Uso del Solver en la Asignación de Recursos

H.L. Mata

Tal como lo menciona Joseph F. Aieta[1], el algoritmo Microsoft Excel Solver[2] es una poderosa herramienta para la optimización y asignación eficiente de recursos escasos (tierra, trabajo, capital, capacidad gerencial, etc.). Dicha herramienta permite al Administrador conocer el mejor uso de sus escasos recursos de tal manera que se cumplan las metas deseadas, tales como la maximización de los beneficios, o la minimización de los costos.

El método de la Programación Lineal (LP) debe su popularidad al método Simplex[3] desarrollado por George Danzing[4] y a la tremenda revolución ocurrida en el campo de las computadoras a partir del año 1982.

Es una técnica muy potente de asignación de recursos habiéndose convertido en una herramienta estándar para resolver problemas para negocios y organizaciones.

En el mercado existen numerosos programas de computación dedicados a resolver problemas de Programación lineal, de los cuales el SOLVER, LINDO, GAMS y XPRESS-MP son los más populares.

Un Problema Simple de Producción Agrícola

A fin de ilustrar el uso del complemento (Add In) del Solver de Excel, vamos a considerar el ejemplo de los Profesores Raymond Beneke y Ronald Winterboer[5]. Para ello consideren que un productor agrícola dispone de los siguientes recursos: 12 acres[6] de tierra, 48 horas de trabajo familiar y 360 US $ de capital, para sembrar Maíz, Soya y Avena, respectivamente. Él está interesado en saber que cantidad de acres debe sembrar de cada producto, a fin de obtener el máximo ingreso posible por el uso de sus recursos.

---

[1] Joseph F. Aieta. ***Excel Companion Appendix B. Linear Optimization Problems Using Excel Solver***, [On line]. http://faculty.babson.edu/aieta/exclcmpn/AppndxB/appndixb.htm

[2] La empresa Frontline Systems Inc. es la compañía que creó el ***Add in*** Solver para la hoja de cálculo que aparece en Microsoft Excel. En su homepage: http://www.frontsys.com Ud. encontrará información técnica y recursos incluyendo Ayuda con el Solver, un Tutorial sobre optimización y una página privada para los usuarios de Solver

[3] El método Simplex es un procedimiento matemático (algoritmo) que utiliza suma, resta, multiplicación y división de manera secuencial para resolver problemas.

[4] George B. Dantzig (1963) "Linear Programming and Extensions", Princeton University Press, Princeton, N.J.

[5] Benecke, Raymond y Ronald Winterboer Linear Programming Applications to Farm Planning.

[6] Medida de superficie americana equivalente a 0,4047 hectáreas. Una hectárea igual a 2,471 acres

El problema

Un empresario desea organizar su negocio agrícola (ejemplo: qué producir ?) a fin de maximizar los ingresos netos con respecto a los costos variables, dada las condiciones que se describen a continuación:

Las restricciones:

Se refieren a los recursos disponibles (limitaciones) que posee el productor agrícola para llevar a cabo el proceso productivo:

Tierra	12	acres
Trabajo	48	horas
Capital	360	bolívares

Las actividades:

Se refieren a los productos que se puede producir con los recursos escasos:

Maíz
Soya
Avena

Las actividades están definidas en término de unidades de un acre; así por ejemplo: la producción de un acre de Maíz, un acre de Soya, un acre de Avena, etc. Tanto los coeficientes técnicos de producción como los Precios Netos descritos más abajo se refieren a una unidad de acre.

Los coeficientes técnicos de producción:

1. La producción de Maíz requiere un acre de tierra, seis horas de trabajo y 36 dólares de capital
2. La producción de Soya requiere un acre de tierra, seis horas de trabajo y 24 US $ de capital
3. La producción de Avena requiere un acre de tierra, dos horas de trabajo y 18 US $ de capital

Los precios Netos:

<u>Los precios netos de una actividad se definen como el valor de las ventas brutas menos los costos variables de producción</u>. Así por ejemplo, si un acre cultivado de maíz tiene un valor de 75 $ US y si los costos variables de producción por acre son de 35 US $, entonces el precio neto de la actividad es de 40 US $.

Los precios netos utilizados en el ejercicio son los siguientes:

Producción de Maíz	40 US $ por acre
Producción de Soya	30 US $ por acre
Producción de Avena	20 US $ por acre

Ordenamiento del problema

El planificador agrícola debe estimar los coeficientes técnicos de producción a partir de los registros agrícolas o de las observaciones que haga el productor agrícola, complementándolos, de ser necesario, con su propia experiencia, así como también con datos recogidos de otros productores agrícolas y de las estaciones experimentales agrícolas, si existieran.

Los datos recogidos deben presentarse en una matriz tal como la indicada más abajo, o en cualquier otro formato particular. Las restricciones se colocan en filas y las actividades de producción en columnas. Cualquier coeficiente que se encuentre en la intersección de una fila y una columna muestra cuanto del recurso en esa fila es usado por una unidad de la actividad de producción. Así por ejemplo, para producir una unidad (acre) de Maíz se requiere 1 acre de tierra, 6 horas de trabajo y 36 US $ de capital. El precio neto (Ventas brutas menos costos variables) es de 40 US $ por acre sembrado de Maíz. Cuadro 1.

Restricciones	Nivel de las Restricciones	Actividades de Producción			Variables de Holgura (Slack)		
		Maíz (1 acre)	**Soya** (1 acre)	**Avena** (1 acre)	Tierra	Trabajo	Capital
Tierra	12 acres	1	1	1	1		
Trabajo	48 acres	6	6	2		1	de
Capital	360 ($)	36	24	20			1
Precios Netos		40	30	20			

Cuadro 1. Problema de Producción Agrícola Ordenado en Formato Matricial.

