

SOLUCIÓN EXAMEN PARCIAL II

Nombre:

C.I.:

Fecha: 15 / 08 / 2005

Apellido:

Nro.Lista:

Firma:

Prof. Gudberto León

ESTADÍSTICA I – EXAMEN II (Intensivo 2005)

PARTE I: *Marque con un círculo la respuesta correcta (0,5 puntos c/u):*

1. **(V F)** Si $A \cap B = \emptyset$ entonces se cumple que $A \cap B^c = \emptyset$
 2. **(V F)** En un experimento aleatorio conocemos de antemano los posibles resultados que este puede originar.
 3. **(V F)** Si A y B son eventos independientes entonces se cumple que $A \cap B = \emptyset$
 4. **(V F)** Siempre se cumple que $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$
 5. **(V F)** $P(A) \cup P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 6. **(V F)** Si $P(A|B) = P(A)$ entonces se concluye que los eventos A y B son independientes.
 7. **(V F)** No es cierto que $P(A \setminus B^c) = 1 - P(A \setminus B)$
 8. **(V F)** Un espacio muestral se dice que es equiprobable cuando está constituido por un número infinito de puntos muestrales
 9. **(V F)** Siempre se cumple que $E(X^2) = [E(X)]^2$
 10. **(V F)** $P(\emptyset^c) = P(\Omega)$

PARTE II:

NOTA:

- i. Recuerde que este es un examen de desarrollo por lo que **debe** incluir **todos** los pasos necesarios que justifiquen los resultados. Favor encerrar sus respuestas de forma tal que sea fácil de encontrarlas en su desarrollo. **Solamente** se responderán aquellas preguntas tendientes a aclarar enunciados de los problemas.
 - ii. Las respuestas a las preguntas de la Parte II de este examen debe escribirlos en papel **tipo examen** (papel ministro) No son válidas las respuestas escritas en esta hoja de preguntas.
 - iii. Debe definir de manera explícita y en términos del problema los eventos y variables aleatorias que utilice.

1. Sean A y B eventos mutuamente excluyentes, tales que $P(A)=0,5$ y $P(B)=0,4$. Calcule:

 - a. $P(A \cap B)$
 - b. $P(A \cup B)$
 - c. $P(A \setminus B^c)$
 - d. $P(A^c \cup B^c)$

(4 puntos)

2. El dueño de una fábrica tiene tres hombres y dos mujeres trabajando para él. Desea elegir dos trabajadores para una labor especial y decide seleccionarlos al azar. Sea Y la V.A. que representa el número de mujeres en su selección. Encuentre:

 - a. La distribución de probabilidad de Y
 - b. El valor esperado de Y e interprete el resultado.
 - c. $P(0 < Y \leq 2)$
 - d. $P(Y = 1,5)$
 - e. $\text{Var}(2Y)$

(8 puntos)

3. En cierta facultad, 25% de los estudiantes perdieron matemáticas, 15% perdieron química y 10% perdieron las dos. Se seleccionan un estudiante al azar.

 - a. Si pidió química, ¿Cuál es la probabilidad de que perdió matemáticas?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de que perdió matemáticas o química?
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de que no perdió matemáticas ni química?

(3 puntos)

FORMULARIO:

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A \setminus B)^* P(B)$$

$$\equiv P(B \setminus A)^* P(A)$$

$$V(X) = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A^c \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) * P(B \setminus A) * P(C \setminus A \cap B)$$

$$E[X] = \sum_{x=0}^{\infty} x * P(X=x)$$

$$E[g(X)] = \sum_{x=0}^{\infty} g(x) * P(X = x)$$

SOLUCIÓN EXAMEN PARCIAL II

① $P(A) = 0,5 \quad P(B) = 0,4$ mutuamente excluyentes $\Rightarrow A \cap B = \emptyset$
 $\Rightarrow P(A \cap B) = 0$

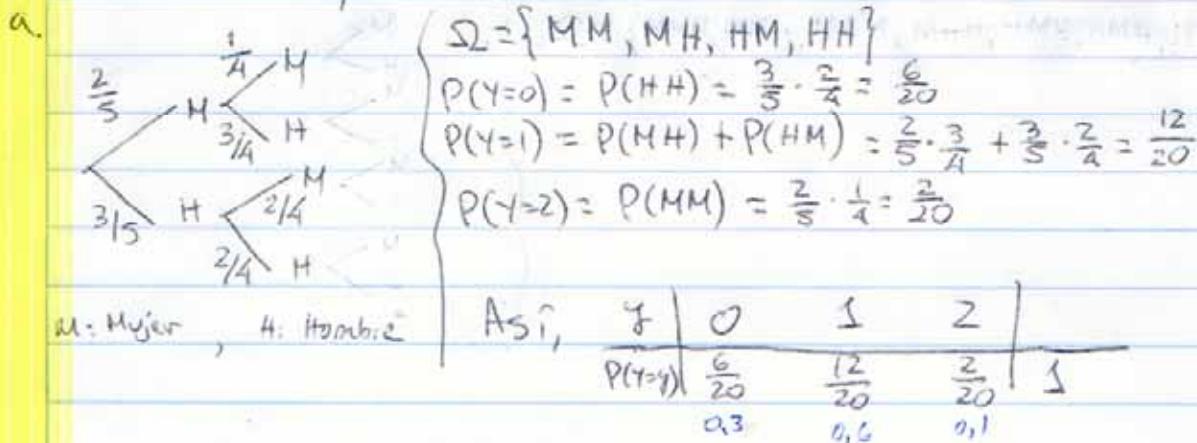
a. $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$

b. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,5 + 0,4 = 0,9$

c. $P(A \setminus B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B^c)} = \frac{0,5 - 0}{1 - 0,4} = \frac{0,5}{0,6} = 0,83$

d. $P(A^c \cup B^c) = P(A \cap B)^c = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0 = 1$

② Y : Nro de mujeres cuando se seleccionan 2 de un grupo de tres hombres y dos mujeres.



b. $E(Y) = 0 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,1$

$E(Y) = 0,8$

c. $P(0 \leq Y \leq 2) = P(Y=1) + P(Y=2) = 0,6 + 0,1 = 0,7$

d. $P(Y=1,5) = 0$

e. $V_{\text{ar}}(2Y) = 2^2 V_{\text{ar}}(Y)$

y $V_{\text{ar}}(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2$

pero, $E(Y^2) = 1^2 \cdot 0,6 + 2^2 \cdot 0,1$

$E(Y^2) = 1$

Entonces, $V_{\text{ar}}(Y) = 1 - 0,8^2 = 0,36$

Finalmente

$V_{\text{ar}}(2Y) = 4 \cdot 0,36$

$\therefore V_{\text{ar}}(2Y) = 1,44$

SOLUCIÓN EXAMEN PARCIAL II

3. M: Retiro Matemáticas $\begin{cases} P(M) = 0,25 \\ P(Q) = 0,15 \end{cases}$ $P(M \cap Q) = 0,10$
Q: " Química

a. $P(M \setminus Q) = \frac{P(M \cap Q)}{P(Q)} = \frac{0,10}{0,15} = \boxed{0,67}$

b. $P(M \cup Q) = P(M) + P(Q) - P(M \cap Q)$
 $= 0,25 + 0,15 - 0,10$
 ~~$P(M \cup Q) = 0,30$~~

c. $P(M^c \cap Q^c) = P(M \cup Q)^c = 1 - P(M \cup Q) = 1 - 0,30$
 ~~$P(M \cup Q) = 0,70$~~