

Práctica No. 2

Tema 2: Conceptos Básicos de Probabilidad

1. Explique el significado de los siguientes términos:

- a. Experimento Aleatorio
- b. Espacio Muestral
- c. Evento
- d. Punto Muestral
- e. Variable Aleatoria
- f. Espacio Muestral Discreto
- g. Espacio Muestral Continuo

2. Suponga que $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$, $A = \{1, 3, 4, 6, 10, 11\}$, $B = \{2, 3, 5, 6, 9, 10, 12\}$. Encuentre:

- a. $A \cup B$
- b. $A \cap B$
- c. $A - B$
- d. A^c

3. Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \{x / x \text{ es impar y } x \in \mathbb{N}\}, B = \{x / 3 \leq x \leq 6 \text{ y } x \in \mathbb{N}\} \text{ y } C = \{x / 1 \leq x \leq 10 \text{ y } x \in \mathbb{N}\}$$

Nota: \mathbb{N} representa al conjunto de los números naturales, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

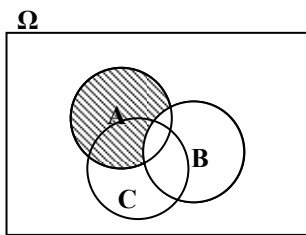
Determine los conjuntos:

- a. A^c
- b. B^c
- c. C^c
- d. $A \cup B$
- e. $B \cup C$
- f. $A \cap B$
- g. $B \cap C$
- h. $A^c \cap B$
- i. $(A^c \cap B^c)$
- j. $(A \cap B)^c$

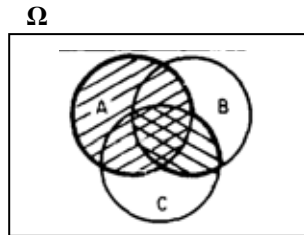
4. Represente en un Diagrama de Venn:

- a. $A \cap B \cap C$
- b. Si $B \subset A$, $A \cap B^c$

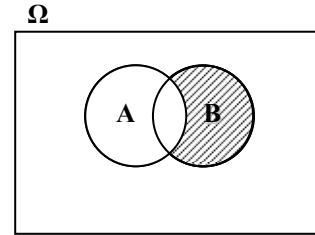
5. Indique cual de los siguientes conjuntos es finito o infinito:
- Los días de la semana
 - $\{x / x \text{ es impar y } x \in \mathbb{N}\}$
 - $\{4, 8, 12, \dots\}$
6. Cuál de los siguientes describe al conjunto vacío:
- $\{x / x+5=5\}$
 - $\{x / x \text{ es un entero positivo menor que } 1\}$
7. Si Ω es el espacio muestral (conjunto universo), y si A es un evento de Ω , encuentre:
- $(\emptyset \cup A)^c$
 - $(A^c \cup A)^c$
 - $\Omega^c \cap A^c$
8. Identifique los conjuntos sombreados en cada uno de los siguientes diagramas de Venn:



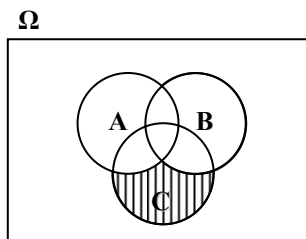
I



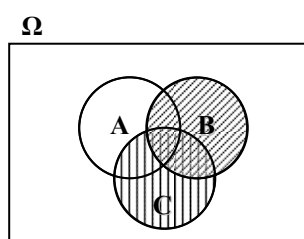
II



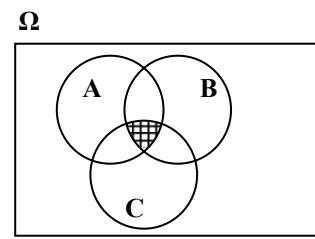
III



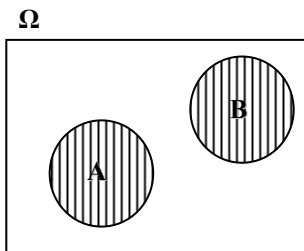
IV



V



VI



VII

9. Un experimento consiste en lanzar tres veces una moneda balanceada y anotar el resultado.
- Describa el experimento con un diagrama de árbol
 - ¿Cuál es el espacio muestral?
 - ¿Cómo se define el siguiente evento $A = \{CSS, SCS, SSC\}$? donde C: Cae cara y S: Cae sello.
 - ¿Cuáles son los puntos muestrales que conforman el evento: “no ocurren caras”?
 - Describa los puntos muestrales del evento: “por los menos uno de los resultados sea sello”
 - Ilustre en un Diagrama de Venn los eventos de los ítems b., c. d. y e.
10. Una caja contiene 8 bolas blancas, 4 bolas azules, 6 bolas verdes y 3 bolas rojas. Si se extrae al azar una bola de la caja,
- Diga en que consiste el experimento aleatorio de este planteamiento. Justifique porqué el experimento es aleatorio.
 - Encuentre la probabilidad de obtener una bola azul o una bola blanca.
11. Se lanzan dos dados balanceados simultáneamente. Encuentre:
- El espacio muestral (trace un diagrama de árbol)
 - La probabilidad de que la suma de los dos resultados sea igual a 7
 - La probabilidad de que la suma de los dos resultados sea igual a 6 ó 7
 - La probabilidad de que la suma de los dados sea menor o igual a 4
12. En un estudio reciente, realizado sobre 500 estudiantes de diferentes cursos de Estadística Básica, se determinó el número de alumnos aprobados y reprobados en el primer examen y la nota definitiva. Se obtuvo la siguiente información:

| | Aprobados | Reprobado |
|----------------------|------------|------------|
| | Nota Final | Nota Final |
| Aprobados | | |
| Primer Examen | 170 | ? |
| Reprobados | | |
| Primer Examen | 20 | 80 |

Calcule:

- Probabilidad de aprobar el primer examen.
- Probabilidad de reprobado la asignatura.
- Probabilidad de aprobar el primer examen y reprobado la asignatura.
- Probabilidad de reprobado la asignatura o reprobado el primer examen.
- Dado que aprobó el primer examen, ¿Cuál es la probabilidad de reprobado la asignatura?

13. Sean A y B dos eventos en el espacio muestral Ω . Si $P(A) = 0,6$ y $P(B) = 0,7$
- ¿Son A y B eventos mutuamente excluyentes? Argumente su respuesta.
 - Si $P(A \cup B) = 0,8$ ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente uno de los eventos ocurra?, ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ni A ni B ?
14. Un lote de 100 artículos contiene 20 artículos defectuosos y 80 sin defectos. Se seleccionan al azar y sin reemplazo tres artículos. Se pide:
- Construir el diagrama de árbol que ilustre el experimento aleatorio
 - Describir el espacio muestral
 - Encontrar la probabilidad de que los tres artículos sean no defectuosos
 - Encontrar la probabilidad de que el primer artículo seleccionado sea defectuoso y los otros dos sin defectos
15. Sean los eventos A y B con $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ y $P(A \cup B) = \frac{8}{10}$. Se pide:
- $P(A \setminus B)$
 - $P(B \setminus A)$
 - $P(A^c \setminus B^c)$
 - $P(A \cup B^c)$
 - ¿ A y B son eventos independientes? Justifique su respuesta
 - ¿ A y B son eventos mutuamente excluyentes? Justifique su respuesta
16. En un estudio reciente sobre accidentes automovilísticos, el departamento de tránsito terrestre encontró que 60% suceden de noche, 52% están relacionados con conductores en estado de ebriedad y 37% se presentan de noche y están relacionados con chóferes ebrios. ¿Cuál es la probabilidad de que:
- Un accidente esté relacionado con un conductor alcoholizado, dado que sucedió de noche.
 - Suceda un accidente de noche o el conductor se encuentra ebrio.
17. Una cadena de hamburguesas sabe que el 75% de sus clientes utiliza mostaza el 80% utiliza Ketchup y el 65% utiliza ambos. Encuentre la probabilidad de que:
- Un determinado cliente utilice al menos uno de los dos.
 - Un determinado cliente no utilice mostaza ni ketchup.
 - Un consumidor de ketchup utilice mostaza.
 - Un cliente utilice mostaza si no es consumidor de ketchup.
18. Demostrar que para dos sucesos cualesquiera A y B se cumple que:

$$P(A B^c \cup A^c B) = P(A) + P(B) - 2P(AB)$$

19. La Asociación de Estudiantes de Estadística de una Universidad desea determinar si hay relación entre el interés de un estudiante en la estadística y su habilidad para las matemáticas. Se selecciona una muestra aleatoria de 200 estudiantes de esa Universidad y se les pregunta si su habilidad para las matemáticas e interés es *bajo*, *promedio* o *alto*. Los resultados son los siguientes:

| Interés en la Estadística | Habilidad para las matemáticas | | |
|---------------------------|--------------------------------|----------|------|
| | Bajo | Promedio | Alto |
| Bajo | 60 | 15 | 15 |
| Promedio | 15 | 45 | 10 |
| Alto | 5 | 10 | 25 |