Variables de Holgura (Slack)

Las variables de holgura (Slack) se incluyen en el modelo para recoger las cantidades de recursos no utilizados en el plan óptimo. Se les denomina también actividades de holgura o variables de holgura. Tal como se verá mas adelante con motivo del análisis de la solución óptima, los recursos tierra y trabajo se consumen completamente en el proceso productivo, no sucediendo lo mismo con el recurso capital, del cual hay un excedente de 36 US $.

Formulación algebraica del problema

Las variables de decisión (actividades) en este modelo son Maíz (X_M), Soya (X_S) y Avena (X_A), respectivamente. El objetivo del problema consiste encontrar un plan óptimo de producción. Es decir, determinar la cantidad óptima a producirse de Maíz, Soya o Avena a fin de maximizar la función de beneficio.

A continuación se presenta la formulación algebraica del problema:

Maximizar la función de Beneficio: $\boxed{Z = 40X_M + 30X_S + 20X_A}$

Sujeta a las siguientes restricciones:

[1]	$1X_M + 1X_S + 1X_A \leq 12$	Restricción del recurso Tierra
[2]	$6X_M + 6X_S + 2X_A \leq 48$	Restricción del recurso Trabajo
[3]	$36X_M + 24X_S + 18X_A \leq 360$	Restricción del recurso Capital
	$X_M \geq 0 \quad X_S \geq 0 \quad X_A \geq 0$	Restricción de no negatividad

La desigualdad [2] especifica que 6 horas de trabajo familiar multiplicadas por los acres de Maíz, más 6 horas de trabajo multiplicadas por los acres de Soya, más 2 horas de trabajo multiplicadas por los acres de Avena debe ser menor o igual que el total de horas de trabajo disponible, es decir 48. La primera y tercera desigualdad indican condiciones similares para la tierra y el capital, respectivamente. La cantidad total de tierra usada debe ser menor que o igual que la totalidad disponible, es decir 12 acres. El capital total usado debe ser menor que o igual a 360 US $.

Otra condición importante desde el punto de vista de la matemáticas de la programación lineal, es que ninguna actividad (producción) puede realizarse a nivel negativo (producir una cantidad negativa de cualquiera de las tres productos incluidos en el modelo no tiene sentido). Por lo tanto se puede escribir que:

[4] $X_M \geq 0$

[5] $X_S \geq 0$

[6] $X_A \geq 0$

La condición [4] especifica que las unidades de Maíz producidas deben ser mayores que o igual a zero, es decir no negativas. Condiciones similares se especifican para las cantidades de Soya [5] y Avena [6], respectivamente.

En programación lineal se busca encontrar los valores de X_M, X_S, X_A, X_{CA}, X_T y X_C que hagan máximo la suma de los productos de esas cantidades y sus respectivos precios. En otras palabras, que combinación de Maíz, Soya y Avena debería producirse y que cantidad de Tierra, Trabajo y Capital quedaría sin utilizarse.

El problema entonces consiste en maximizar la función objetiva Z, definida como excedente sobre los costos variables, en donde:

[7] $Z = 40X_M + 30X_S + 20X_A$

Hasta aquí el planteamiento del problema de Beneke y Winterboer.

Para cualquier ayuda sobre el solver consulten el sitio:
http://www.frontsys.com/xlhelp.htm

Cómo Estructurar el Problema en la Hoja de Cálculo

No existe una forma única para colocar los datos de un problema de optimización (o de minimización) en la hoja de cálculo de MS Excel. Uds. pueden colocarlos como deseen. No obstante, su problema ganaría bastante en organización si los datos se dispusieran en el siguiente orden: **Función Objetivo** (Target cell), **Variables de decisión** (changing cells = celdas cambiantes), **Restricciones** (Constraints cells) y finalmente la condición de **no negatividad** (non negative), figura 1.

1 Hagan clic en el botón **Inicio** – **Todos los programas** y seleccionen la aplicación **MicroSoft Excel.**

2 Transcriban las siguientes etiquetas (textos descriptivos) en una hoja de cálculo en blanco tal y como aparecen en la Figura 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Precios Netos				Ingreso	
2			Maiz	Soya	Avena		Total	
3	Target Cell	Función Objetiva						
4								
5								
6			Actividades					
7			Maiz	Soya	Avena			
8	Changing Cells	Variables de Decisión						
9								
10								
11			Coeficientes técnicos producción				Recurso	Recurso
12	Constraints Cells	Restricciones	Maiz	Soya	Avena		Utilizado	Disponible
13		Tierra						
14		Trabajo						
15		Capital						
16								
17								
18	Non Negative	Actividades no negativas						

Figura 1. Formulación del problema en la Hoja de cálculo de MS Excel

Especificar la Función objetivo (*Target cell*)

1 En el rango **C3:E3** escriban los Coeficientes Objetivos o Precios netos (***valor de las ventas brutas menos los costos variables***) de las actividades: **Maíz 40**, **Soya 30** y **Avena 20**. (Celdas de color amarillo)

2 En la celda G3 escriban la fórmula para el cálculo la función objetivo (Z), es decir, la función a ser maximizada. Recuerden que la misma se obtiene multiplicando cada actividad (variable de decisión) por su respectivo precio neto (coeficiente objetivo), tal y como se muestra a continuación:

[8] $Z = 40X_M + 30X_S + 20X_A$

Cuando Uds. escriban la expresión [8] en la celda **G3** (color rojo), la misma debe aparecer de la siguiente manera:

=C3*C8+D3*D8+E3*E8 y opriman la tecla Enter

La función objetivo [8] también se puede calcular más fácilmente mediante la función $=Sumaproducto(matriz1;matriz2)$ de Excel. Dicha función multiplica los componentes de la matriz 1 con la matriz 2 y después suma los productos: **matriz 1, el rango C3:E3; matriz 2, el rango C8:E8.**

$=Sumaproducto(C3:E3;C8:E8)$ y oprima la tecla Enter

Noten que Excel devuelve el valor cero en la celda F3 debido a que el Solver aún no ha colocado valor alguno en el rango C8:E8.

