Solución Examen Parcial IV

Nombres: Apellidos: C.I.: Firma: Fecha: 22/06/2005

MÉTODOS ESTADÍSTICOS I – EXAMEN IV ***Prof. Gudberto León***

PARTE I: *Encierre con un círculo la respuesta correcta o llene los espacios en blanco* ***(0,5 puntos c/u)*:**

1. **(V F)** La prueba de hipótesis no puede probar inequívocamente la *verdad* con respecto al valor de un parámetro poblacional.
2. **(V F)** Se dice que un estadístico es un estimador eficiente de un parámetro poblacional si, al aumentar el tamaño de la muestra, es casi seguro que el valor del estadístico se acerque mucho al valor del parámetro.
3. **(V F)** Siempre es deseable utilizar altos niveles de confianza, debido a que éstos producen intervalos de confianza menos anchos.
4. **(V F)** Un estadístico es siempre un estimador.
5. La tendencia a que los estadísticos varíen entre sí y con respecto al valor del parámetro, debido a los factores aleatorios relativos al muestreo se conoce como **variabilidad de muestreo**
6. Cuando damos una estimación de intervalo de un parámetro poblacional, hacemos notar qué tan seguros estamos de que el intervalo contiene al parámetro real de la población, mediante **el nivel de confianza**
7. El teorema central del límite nos asegura que la distribución de muestreo de la media.
   a. Es siempre normal
   b. Es siempre normal para tamaños grandes de muestra
   c. Se aproxima a la normalidad a medida que se incrementa el tamaño de muestra
   d. Parece normal solo cuando N es mayor que 1000
   e. Nunca se aproxima a la normal.
8. El error estándar de la media
   a. Es la desviación estándar de la distribución muestral de las medias muestrales.
   b. Siempre tiene distribución normal.
   c. Algunas veces es menor que 0.
   d. Representa un promedio.
   e. Es su nivel de confianza
9. Si decimos que α=0,10 para una prueba de hipótesis particular, entonces estamos diciendo que:
   a. 10% es nuestro estándar mínimo para una probabilidad aceptable.
   b. 10% es el riesgo que corremos de rechazar una hipótesis que es verdadera.
   c. 10% es el riesgo que corremos de aceptar una hipótesis que es falsa.
   d. 10% es el nivel de confianza que tenemos.
   e. 0,10 es la probabilidad de cometer el error tipo II.
10. Cuando una hipótesis nula es aceptada usted interpreta que:
   a. Se ha probado lo que plantea la Ho.
   b. Se encontró suficientes evidencias en la muestra para aceptar Ho.
   c. Los datos no proporcionan suficientes evidencias para rechazar la Ho.
   d. Se ha rechazado lo que plantea la H_1.
   e. Los datos proporcionan suficientes evidencias para rechazar la H_1.

PARTE II:

Nota: *Recuerde que este es un examen de desarrollo por lo que* ***debe*** *incluir* ***todos*** *los pasos necesarios que justifiquen los resultados. Favor encerrar sus respuestas de forma tal que sea fácil de encontrarlas en su desarrollo.* ***Solamente*** *se responderán aquellas preguntas tendientes a aclarar enunciados de los problemas.*

1. A una población de cuatro mecanógrafas se les pidió que escribieran la misma página de un manuscrito. Los errores cometidos por cada mecanógrafa fueron.

Mecanógrafa	No. de errores
A	3
B	2
C	1
D	4

   a. Liste todas las muestras aleatorias, sin reemplazo, de tamaño 2 y encuentre la distribución de la media muestral. Comente.
   b. Compare la media poblacional con la media de las medias muestrales. Comente. **(3 puntos)**

2. El director de un colegio privado manifiesta que según estudios en el pasado, no más del 40% de los estudiantes usan lentes correctivos. De 65 estudiantes seleccionados aleatoriamente, 40 usan lentes. ¿Esto contradice la creencia del director? Use un nivel de significación del 5%. Justifique su respuesta. **(3 puntos)**