Si un estudiante se elige en forma aleatoria, ¿Cuál es la probabilidad de que

- Tenga un interés promedio en la estadística?
 - Tenga una baja habilidad para las matemáticas y un bajo interés en la estadística?
 - Tenga un alto interés en la estadística o una habilidad promedio en la matemática? ¿Estos eventos son mutuamente excluyentes? Justifique su respuesta.
 - Tenga un alto interés en la estadística, si se sabe que la persona seleccionada posee una habilidad alta para las matemáticas.
 - Presente un interés bajo en la estadística si tiene una habilidad baja para las matemáticas?
 - No tenga una habilidad baja en las matemáticas y no presente un interés bajo en la estadística?
20. Suponga que $P(A) = 1/4$ y $P(B) = 1/3$. Encuentre $P(A \cap B)$ si:
- A y B son independientes.
 - A y B son mutuamente excluyentes.
21. En una ciudad se sabe que en época de lluvia el 30% de los niños menores de 7 años padece de resfriado, el 15% padece de tos y el 10% padece de ambas afecciones. Si se selecciona un niño al azar de esa ciudad. Calcule e interprete la probabilidad de que:
- Tenga tos si tiene resfriado.
 - No tenga resfriado si tiene tos.
 - No tenga ni resfriado ni tos.
22. Sean F, G y H eventos *mutuamente independientes*, tales que $P(F)=0,1$; $P(G)=0,3$ y $P(H)=0,2$. Calcule:
- $P(F \cap G \cap H)$
 - $P(F \setminus G \cap H)$
 - $P(G \cup H)$
 - $P(G \cup H^c)$
 - $P(G^c \cup H^c)$
 - $P(G^c \cap H^c)$
 - ¿Son F, G y H mutuamente excluyentes? Justifique

23. Una compañía está interesada en la formación educativa de sus trabajadores y decide ofrecer cursos de ortografía y matemáticas. El 40% de los empleados se inscribieron en el curso de ortografía y el 50% en el curso de matemática. El 30% de los que se inscriben en el curso de ortografía, se inscriben en el curso de matemáticas. Se pide:
- ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador elegido al azar se inscriba en ambos cursos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador elegido al azar que se inscribe en el curso de matemáticas lo haga también en el curso de ortografía?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador elegido al azar se inscriba en al menos uno de los dos cursos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador elegido al azar no se inscriba en el curso de ortografía ni en el curso de matemáticas?
 - ¿Son los eventos “inscribirse en el curso de matemáticas” e “inscribirse en el curso de ortografía” estadísticamente independientes?
24. En cierta comunidad el 8% de todos los adultos mayores de 50 años padecen diabetes. Si un médico de esta comunidad diagnostica correctamente que el 95% de todas las personas que padecen diabetes tiene la enfermedad y diagnostica incorrectamente que el 2% de todas las personas que no padecen la enfermedad la tienen. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona mayor de 50 años diagnosticada por este médico como un enfermo de diabetes en realidad padezca la enfermedad?
25. Sean C, D y F eventos *mutuamente excluyentes*, tales que $P(D)=0,3$ y $P(F)=0,5$. Calcule:
- $P(C \cap D \cap F)$
 - $P(D \cup F)$
 - $P(D \cup F^c)$
 - $P(D \setminus F)$
 - $P(D^c \cup F^c)$
26. Los registros del Ministerio de Transporte y Comunicaciones, revelan que sólo el 10% de las víctimas de accidentes que llevaban cinturones de seguridad sufrieron heridas graves, en tanto que el 50% de los que no lo usaron, sufrieron también serias heridas. La Policía Vial estima que el 60% de las personas que viajan en automóviles emplean los cinturones de seguridad. Se llama a la Policía Vial para investigar un accidente.
- Calcule la probabilidad de que una persona resulte con heridas graves.
 - Si una persona resulta seriamente herida, calcule la probabilidad de que llevara puesto el cinturón de seguridad en el momento del choque.
27. Es conocido, según registros médicos, que la probabilidad de seleccionar aleatoriamente una persona con cáncer es 0,2, y la probabilidad que tenga alguna enfermedad cardíaca es 0,1. Asumiendo que los dos eventos son independientes, cual es la probabilidad de que una persona:
- Tenga al menos una de esas dos enfermedades.
 - Tenga una enfermedad.

28. Tres maquinas A, B y C producen respectivamente 60%, 30% y 10% del número total de artículos de una fábrica. Los porcentajes de desperfectos de producción de estas maquinas son respectivamente 2%, 3% y 4%.
- Al seleccionar un artículo al azar, resultó defectuoso. Hallar la probabilidad de que el artículo fue producido por la maquina C.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que un artículo seleccionado al azar sea defectuoso?
29. El gerente de un restaurante clasifica a sus clientes en bien vestido, vestido normalmente y mal vestido, y comprueba que el 50%, 40% y 10% se encuentran en estas categorías, respectivamente. El gerente sabe, además que el 70% de los clientes bien vestidos, el 50% de los vestidos normalmente y el 30% de los mal vestidos piden vino.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente al azar pida vino?
 - Si un cliente pide vino. ¿Cuál es la probabilidad de que vaya bien vestido?
 - Si un cliente pide vino. ¿Cuál es la probabilidad de que no vaya bien vestido?

