacidad de satisfacer sus obligaciones a corto plazo.

- El modelo de Cox con covariables dependientes del tiempo tiene influencia de variables que están asociadas con la capacidad que el banco posee para absorber pérdidas o desvalorizaciones de sus activos y con la operatividad del mismo. Para la correcta interpretación de este modelo es necesario la forma de las covariables en el tiempo por lo que las estimaciones de este modelo no son precisas y el riesgo de que el sesgo sea grande aumenta.

- Para el modelo de Aalen en el que interviene la variabilidad de los riesgos, es importante la capacidad que cada institución posee para absorber pérdidas o desvalorizaciones de sus activos, la eficiencia, competitividad y productividad de la gerencia y la capacidad operativa del banco para responder por sus compromisos financieros a corto plazo
- En la estimación de los modelos de Cox con covariables dependientes del tiempo y de Aalen a través de la metodología de Martinussen y Scheike las variables R17 y R19 no alcanzaron convergencia por lo que no se deciden eliminar de los modelos.

- Con esta investigación queda claro que es importante tomar en cuenta el hecho de que existen covariables con efectos que varían en el tiempo además permiten observar separadamente los cambios en el tiempo y la influencia de cada covariable.

- Finalmente se concluye que el modelo de Cox con covariables dependientes del tiempo y el modelo de Aalen no aportan información adicional. Además, basándose en el criterio de información de Akaike el modelo más adecuado a la hora de estudiar variables indicadoras de riesgo es el modelo de Cox clásico para el que no se encontró violaciones en los supuestos, lo

que garantiza la representatividad de los resultados y esto es confirmado en el trabajo realizado por Ayala (2006), A pesar de que las bases de datos utilizadas fueron distintas.

5. Recomendaciones

- Al realizar aplicaciones estadísticas en cualquier área es de suma importancia la asesoría de expertos en el campo de aplicación para la buena interpretación de resultados y así sacar mejor provecho a la información obtenida por el modelo.

- Es fundamental que la base de datos a utilizar este completa, actualizada y depurada para poder obtener resultados más confiables.

- Al estimar modelos de Cox con covariables dependientes del tiempo hay que tener mucho cuidado ya que para una correcta interpretación se debe determinar la forma de la covariable sobre el tiempo, lo cual es difícil de lograr. Por lo tanto no se recomienda utilizar este modelo como predictor de la supervivencia.

6. Agradecimientos

Los autores agradecen al Banco Central de Venezuela por su apoyo al Grupo Banca de la Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela. Rafael Borges agradece al Concejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico de la Universidad de Los Andes (CDCHT-ULA) por el financiamiento al presente trabajo a través del proyecto E-199-02-09-C.

7. Referencias

Ayala, M. A., Borges, R. E. y Colmenares, G. (2007). Análisis de Supervivencia aplicado a la banca comercial Venezolana, 1996-2004, Revista Colombiana de Estadística, 1(30), 97 - 113.

Bello, G. (2007). Operaciones bancarias en Venezuela: Teoría y práctica, Publicación de la Universidad Católica Andrés Bello.

Borges, R. (2005). Análisis de Supervivencia utilizando el lenguaje R. XV Simposio de Estadística, Paipa, Colombia (Cursillo).

Cox, D.R. (1972). Regression models and life tables (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society: Series B, 34: 187-220.

Martinussen, T. y Scheike, T. (2006). Dynamic Regression Models for Survival Data. N.Y.: Spinger.

Therneau, T. y Grambsch P. (2000). Modeling Survival Data: Extending the Cox Model. N.Y.: Spinger