3. Un fabricante de papel para impresoras tiene un proceso de producción que opera en forma continua durante todo el turno de producción. Se espera que el papel tenga una longitud promedio de 11 pulgadas y se sabe que la desviación estándar es de 0,02 pulgadas. De manera periódica, se seleccionan muestras para determinar si la longitud promedio de la hoja todavía es 11 pulgadas o si algo va mal en el proceso de producción y cambió. Si ocurre esto, se necesita una acción correctiva. Suponga que se elige una muestra aleatoria de 100 hojas y que la longitud promedio es 10,998 pulgadas. (*Basado en Berenson, Levine y Krehibel. Estadística para Administración. Pág. 271*)
   a. Diga cuál es el estimador puntual de la longitud promedio del papel en el proceso de producción.
   b. Diga como se distribuye el estimador anterior. Justifique
   c. Con un nivel de confianza del 99%, estime la verdadera longitud promedio del papel. Interprete.
   d. **Basándose en el intervalo construido en la parte c.** diga si la longitud promedio del papel en el proceso de producción ha cambiado con respecto a lo especificado, a un nivel de significancia del 1%. **(5,5 puntos)**

4. En Julio de 1969 el hombre caminó por primera vez en la luna. Armstrong, Aldren y Collins tomaron una muestra de 64 rocas. Las rocas tenían un peso promedio de 172 onzas. La varianza muestral fue de 299 $onzas^2$. Se sabe que la población de los pesos de las rocas en la luna sigue una distribución que no es normal.
   a. Diga cuál es la estimación puntual del verdadero peso promedio de las rocas en la superficie lunar
   b. Encuentre una estimación para el verdadero peso promedio de las rocas en la superficie lunar, con un nivel de confianza del 90%. Interprete.
   c. Explique en términos del problema cómo interpreta el nivel de confianza del 90% de la parte b.
   (*Basado en The Statistics Problem Solver. Staff of Research and Education Association*) **(3,5 puntos)**

Solución Examen Parcial IV

FORMULARIO:

$E\left(\overline{x}\right)=\mu$

$E\left(\overline{x}_1-\overline{x}_2\right)=\mu_1-\mu_2$

$V\left(\overline{x}\right)=\dfrac{\sigma^2}{n}$

$V\left(\overline{x}_1-\overline{x}_2\right)=\dfrac{{\sigma_1}^2}{n_1}+\dfrac{{\sigma_2}^2}{n_2}$

$\sigma_p^2=\dfrac{\Pi\left(1-\Pi\right)}{n}$

$E\left(p\right)=\Pi$

$\hat{\theta}\mp Z_{\alpha/2}*\sigma_{\hat{\theta}}$

$P(\hat{\theta}-Z_{\alpha/2}*\sigma_{\hat{\theta}}\leq\theta\leq\hat{\theta}+Z_{\alpha/2}*\sigma_{\hat{\theta}})=1-\alpha$

Solución Examen Parcial IV

1.

Combinaciones muestrales posibles	No. de errores	Media muestral ($\bar{x}$)
A,B	3, 2	2,5
A,C	3, 1	2
A,D	3, 4	3,5
B,C	2, 1	1,5
B,D	2, 4	3
C,D	1, 4	2,5

Distribución muestral de $\bar{X}$:

$\bar{x}$	1,5	2	2,5	3	3,5	
$P(\bar{X}=\bar{x})$	1/6	1/6	2/6	1/6	1/6	1

Comentarios:

- Es más probable obtener una media muestral igual a 2,5 errores de las mecanógrafas
- La distribución de $\bar{X}$, se observa, simétrica alrededor de 2/6

2. Pob^n → X: Estudiantes del colegio privado

π: Proporción de estudiantes que usan lentes correctivos

$\mu = ?$

$n = 65$

$p = \frac{40}{65} = 0,62$

Como n es grande, por T.C.L:

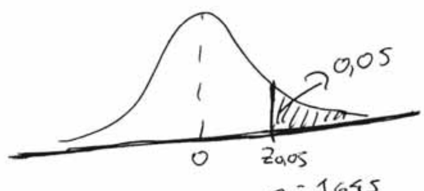
$p \underset{aprox}{\sim} N\left(\pi, \frac{\pi(1-\pi)}{n}\right)$