Especificar las Variables de Decisión (*Changing Cells*)

Noten que el rango C8:E8, situado inmediatamente debajo de las etiquetas **Maiz**, **Soya** y **Avena,** se han resaltado deliberadamente con el color verde para indicarle al usuario que las mismas serán utilizadas por el solver para colocar en ellas los valores óptimos, cuando los calcule.

Se pueden especificar hasta 200 variables de decisión; no obstante para efectos de este problema solo se necesitan tres variables: **Maíz, Soya y Avena**

Especificar la Restricciones (*Constraints* Cells)

Las restricciones deben caer dentro de ciertos límites o satisfacer los valores objetivos. Se pueden especificar hasta 500 restricciones –dos par cada una de las variables de decisión – mas 100 restricciones adicionales, representando un total de no mas de 1000 celdas en un problema. En el ejemplo del Profesor Benecke hay solamente tres restricciones, a saber:

Restricción del Recurso Tierra

1. En el rango ***C13:E13*** escriban la <u>unidad de actividad</u> para cada uno de los productos a ser producidos, es decir 1 acre de Maíz, 1 de Soya y 1 de Avena respectivamente.
2. En la celda H13 escriban el total de acres de ***Tierra*** disponible para la producción, es decir 12 acres.
3. En la celda G13 escriban la restricción del recurso Tierra. Recuerden que pueden escribirla de las siguientes dos maneras:

   con la fórmula:

   =C13*C8+D13*D8+E13*E8 presionen la tecla enter

   o con la función matemática de MS Excel:

   $=Sumaproducto(C13:E13;C8:E8)$ y opriman la tecla Enter

La función $Sumaproducto$ multiplica los componentes del rango C13:E13 por los componente del rango C8:E8 (variables de decisión) y después suma los productos.

Restricción del Recurso Trabajo

1 En el rango ***C14:E14*** escriban los requerimientos de trabajo de cada una de las actividades, es decir: Maíz, **6** horas; Soya, **6** horas y Avena, **2** horas, respectivamente.
2 En la celda H14 escriban el total de horas de ***Trabajo*** disponible para la producción, **48** horas.
3 En la celda G14 escriban la función $Sumaproducto$ para la restricción del recurso Trabajo:

$= Sumaproducto(C14:E14;C8:E8)$ y oprima la tecla Enter

La función $Sumaproducto$ multiplica los componentes del rango C14:E14 por los componente del rango C8:E8 (variables de decisión) y después suma los productos.

Restricción del Recurso Capital

1 En el rango ***C15:E15*** escriban los requerimientos de capital de cada una de las actividades, es decir: Maíz, 36 dólares; Soya, 24 dólares y Avena, 18 dólares respectivamente.
2 En la celda H15 escriban el ***Capital*** disponible para la producción, 360 dólares.
3 En la celda G15 escriban la función $Sumaproducto$ para la restricción d el recurso Trabajo:

$= Sumaproducto(C15:E15;C8:E8)$ y oprima la tecla Enter

La función $Sumaproducto$ multiplica los componentes del rango C15:E15 por los componente del rango C8:E8 (variables de decisión) y después suma los productos.

Los ceros que aparecen inmediatamente debajo de la columna ***Recurso utilizado*** son el resultado de las fórmulas escritas por Uds. con motivo de registrar las restricciones correspondientes a los recursos Tierra, Trabajo y Capital. Estos ceros van a ser reemplazados posteriormente por los recursos utilizados, tan pronto como el Solver calcule las cantidades óptimas de cada producto

Si Usted siguió los pasos anteriores su hoja de cálculo debe lucir de la siguiente manera:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Precios Netos				Ingreso	
2			Maiz	Soya	Avena		Total	
3	Target Cell	Función Objetiva	40	30	20		0	
4								
5								
6			Actividades					
7			Maiz	Soya	Avena			
8	Changing Cells	Variables de Decisión						
9								
10								
11			Coeficientes técnicos producción				Recurso	Recurso
12	Constraints Cells	Restricciones	Maiz	Soya	Avena		Utilizado	Disponible
13		Tierra	1	1	1		0	12
14		Trabajo	6	6	2		0	48
15		Capital	36	24	18		0	360

Figura 2. Formulación del problema en la Hoja de cálculo de MS Excel

Instalar el Complemento Solver

Los problemas de Optimización (o minimización) se plantean y resuelven mediante el SOLVER, el cual es un Complemento (ADD IN) de MS Excel. Si Ud no encuentra el comando **SOLVER** en el menú ***HERRAMIENTA***, proceda a instalarlo en un todo de acuerdo con el siguiente procedimiento:

1. Hagan clic en el menú ***Herramientas*** de MS Excel y seleccionen el comando ***Complementos***
2. En el cuadro de diálogo Complementos seleccionen el complemento ***Solver***, tal y como se muestra en dicho cuadro de diálogo.

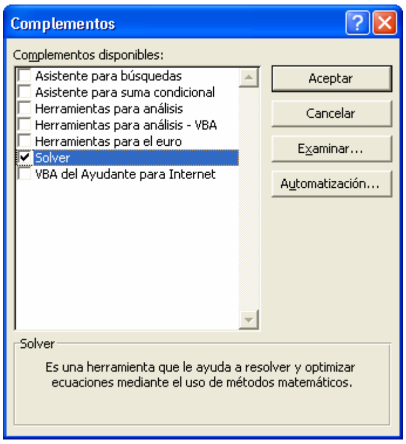

Figura 3. Cuadro de dialogo Complementos

3. Hagan clic en el comando ***Aceptar***.

Abrir el Cuadro de Diálogo Parámetros del Solver

1 Hagan clic en el menú ***Herramientas*** y seleccionen ***Solver***

Noten que inmediatamente aparece el cuadro de diálogo ***Parámetros del Solver*** para que Ud especifique la función objetivo, las variables de decisión y las restricciones, respectivamente.

