Práctica No. 3

Tema 3: Variable Aleatoria

1. Sea X una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad viene dada por:

X	0	1	2	3	4	5
P(X=x)	1/10	3/10	4/10	1/10	1/20	1/20

Calcule:

a. $P(X<4.5)$

b. $P(X\geq 2)$

c. $P(2\leq X<4.5)$

d. $E(X/2)$

e. $E(X-\mu)^2$

2. Una moneda cargada tal que P(Cara) = 3/4 y P(Sello) = 1/4 se lanza tres veces. Sea X la variable aleatoria que denota el número de caras que aparecen. Encuentre:

a. El espacio muestral del experimento aleatorio. (Sugerencia: use un diagrama de árbol)

b. La distribución de probabilidad de la Variable Aleatoria X

c. La esperanza de X. Interprete el resultado.

d. La varianza de X. Interprete el resultado.

e. La desviación estándar la Variable Aleatoria X. Interprete el resultado.

3. Sea el experimento Aleatorio que consiste en lanzar simultáneamente dos dados. Se define como variable aleatoria la diferencia de los puntos que aparecen.

a. Construya la distribución de probabilidad de esa variable aleatoria.

b. Calcule E(X). Interprete el resultado en términos del problema.

c. Var(X). Interprete el resultado en términos del problema.

4. Sea X el número de días que ocurrieron accidentes en una planta industrial durante el año pasado. A continuación se presenta la distribución de probabilidad de está variable aleatoria.

Número de accidentes	0	1	2	3	4
Probabilidad	0.51	0.30	0.15	0.02	0.02

Se pide:

a. Obtener y graficar la función de probabilidad acumulada

b. ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos dos accidentes mañana?

c. Hallar el número esperado de accidentes por día

d. Hallar $E(X^2)$

e. Hallar $E\left[\left(X-E\left(X\right)\right)^2\right]$

5. Suponga una caja que contiene 10 bolas, de las cuales 3 son rojas, 2 amarillas y 5 blancas. Se seleccionan 3 bolas al azar.
   a. Si la selección es *con reposición* halle:
      i. La distribución de probabilidad del número de bolas blancas.
      ii. La media y desviación estándar de la función de masa hallada en i. Interprete los resultados en términos del problema.
   b. Repita la parte a. suponiendo que la selección es *sin reposición*.

6. Una inversión puede producir uno de tres resultados: Una ganancia de $ 7.000, una ganancia de $ 4.000 o una perdida de $ 10.000, con probabilidades 0,05; 0,20 y 0,25 respectivamente, encuentre la ganancia esperada del inversionista.

7. Dada la Variable Aleatoria Y cuya función de masa viene dada por:

$$P(Y = y) = y/6, \text{ donde } y = 1,2,3 \text{ y } P(Y = y) = 0, \text{ en otro caso.}$$

   Responda lo siguiente:
   a. ¿La variable aleatoria es discreta o continua?
   b. $P(Y \geq 2)$
   c. $E(Y)$
   d. $F_Y^{(y)}$, la función de distribución de Y. Grafique $F_Y^{(y)}$.
   e. $F_Y^{(2)}$
   f. Usando $F_Y^{(y)}$ encuentre:
      i. $P(1 \leq Y \leq 2)$ ii. $P(1<Y<3)$ iii. $P(Y<2)$ iv. $P(Y=2)$

8. Se seleccionan al azar tres discos compactos (C.D´s) de una colección que contienen 5 de música clásica, 3 de música venezolana y 2 de salsa.
   a. Encuentre la distribución de probabilidad para la V.A X que representa el número de C.D´s de música clásica.
   b. Determine la media y la varianza de la V.A X. Interprete los resultados en términos del problema.
   c. Calcule:
      i. $P(X \leq 1)$
      ii. $P(X \geq 2)$
      iii. $P(0 \leq X \geq 2)$
      iv. $E\left(\frac{4X^2}{3} + 2\right)$
      v. $D.E\left(\frac{4X^2}{3} + 2\right)$

9. Un jugador lanza dos monedas, las cuales están balanceadas. Gana Bs. 5000 si aparece una cara y Bs. 10000 si aparecen dos caras. Por otra parte, pierde Bs. 25000 si no aparece cara.
   a. Determine la ganancia esperada del juego. Interprete el resultado.
   b. ¿El juego es justo? Argumente su respuesta.

10. Una bolsa contiene 20 caramelos, de los cuales 10 son dulces, 4 ácidos y 6 picantes. Si una niña selecciona 2 caramelos aleatoriamente:

   a. Determine la distribución de probabilidad para la variable aleatoria X que representa el número de caramelos ácidos cuando se seleccionan dos caramelos de la bolsa.
   b. Grafique la distribución de probabilidad de X. Comente el gráfico.
   c. Encuentre $F_X^{(x)}$
   d. Grafique la Función de Distribución de la V.A. X
   e. Calcule:

i. P(X=6)	v. $F_X^{(2,2)} - F_X^{(1)}$	ix. P(X < 1,5)
ii. P(X≤1)	vi. P(X = 1,5)	x. P(X < 2)
iii. P(0≤X<2)	vii. P(X = 4)	xi. E(2X+1)
iv. $F_X^{(0)}$	viii. P(0 ≤ X ≤ 1)	xii. V(2X + 1)

11. El director de una fábrica está considerando cambiar una máquina muy irregular. Su comportamiento en el pasado muestra la siguiente distribución de probabilidad para el número de veces que la máquina se estropea en una semana.

Número de Averías	0	1	2	3	4
Probabilidad	0,10	0,26	0,42	0,16	0,06

Responda lo siguiente:

   a. ¿La variable aleatoria es discreta o continua?
   b. Hallar la media y la desviación estándar del número de averías semanales
   c. Se ha estimado que cada avería le cuesta a la compañía 150.000 dólares en pérdida de producción. Hallar la media y la desviación estándar del coste semanal por averías de la máquina.

(Basado en Newbold, Paul (1998). *Estadística para los Negocios y la Economía*. Pág. 120)