$H_0: \pi \leq 0,40$

$H_1: \pi > 0,40$

$\alpha = 0,05$

$$Z_c = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} \underset{aprox}{\sim} N(0,1)$$



Regla de Decisión:

"Rechazar Ho ssi $Z_c \geq Z_{0,05}$. En otro caso no se rechaza Ho", con $\alpha = 0,05$.

$$Z_c = \frac{0,62 - 0,40}{\sqrt{\frac{0,40 \times 0,60}{65}}} = 3,62$$

$Z_{0,05} = 1,645$

Decisión:

Como $3,62 > 1,645$, **se rechaza** Ho con $\alpha = 0,05$

Interpretación:

Existen suficientes evidencias en la muestra que indican que la proporción de estudiantes que usan lentes correctivos no es menor del 40%, con un nivel de significancia del 5%.

Solución Examen Parcial IV

$\underline{X} \sim ?\,(\mu = ?\,;\ \sigma = 0{,}02)$

(11) $\to n = 100$
$\to \bar{x} = 10{,}998$

Como n es grande, por el T.C.L

$$\bar{X} \underset{aprox}{\sim} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

a. El estimador puntual de μ: longitud promedio del papel, es: $\bar{X}$

b. No se conoce la distribución de la población.
Como n es grande, por T.C.L:

$$\bar{X} \underset{aprox}{\sim} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

c. $1-\alpha = 0{,}99$.

$$\bar{X} \mp z_{0{,}005}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$10{,}998 \mp 2{,}5758 \times \frac{0{,}02}{\sqrt{100}}$$

$$(10{,}9928 \le \bar{X} \le 11{,}0032).$$

Entonces, se estima con un nivel de confianza del 99% que la longitud promedio del papel en el proceso de producción se encuentra entre 10,9928 y 11,0032 pulgadas.

d. $H_0: \mu = 11$
$H_1: \mu \neq 11$
$\alpha = 0{,}01$.

Como se cumple que el signo en la H_1 es $\neq$ y que $\alpha = 0{,}01$ y $1-\alpha = 0{,}99$, entonces se puede realizar el contraste de hipótesis, basándonos en el I.C de parte c.

Decisión:

Así, como 11 se encuentra dentro del I.C,
No se rechaza H_0, con $\alpha = 0{,}01$.

Interpretación

No se encontraron suficientes evidencias en la muestra que indiquen que algo va mal en el proceso de producción, es decir, que la longitud promedio del papel haya cambiado significativamente de 11 pulgadas, con un nivel de significación del 1%.

Solución Examen Parcial IV

4.

Pob^n $\rightarrow X$: Pesos de las rocas lunares en la superficie

$$X \sim \mathbf{?}\,(\mu = ?, \sigma^2 = ?)$$

$n = 64$
$\bar{x} = 172$
$S^2 = 299$

Como n es grande, por el T.C.L:

$$\bar{X} \underset{aprox}{\sim} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Además, se sabe que si n es grande, S^2 es un buen estimador de σ^2. Entonces, como σ^2 es desconocida, se usará su aproximación (buena) que es S^2.

a. La estimación puntual de μ es 172 onzas (el valor de $\bar{x}$)

b. $1 - \alpha = 0{,}90$

$$\bar{X} \mp z_{0{,}05} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$172 \mp 1{,}645 \sqrt{\frac{299}{64}}$$

$$(168{,}44 \leq \mu \leq 175{,}55)$$

Entonces, se estima con un nivel de confianza del 90% que el peso promedio de las rocas lunares en la superficie se encuentra entre 168,44 y 175 onzas.

c. Si se seleccionaran todas las muestras posibles de tamaño 64 de esta población, y si para cada una de estas muestras se construye un intervalo de confianza para μ, se espera que 90% (aproximadamente) de estos I.C. contengan a μ y que aproximadamente 10% de esos I.C. no contengan a μ.