El Solver permite resolver problemas que tengan hasta 200 variables de decisión, 100 restricciones explícitas y 400 simples (cota superior o inferior o restricciones enteras sobre las variables de decisión)

Figura 4. Cuadro de dialogo Parámetros del Solver en blanco

Alimentar el Cuadro de Diálogo Parámetros del Solver

Antes de alimentar cada uno de los campos del referido cuadro (*Celda objetivo, Cambiando las celdas o Sujetas a las siguientes restricciones*), hagan clic en el botón de comando Restablecer todo con el fin de borrar cualquier dato que haya quedado en el cuadro de diálogo con motivo de alguna optimización anterior.

Identificar la Celda objetivo (Función objetivo = Target Cell)

1 Hagan clic en la celda G3 de la hoja de cálculo para seleccionar la función objetivo $= Sumaproducto(C8:E8;C3:E3)$.

Noten que en la celda objetivo aparecerá la celda absoluta: ***$G$3***.

2 En la sección ***Valor de celda Objetiva*** hagan clic en el botón de opción ***Máximo*** para indicarle al Solver que se trata de un problema de maximización.

Identificar las Celdas Cambiantes (Cambiando las celdas=Changing Cells)

El campo Cambiando las celdas permite identificar las variables de decisión o celdas cambiantes como también se les denomina en el argot del Solver.

1 Hagan clic en la flecha roja que se encuentra en el interior del campo ***Cambiando las Celdas***
2 Ahora hagan clic en la celda C8 y arrastren el ratón hasta la celda E8 para seleccionarlas. Estas celdas serán modificadas posteriormente por el solver con motivo de buscar la solución óptima.
3 Hagan clic nuevamente en la flecha roja para mostrar el cuado de diálogo Parámetros del Solver

Noten que en las celdas cambiantes aparecerá el rango: ***$C$8:$E$8***.

Identificar las Restricciones (Constraints cells)

Restricción de la variable Tierra

- Hagan clic en el interior del cuadro de lista ***Sujetas a las siguientes restricciones:*** y seleccionen el botón de comando ***Agregar*** (Add) para agregar la restricción correspondiente al recurso trabajo.

  Aparece la ventana ***Agregar Restricción***

Figura 5. Cuadro de dialogo Agregar Restricciones

- Hagan clic en la flecha roja del campo ***Referencia de la celda*** (Cells Reference[7]) para ocultarlo y seleccionen la celda G13 la cual contiene la restricción correspondiente a la variable Tierra. Contiene la función la $= Sumaproduc\,to(C13:E13;C8:E8)$
- En la lista desplegable **Tipo de restricción** (situada en el centro del cuadro de dialogo Agregar restricción) seleccionen el signo <= (menor o igual que), ya que se espera que las actividades (Maíz, Soya y Avena) utilicen completa (o parcialmente) el recurso Capital.
- En el campo ***Restricción*** seleccionen la celda H13, la cual contiene la disponibilidad del recurso Tierra, 12 acres. En el lenguaje de la Programación Lineal a esta disponibilidad se le denomina con las letras RHS (iniciales de Right Hand Side, lado derecho de la desigualdad)

[7] Se usa para especificar la ubicación de una celda, en este caso la celda que contiene la formula =SUMAPRODUCTO(C13:E13;C8:E8

Restricción de la variable Trabajo

- Hagan clic nuevamente en el botón de comando Agregar (Add), para registrar la restricción Trabajo.
- En ***Referencia de la celda*** hagan clic en la celda G14 de la hoja de cálculo para seleccionarla. Contiene la fórmula $= Sumaproducto(C14:E14;C8:E8)$
- En la lista desplegable **Tipo de restricción**, seleccionen el signo <= (menor o igual que), ya que se espera que las actividades (Maíz, Soya y Avena) utilicen completa (o parcialmente) el recurso trabajo.
- En ***Restricción*** hagan clic sobre la celda H14, la cual contiene la disponibilidad del recurso Trabajo, 48 horas)

Restricción de la variable Capital

- Hagan clic nuevamente en el botón de comando Agregar (Add), para registrar la restricción Capital
- En ***Referencia de la celda*** hagan clic en la celda G15 de la hoja de cálculo para seleccionarla. Contiene la función $= Sumaproducto(C15:E15;C8:E8)$
- En la lista desplegable **Tipo de restricción**, seleccionen el signo <= (menor o igual que), ya que se espera que las actividades (Maíz, Soya y Avena) utilicen completa (o parcialmente) el recurso capital.
- En Restricción hagan clic sobre la celda H15, la cual contiene la disponibilidad del recurso Capital, 360 $).

Especificar las Restricciones de No negatividad:

El cuadro de diálogo **Solver Options** (Opciones del Solver) contiene diferentes opciones para configurar los resultados del Solver. Entre las mas importantes para efectos de este ejercicio se mencionan: Linealidad y Negatividad, respectivamente.

