



Guía de Ejercicios No. 8

Momentos y funciones generatrices

1. Una caja contiene tres bolas blancas y dos bolas negras. Si tres bolas se seleccionan aleatoriamente sin reemplazo, encuentre el número esperado de bolas blancas.
2. Una variable aleatoria (V.A.) X tiene la distribución cuya función de densidad de probabilidad (f.d.p) está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ -\frac{x}{2} + \frac{3}{2} & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre $E(X)$.

3. Suponga una V.A. X que tiene la siguiente función de distribución:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ \frac{x^3+1}{2} & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Encuentre $E(X)$.

4. Si X tiene la distribución de Cauchy con la f.d.p. dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad -\infty < x < \infty$$

Pruebe que $E(X)$ no existe.

5. Suponga que X tiene la siguiente f.d.p:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Sea $Y = -2X + 3$. Encuentre $E(Y)$.

6. Una V.A. tiene la siguiente f.d.p:

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Sea,

$$Z = \begin{cases} 2X + 3 & \text{si } x \leq 3 \\ X & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Encuentre $E(Z)$.

7. Suponga una V.A. X que tiene la siguiente f.d.p.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{si } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre la varianza y desviación estándar de X .

8. Si la función de probabilidad de X está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} & \text{si } x \in \{0,2,4,8,16\} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre la varianza de X .



9. Si la función de probabilidad de X está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\ln 3} \frac{1}{x} & \text{si } 1 < x < 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre, $E(X^n)$, $E(X)$, $E(X^2)$, y la varianza de X .

10. Suponga que X tiene una distribución continua con la siguiente f.d.p.:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{8}{x^3} & \text{si } x > 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre la varianza de X .

11. Suponga que X tiene la distribución dada por la siguiente f.d.p.:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

Demuestre que la función generatriz de momentos (f.g.m) no existe.

12. Suponga que X e Y son variables aleatorias, con las siguientes funciones de probabilidad:

$$P(X = x) = \frac{x}{6}, \quad x=1,2,3 \quad y \quad P(Y = y) = \frac{y+2}{10}, \quad y=-1,2,3$$

Encuentre la f.g.m. para cada una de las V.A. X e Y .

13. Suponga que X es una V.A. cuya f.d.p. es la siguiente:

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{para } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Determine la f.g.m. de X y la varianza de X .

14. Suponga que la f.g.m. de una V.A. X es: $M_X(t) = \frac{1}{1-t}$ para $t < 1$.

- Si $Y = 3 - 2X$, encuentre la f.g.m. de Y .
- Obtenga los momentos ordinarios de orden uno y de orden dos de la V.A. Y .
- Determine el momento central con respecto a la media de orden dos de la V.A. Y .