Respuestas Práctica 2

2.

e. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$

f. $\{2, 3, 6, 10\}$

g. $\{1, 4, 11\}$

h. $\{2, 5, 7, 8, 9, 12\}$

3. Determine los conjuntos:

k. $\{x / x \text{ es par y } x \in \mathbf{N}\} = \{2, 4, 6, \dots\}$

l. $\{x / x = 1, 2 \text{ ó } x \geq 7\}$

m. $\{x / x = x \geq 11\}$

n. $\{x / x \text{ es impar o } x = 4, 6\}$

o. **C**

p. $\{3, 5\}$

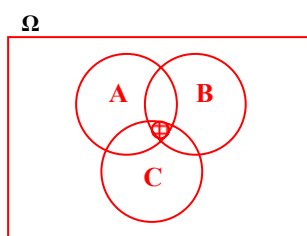
q. **B**

r. $\{4, 6\}$

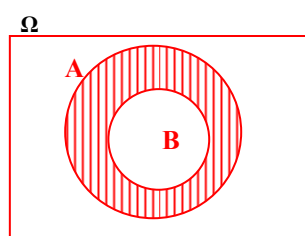
s. $\{x / x = 2 \text{ ó } x = 8, 10, 12, \dots\}$

t. $\{3, 5\}^c = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$

4.



$A \cap B \cap C$



Si $B \subset A$, $A \cap B^c$

5.

d. **FINITO**

e. **INFINITO (NUMERABLE)**

f. **INFINITO (NUMERABLE)**

6.

a. $\{0\}$: NO ES \emptyset

b. \emptyset

7.

- a. A^c
- b. \emptyset
- c. \emptyset

8.

I: $A \cap B^c = A - B$

II: $A \cup (B \cap C)$

III: $B \cap A^c = B - A$

IV: $(A \cup B)^c \cap C = A^c \cap B^c \cap C$

V: $(B \cup C)$

VI: $A \cap B \cap C$

VII: $A \cup B$

9.

- a.
- b. $\Omega = \{CCC, CSS, SCS, SSC, CCS, SCC, CSC, SSS\}$
- c. A: Sale una cara (o equivalentemente, dos sellos) al lanzar tres veces una moneda.
- d. $\{SSS\}$
- e. $\{CSS, SCS, SSC, CCS, SCC, CSC, SSS\} = \Omega - \{CCC\}$

10. Sean los eventos B: Se obtiene una bola blanca, A: Se obtiene una bola azul, V: Se obtiene una bola verde, R: Se obtiene una bola roja.

$$P(A \cup B) = \frac{12}{21}$$

11.

- a. $\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (1,6), (2,1), (2,2), \dots, (6,1), \dots, (6,6)\}$
- b. $\frac{1}{6}$
- c. $\frac{11}{36}$
- d. $\frac{1}{6}$

12.

- a. $\frac{4}{5}$
- b. $\frac{31}{50}$
- c. $\frac{23}{50}$
- d. $\frac{33}{50}$
- e. $\frac{23}{40}$

13.

- a. No ¿Porqué?
- b. 0,3 y 0,2

14.

- a.
- b. {BBB, BDB, DBB, BBD, DDB, BDD, DBD, DDD}
- c. 0,5081
- d. 0,1303

15.

- a. $\frac{1}{10}$
- b. $\frac{1}{15}$
- c. $\frac{3}{10}$
- d. $\frac{7}{15}$

16.

- a. 0,6167
- b. 0,75

17.

- a. 0,90
- b. 0,10
- c. 0,8125
- d. 0,50

18.

19.

a. $\frac{7}{20}$

b. $\frac{3}{10}$

c. $\frac{19}{40}$

d. 0,5

e. $\frac{3}{4}$

f. $\frac{9}{20}$

20.

a. $\frac{1}{12}$

b. 0

21.

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{1}{3}$

c. 0,65

22.

a. 0,006

b. 0,1

c. 0,44

d. 0,86

e. 0,94

f. 0,56

23.

a. 0,12

b. 0,24

c. 0,78

d. 0,12

24. 0,805

25.

- a. 0
- b. 0,8
- c. 0,5
- d. 0
- e. 1

26.

- a. 0,26
- b. 0,23

27.

- a. 0,28
- b. 0,26

28.

- a. 0,16
- b. 0,025

29.

- a. 0,58
- b. 0,6034
- c. 0,3966