Hagan clic en el botón **Options** del cuadro de diálogo Parámetros del Solver y seleccionen las siguientes casillas de verificación:

1 **Asume Linear Model** para especificar que se trata de un programa lineal (o de un programa entero lineal, si ese fuera el caso). De esta manera el programa usa el algoritmo simples en lugar de un algoritmo no lineal y complicado

2 **Asume Non-Negative**, para asegurarse que las celdas cambiantes adopten solo valores no negativos, es decir ≥ 0. Esta condición tiene su razón de ser pues no se concibe la producción de cantidades negativas de producto

3 Hagan clic en el botón OK para regresar al cuadro de diálogo Parámetros

Ejecutar el Solver

Tan pronto como hayan concluido la entrada de los datos ejecuten el siguiente procedimiento para que el Solver inicie los cálculos:

1 Hagan clic en el botón de comando ***Resolver*** (Solver)

Aparece el cuadro de diálogo ***Resultados del Solver***

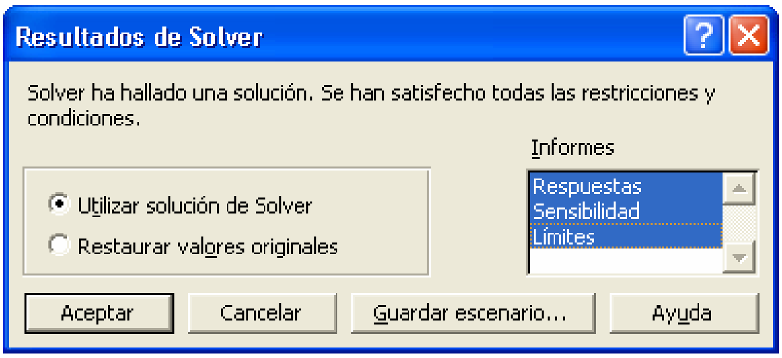

Figura 6. Cuadro de dialogo Resultaos del Solver

2 Seleccionen la opción ***Utilizar solución de Solver***

3 Si desean guardar los datos en un escenario hagan clic en el botón de comando ***Guardar escenario.*** *A*sígnele un nombre y clic en ***Aceptar***

4 A continuación indíquenle al Solver él o los tipos de informes que desean mostrar. Seleccionen los informes: **Respuestas** (Answer); **Sensibilidad** (Sensitivity) y **Límites** (Limits), respectivamente.

5 Hagan clic en el botón de comando ***Aceptar***

Informe de Respuestas.

El informe de ***Respuestas*** presenta un resumen de los resultados de la optimizacion: Valor de la funcion objetivo: Situación de cada restricción, en particular si la restrición es limitante (obligatotio) o no limitante (opcional) y finalmente el valor de la divergencia (Slack)

Glosario de términos del informe de respuesta:

- **Celda objetivo** La celda que contiene la función objetiva cuyo valor se desea optimizar (maximizar/minimizar), en nuestro caso la celda **G3.**
- **Función objetivo Z**: Función matemática almacenada en la celda objetivo cuya fórmula es: $Z = 40X_M + 30X_S + 20X_A$
- **Coeficiente objetivo** Es el valor de la actividad o los precios netos de las actividades: Maíz, 40; Soya, 30; y Avena, 20

- **Valor Final** (solución óptima). Es el mejor valor de las celdas cambiantes, es decir cuantas unidades se deben producir de cada actividad.
- **Obligatorio** (limitante). Se dice que un recurso es obligatorio (o limitante) cuando el Recurso utilizado es igual al Recurso disponible.
- **Opcional** (no limitante). Cuando el Recurso utilizado es menor que el Recurso disponible. En este caso resulta una Divergencia (Slack)
- **Estado** Indica si un recurso se ha usado completamente (Obligatorio o Limitante) o parcialmente (Opcional o No limitante)
- **Divergencia** (Slack) Cantidad de recurso que no ha sido usado o asignado en el proceso productivo

Celda objetivo

De acuerdo con el nforme el máximo ingreso que se puede obtener por el hecho de asignar los recursos a la siembra de 6 acres de Maíz y 6 acres de Avena es de 360 US $. No es posible organizar los recursos de otro manera, distinta a la indicada por el Solver, de tal forma que se pueda generar un ingreso superior a 360 US $.

A fin de calcular el ingreso neto de la explotación el productor agrícola debe deducir los costos fijos del valor final, por la sencilla razón de que los costos variables ya fueron imputados en la estimación de los coeficientes objetivos de cada actividad. Para ser mas preciso, si los costos fijos fueran del orden de 100 US $, entonces los ingresos netos de la explotación ascenderían a 260 US $

Microsoft Excel 11.0 Informe de respuestas
Hoja de cálculo: [LP Benecke.xls]Hoja1
Informe creado: 06/03/2005 06:27:11 p.m.

Celda objetivo (Máximo)

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
$G$3	Función Objetiva Total	360	360

Celdas cambiantes

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
$C$8	Variables de Decisión Maiz	6	6
$D$8	Variables de Decisión Soya	0	0
$E$8	Variables de Decisión Avena	6	6

Restricciones

Celda	Nombre	Valor de la celda	fórmula	Estado	Divergencia
$G$13	Tierra Utilizado	12	$G$13<=$H$13	Obligatorio	0
$G$14	Trabajo Utilizado	48	$G$14<=$H$14	Obligatorio	0
$G$15	Capital Utilizado	324	$G$15<=$H$15	Opcional	36

Figura 7. Informe de Respuestas del Solver

Celdas Cambiantes (Variables de decisión)

Esta sección del informe indica que actividades entraron en el plan final (solución óptima). El plan final manda a cultivar 6 acres de Maiz y 6 acres de Avena, a fin de obtener el máximo ingreso. Para verificarlo realicen el siguiente cálculo:

Ingreso máximo ***= 40*6+20*6 = 360 US $***

El Solver indica con un cero las actividades que no entran en la solución óptima, tal es el caso de la actividad Soya.

Restricciones:

En el lenguaje del Solver se dice que un recurso es limitante (***Binding***) cuando los Recursos Utilizados son iguales a los Recursos Disponibles; de lo contrario se le denomina Recurso No Limitantes (***Not binding***) (Los recursos utilizados son menores que los recursos disponibles).

Debido a problemas de traducción Uds. leerán en la columna **Estado** la palabra ***Obligatorio***, en lugar de ***Limitante***. La palabra Obligatorio en las Restricciones Tierra y Capital indican que esos recursos se usaron completamente en el proceso productivo.

Adicionalmente en la columna Estado aparece la palabra ***Opcional*** para indicar que no se uso todo el Capital. Si no se utilizó todo el capital, entonces hay un excedente de dicho recurso (36 US $), por lo cual hay que concluir que dicho recurso es ***No Limitante.***

El Solver indica con ceros en la columna Divergencia los recursos limitantes y con no ceros los no limitantes. El capital resultó ser un recurso no limitante, razón por la cual se muestra un excedente de 36 $ de Capital

La columna **Divergencia** más bien debería decir **Slack** o ***Variables de Holgura***. En programación lineal se utilizan las variables de holgura (una para cada restricción) para convertir una desigualdad en una igualdad, resultando así un sistema de ecuaciones lineales. <u>Las variables Slack o de holgura indican las cantidades de los recursos no utilizados en el plan óptimo</u>. Por lo tanto podemos decir que los recursos que limitaron la producción fueron la Tierra y el Trabajo, respectivamente, mientras que el capital fue no limitante

Informe de Sensibilidad.

El informe de sensibilidad suministra detalles adicionales de la optimización. Solver genera dos tablas en este informe: una para las variables y la otra para las restricciones. El análisis de sensibilidad es el estudio de cómo los cambios en uno de los parámetros del problema afectan a la solución óptima.

Glosario de términos del informe de Sensibilidad

- **Parámetros o Coeficientes**. Los parámetros son constantes usadas en el problema para determinar la función objetiva y los recursos disponibles (restricciones o RHS).
- **Valor Final** Indica la solución óptima obtenida, en nuestro ejemplo 6 acres de Maíz y 6 de Avena, respectivamente.
- **Gradiente Reducido** (*Costo Reducido o Costo de Oportunidad)* Las actividades que entran en el plan óptimo tienen un costo reducido igual a cero, mientras que las que no entran tienen un costo reducido negativo. Así por ejemplo, la Soya no entró en el plan óptimo. Si el productor agrícola decidiera sembrar un solo acre de Soya su ingreso neto disminuiría de 360 a 250 US$.
- **Coeficiente Objetivo** son los precios netos de cada actividad.
- **Aumento Permisible** Indica en cuanto se puede aumentar un coeficiente objetivo (precio neto) sin que cambie la solución óptima.
- **Disminución Permisible** Indica en cuanto puede disminuir un coeficiente objetivo (precio neto) sin que cambie la solución óptima.
- **Rango de Optimalidad** Se forma a partir de los coeficientes objetivos y de los aumentos y disminuciones permisibles. La solución óptima de un modelo de Programación Lineal no cambia si un coeficiente objetivo de alguna variable en la función objetiva cambia dentro de cierto rango. Solo se permite el cambio de un coeficiente.

  Por ejemplo, que pasa con la solución óptima si el coeficiente objetivo de la actividad Avena se incrementa de 20 a 30 US $?.

  Para responder esta pregunta se deben calcular previamente el rango de optimalidad, es decir:

  Límite superior: 20 + 20 = 40
  Límite inferior 20 - 6,667 = 13,337

  Dado que el coeficiente objetivo modificado [30] cae en el intervalo [40 ; 13,337] se puede asegurar que no habrá cambio en la solución óptima.

- **Valor Final** Indica la cantidad de los recursos disponibles utilizados en el proceso productivo
- **Precio Sombra** (o Precios Duales). Es el cambio marginal en el valor de la función objetiva óptima que se produce si se modifica una restricción (es decir si se incremente en una unidad).
- **Restricción Lado Derecho** (Constraints). Son límites físicos, económicos, tecnológicas, o de cualquier otra índole, que se imponen a las variables de decisión: 12 acres de tierra, 48 horas de trabajo y 360 dólares de capital.
- **Aumento y Disminución Permisible** Indica en cuanto se puede aumentar/disminuir el recurso disponible sin que se modifique la solución óptima
- **Rango de Factibilidad** Indica que el valor del precio de sombra permanecerá sin modificación alguna, siempre y cuando la restricción en cuestión permanezca dentro del llamado rango de factibilidad

Análisis:

1 La columna **Valor *Igual*** (***Valor Final***) hace referencia al Valor final que toman las variables de decisión o *celdas cambiantes (Changing cells)* (X_j) *en la solución óptima.* En nuestro ejercicio 6 acres de Maíz (X_M) y 6 acres de Avena, (X_A). Vea celdas D9 y D11, respectivamente

2 La columna ***Gradiente Reducido*** (**Costo Reducido o costo de oportunidad**) le informa al usuario en cuanto debería modificarse el coeficiente objetivo (C_j) asociado a una variable (X_j) en la función objetiva (Z) para que la misma permanezca en la solución.

- Las variables que entran en la solución óptima tienen un Gradiente reducido (Costo reducido o costo de oportunidad) igual a cero. Se les denomina variables básicas.
- Las variables que no entran en la solución óptima tienen costo reducido negativo (< 0). Se les denomina variables no básicas. En nuestro ejemplo la Soya no entró en el plan final, por lo tanto su costo reducido es –10. Esto significa que si por alguna razón el productor forzara la entrada de un acre de soya en el plan final (reemplazando un acre de Maíz, por ejemplo) el valor del programa se reduciría en 10 $, es decir de 360 $ a 350 $

Microsoft Excel 11.0 Informe de sensibilidad
Hoja de cálculo: [LP Benecke.xls]Hoja1
Informe creado: 06/03/2005 07:20:01 a.m.

Celdas cambiantes

Celda	Nombre	Valor Igual	Gradiente reducido	Coeficiente objetivo	Aumento permisible	Aumento permisible
$C$8	Variables de Decisión Maiz	6	0	**40**	20	10
$D$8	Variables de Decisión Soya	0	-10	**30**	10	1E+30
$E$8	Variables de Decisión Avena	6	0	**20**	20	6,666666667

Restricciones

Celda	Nombre	Valor Igual	Sombra precio	Restricción lado derecho	Aumento permisible	Aumento permisible
$G$13	Tierra Utilizado	12	10	**12**	4	4
$G$14	Trabajo Utilizado	48	5	**48**	8	24
$G$15	Capital Utilizado	324	0	**360**	1E+30	36

Figura 8. Informe de Sensibilidad del Solver

3 La columna **Coeficiente Objetivo** muestra los precios netos de cada actividad: Maíz 40, Soya 30 y Avena 20. A continuación se escribe nuevamente la función objetivo original por conveniencia:

$$Z = 40 * X_M + 30 * X_S + 20 * X_A$$

4 Las dos últimas columnas **Aumento permisible** y ***Disminución* permisible** muestran el rango en el cual pueden variar los coeficientes de la función objetiva (precio neto de cada actividad) sin que cambie la solución óptima. El valor de la función objetiva cambiará, naturalmente, debido a los cambios en los coeficientes objetivos.

En el ejemplo del profesor Benecke el coeficiente objetivo de la variable Maíz se puede incrementar de 40 a 60 y disminuir de 40 a 13,33 sin que se produzca ningún efecto en el valor final de las variables de decisión, ***ceteris paribus***. Por supuesto el valor óptimo de la función objetiva cambiará.

Rango de optimalidad del coeficiente objetivo del Maíz

(C_M) .... $[(40+20);(40-10)] = [60;30]$

Rango de optimalidad del coeficiente objetivo de la Avena

(C_A) .... $[(20+20);(20-6{,}67)] = [40;13{,}33]$

A fin de verificar lo dicho anteriormente seleccionen nuevos coeficientes objetivos para el Maíz y la Avena dentro del rango de optimalidad: [Maíz (60 ; 30)] y [Avena (40 ; 13,33)], respectivamente. Seleccionen, por ejemplo: Maíz, 30 y Avena, 13,33. Ahora vayan a la celda C3 y escriban 60, en lugar de 40 y en D3 escriban 13,30 en lugar de 20. Clic en el botón **Restablecer todo**. Ejecuten nuevamente el Solver. Observarán que la solución óptima permanece constante: Maíz 6 acres y 6 acres de Avena; no obstante, el valor óptimo, es decir el ingreso neto disminuirá de 360 hasta 259, 98 US $. Noten igualmente que sobran 36 $ de Capital.

5 La columna ***Precio de Sombra*** dice en cuando se incrementaría o disminuiría el valor de la función objetiva si se incrementara o disminuyera el recurso disponible (RHS) en una unidad. Así por ejemplo, si el límite de la primera restricción (disponibilidad del recurso tierra) se incrementara de 12 a 13 acres de tierra, entonces la función objetiva se incrementaría en 10 US $, ceteris paribus.

Por otra parte, si el límite de la restricción trabajo disponible se incrementara de 48 a 49 horas de trabajo, entonces la función objetiva experimentaría un incremento de 5 US $, ceteris paribus.

El Precio de sombra se conoce en economía con el nombre Producto marginal del recurso y éste indica cuanto estaría el empresario dispuesto a pagar por una unidad adicional del recurso limitante.

Los precios de sombra suministran información relacionada con la productividad del recurso que se añada. Así por ejemplo el recurso tierra se utilizará completamente en el proceso productivo: 6 acres de Maíz y 6 acres de Avena. Un acre adicional, en caso de que fuera posible, añadiría 10$ al valor de la función objetiva, pero un acre menos reduciría el valor de la función objetivo en 10 $). Por otra parte, una hora de trabajo añadiría 5$ al valor de la función objetiva, pero más capital no añadiría nada debido a que el recurso no se utilizó completamente.

Los precios de sombra de las restricciones limitantes son diferentes de cero (caso del factor Tierra, precio de sombra 10 y factor Trabajo, precio de sombra 5). Los precios de sombra de las restricciones no limitante son iguales a cero (caso del recurso Capital, precio de sombra igual a cero)

6 Las columnas **Aumento permisible** y **Disminución permisible** de una restricción indican el rango en el cual se puede variar el recurso disponible (RHS) sin que se modifique la solución óptima. Así por ejemplo, los rangos de factibilidad de los recursos limitantes (Tierra y Trabajo) son respectivamente los siguientes:

Rango de factibilidad para la restricción Tierra ....

$$[(12+4)\,;\,(12-4)] = [16\,;\,8]$$

Rango de factibilidad para la restricción Trabajo ....

$$[(48+8)\,;\,(48-24)] = [56\,;\,24]$$

Cualquier cambio dentro de este rango no modifica la naturaleza factible de la solución óptima, si se asume que todos los restantes parámetros del modelo permanecen constantes. Fuera del rango de valores se requiere re optimizar, o sea resolver el problema para determinar el nuevo valor de la función objetiva.

Informe de Límites

De los tres informes mencionados más arriba, el de Límites fue diseñado por Microsoft con el fin de suministrar un analisis diferente de sensibilidad.

Los especialistas suelen dar muchísima importancia a los informes de Reporte y Sensibilidad, por cuanto ellos le permiten simular que pasaría si se cambian determinados parámetros.

El informe de límites muestra el rango de los valores que pueden asumir las celdas cambiantes (variables de decisión), basados en los restricciones que se hayan definido.

Glosario de términos del informe de Límites

- **Igual** (Valor Final). Hace referencia a la solución óptima encontrada: 6 acres de Maíz y 5 de Avena
- **Límite Inferior**: Es el menor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen el valor óptimo encontrado), y satisfacer todas las restricciones.
- **Resultado Objetivo**. Es el valor que toma la función objetivo si la variable considerada toma el valor del límite inferior y las demás variables mantienen el valor óptimo encontrado. Ejemplo:

Como calcular los Límites de la Variable Maíz:

Valor del límite inferior de la variable Maíz:	0 acres
Valor Óptimo de la variable Avena:	6 acres
Función objetivo bajo estas condiciones:	40*0+20*6 = 120

- **Límite superior**. Es el mayor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen constante el valor óptimo encontrado)
- **Resultado objetivo.** Es el valor que toma la función objetivo si la variable considerada toma el valor del límite superior y las demás mantienen el valor óptimo encontrado

Valor del límite superior de la variable Maíz:	6 acres
Valor Óptimo de la variable Avena:	6 acres
Función objetivo bajo estas condiciones:	40*6+20*6 = 360

Como calcular los Límites de la Variable Soya:

Valor del límite inferior de la variable Soya:	0 acres
Valor Óptimo de la variable Maíz:	6 acres
Valor Óptimo de la variable Avena	6 acres
Función objetivo bajo estas condiciones:	40*6+20*6 = 360

- **Límite superior**. Es el mayor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen constante el valor óptimo encontrado)
- **Resultado objetivo.** Es el valor que toma la función objetivo si la variable considerada toma el valor del límite superior y las demás mantienen el valor óptimo encontrado

Valor del límite superior de la variable Soya:	0 acres
Valor Óptimo de la variable Soya:	6 acres
Valor Óptimo de la variable Avena	6 acres
Función objetivo bajo estas condiciones:	40*6+20*6 = 360

Como calcular los Límites de la Variable Avena

Valor del límite inferior de la variable Avena:	0 acres
Valor Óptimo de la variable Maíz:	6 acres
Función objetivo bajo estas condiciones:	40*6+20*0 = 240

- **Límite superior**. Es el mayor valor que puede tomar la variable (suponiendo que las demás mantienen constante el valor óptimo encontrado)
- **Resultado objetivo.** Es el valor que toma la función objetivo si la variable considerada toma el valor del límite superior y las demás mantienen el valor óptimo encontrado

Valor del límite superior de la variable Avena:	6 acres
Valor Óptimo de la variable Avena:	6 acres
Función objetivo bajo estas condiciones:	40*6+20*6 = 360

Microsoft Excel 11.0 Informe de límites
Hoja de cálculo: [LP Benecke.xls]Informe de límites 1
Informe creado: 06/03/2005 06:27:11 p.m.

Celda objetivo		
Celda	**Nombre**	**Igual**
$G$3	Función Objetiva Total	360

Celdas cambiantes						
Celda	**Nombre**	**Igual**	**Límite inferior**	**Celda objetivo**	**Límite superior**	**Celda objetivo**
$C$8	Variables de Decisión Maiz	6	0	120	6	360
$D$8	Variables de Decisión Soya	0	0	360	0	360
$E$8	Variables de Decisión Avena	6	0	240	6	360

Figura 9. Informe de Limites del Solver

Bibliografía[8]

Aieta, Joseph F. (1997). Excel Companion Appendix B. Linear Optimization Problems Using Excel Solver.
http://faculty.babson.edu/aieta/exclcmpn/AppndxB/appndixb.htm

Benecke, Raymond R. & Ronald Winterboer. Linear Programming Applications to Farm Planning

Cliff T. Ragsdale. Spreadsheet & Decision Analysis.
http://www.clt.astate.edu/asyamil/ragsdale4edstudent/PPT/Chap04.ppt

Dantzig, George B. (1963) Linear Programming and Extensions, Princeton University Press, Princeton, N.J

Lab Lecture #3 Excel Solver. Introduction to Solver.
http://home.rochester.rr.com/tweak/Lab%203%20--%20Excel%20Solver.html

Lab Lecture #4. Excel Solver and Sensitivity Analysis. General LP Problem
http://home.rochester.rr.com/tweak/Lab%204%20--%20Excel%20Solver%20and%20Sensitivity%20Analysis.html

Frontline System, Inc. Solver Tutorial for Optimization Users.
http://www.solver.com/tutorial.htm

Helsinki University of Technology. Department of Industrial Engineering and Management (2005) Ch 2. The Linear Programming.
http://www.tuta.hut.fi/studies/Courses_and_schedules/Isib/TU-91.113/lecturenotes/Handout6.ppt

Helsinki University of Technology. Department of Industrial Engineering and Management (2005) The Dual in Linear Programming.
http://www.tuta.hut.fi/studies/Courses_and_schedules/Isib/TU-91.113/lecturenotes/Handout7.ppt

Massachusetts Institute of Technology. Using Excel Solver (2000)
http://ocw.mit.edu/NR/rdonlyres/Sloan-School-of-Management/15-053Introduction-to-OptimizationSpring2002/7B200574-0446-43A0-84FE-DFC4E3405F60/0/usingexcelsolver.pdf

Riley, John. UCLA. Managerial Economics. Using Solver for LP Problems
http://www.econ.ucla.edu/riley/104/LPSolver(IE).htm

[8] Para abrir cualquiera de los *sites* mencionados en la bibliografía, mantengan oprimida la tecla **ctrl**. sobre la dirección de su interés y hagan clic con el ratón.

University of Waterloo. Simplex Method
http://www.watmims.uwaterloo.ca/~ehassini/msci331/spring2000/week3condensed.pdf#search='excel%20solver%20limits%20report

University of Manitoba. Department of Civil Engineering. Solving LP models with Excel's Solver. http://www.ce.umanitoba.ca/~rasmusse/cesystems/Sol-LPmodel.pdf#search='lp%20excel%20solver%20sensitivity%20report'

C. Walter. Using Excel Solver. Linear Programming Models
http://www.pages.drexel.edu/~isp22/pom300/lpsolver.html

Solver. http://www.mgt.buffalo.edu/courses/MGG/633/s1g/Web/Solver/