Universidad de Los Andes
Departamento de Economía
Microeconomía II
Profesor José U. Mora Mora

SOLUCIÓN AL 2do EXAMEN PARCIAL

1. (6 PTOS) Las preferencias de Hillary respeto al trabajo, ocio y consumo vienen representadas por la función de utilidad $U = C^{3/4}H^{1/4}$ donde C y H son, respectivamente, consumo y ocio. Hillary puede dedicar sus 24 horas diarias disponibles al trabajo devengando un salario, w, de 10 por hora. De igual manera, Hillary puede usar sus 24 horas para dedicarlas completamente al ocio. Además, por estar inscrita en las Misiones de Chávez, Hillary recibe una asignación diaria N de 50. Finalmente, el ingreso obtenido por Hillary sólo puede ser gastado en consumo. Se pide:

a. Defina económica y matemáticamente el problema de Hillary suponiendo que Hillary es una persona maximizadora de utilidad. Construya el Lagrangiano y obtenga las condiciones de primer orden.
Respuesta:
Dado que Hillary es una persona maximizadora de utilidad su problema puede ser escrito de la siguiente manera: Max $U = C^{3/4}H^{1/4}$
sujeto a: $L + H = 24$
$C = wL + N$
Matemáticamente este problema se puede resolver por medio de la maximización de una función Lagrangiana de la siguiente manera:
$\mathcal{L} = C^{3/4}H^{1/4} + \lambda (C - N - 24w + Hw)$
CPO
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} = \frac{3}{4}C^{-1/4}H^{1/4} + \lambda = 0$
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H} = \frac{1}{4}C^{3/4}H^{-3/4} + w\lambda = 0$
$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = C - N - 24w + Hw = 0$

b. Determine las funciones de demanda ordinarias de ocio y consumo y de oferta de trabajo. ¿Cuántas horas trabajará Hillary? ¿A cuánto asciende su nivel de utilidad?
De las dos primeras ecuaciones despejo λ y las igualo:

$$\frac{3}{4}C^{-1/4}H^{1/4} = \frac{C^{3/4}H^{-3/4}}{4w}$$

$$3w = \frac{C}{H}$$

$$C = 3wH \tag{1}$$

Luego se sustituye en la tercera ecuación de las CPO y se despeja H:

$$3wH - N - 24w + Hw = 0$$

$$H = \frac{1}{4}\frac{N}{w} + 6 \tag{2}$$

Ahora se sustituye en (1) y se obtiene:

$$C = 3w\left(\frac{1}{4}\frac{N}{w} + 6\right)$$

$$C = \frac{3}{4}N + 18w \tag{3}$$

Finalmente, la ecuación (2) se sustituye en la restricción $L + H = 24$, se despeja L y se obtiene:

$$L = 18 - \frac{1}{4}\frac{N}{w} \tag{4}$$

c. Demuestre si la función de oferta tiene pendiente positiva. ¿Cuál es el significado de este resultado en términos económicos? Determine el impacto que un aumento de N tendría sobre H*. ¿Cuál es el significado económico de este resultado?

$$\frac{\partial L}{\partial w} = \frac{1}{4}\frac{N}{w^2} > 0$$

La función de oferta tiene pendiente positiva. Esto quiere decir que cuando el salario, w, aumenta, la cantidad que Hillary ofrecerá de trabajo también aumenta. Es decir, Hillary está dispuesta a trabajar muchas más horas por una tasa de salario mayor.
Por otra parte, para determinar el impacto que un cambio en N tendrá sobre H* se procede de la siguiente manera:

$$\frac{\partial H}{\partial N} = \frac{1}{4w} > 0$$

Este resultado indica que cuando el ingreso proveniente de otras fuentes aumenta, entonces, Hillary estará dispuesta a gastar una mayor cantidad de horas en ocio. Por tanto, se concluye que el ocio es un bien normal.

2. (8 PTOS) Suponga dos firmas que están listas para introducir al mercado un nuevo tipo de cereal y para ello están manejando la posibilidad de introducir un cereal a base de nueces, almendras y avellanas "Grain" o un cereal de granos variados con miel "Honey Nuts ". Si ambas firmas introducen el mismo tipo de cereal sólo venderán 10 millones cada una, mientras que si una de las firmas presenta el cereal Grain y la otra el cereal Honey Nuts entonces cada una venderá 15 millones. Se pide:
a. Presentar el juego de manera formal

	Firma B	
Firma A	Grain	Honey Nuts
Grain	10, 10	15, 15
Honey Nuts	15, 15	10, 10

b. Si existe, determine la estrategia dominante para la firma 1.
Ninguna de las firmas tiene una estrategia dominante.

c. Si existe(n), determine el (los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras.
Existen dos equilibbrios de Nash: (Honey Nuts, Grain) y (Grain, Honey Nuts)

d. De acuerdo con sus respuestas y la información suministrada, habrá posibilidades de cooperación en este juego. Podría sugerir algún incentivo o movimiento estratégico por parte de una de las firmas para que alcance un objetivo determinado.
En este juego no existen posibilidades de cooperación ya que los dos equilibrios de Nash son óptimos Paretianos. No obstante, para asegurarse una ganancia de 15 millones, cada una de las empresas debe realizar un movimiento estratégico para producir uno de los cereales de manera que su competidor entienda la señal y produzca el otro cereal. Un ejemplo de movimiento estratégico pudiera ser que la firma A decidiera de manera anticipada iniciar la construcción de la planta para producir el cereal Grain y de esta manera la firma B produciría el cereal Honey Nuts . Otra posibilidad pudiera consistir en hacer públicos los contratos realizados con los proveedores de la materia prima que le permita a una de las firmas producir uno de los cereales. De esta manera, cada uno se aseguraría una ganancia de 15 millones

3. (8 puntos) Considere el siguiente juego:

	Jugador M	
Jugador N	L	R
T	5, 5	-8, 10
B	8, -12	-5, -5

a. Si existe(n), determine la(s) estrategia(s) dominante(s) para ambos jugadores
La estrategia B es una estrategia dominante para el jugador N
La estrategia R es una estrategia dominante para el jugador M

b. Si existe(n), determine el (los) equilibrio(s) de Nash en estrategias puras.
Dado que cada jugador jugará su estrategia dominante, existe sólo un equilibrio de Nash en estrategias puras: (B,M)

c. De acuerdo con sus respuestas y la información suministrada, habrá posibilidades de cooperación en este juego. Podría sugerir algún incentivo o movimiento estratégico por parte de una de las firmas para que alcance un objetivo determinado.
Si existen posibilidades de cooperación ya que ambos podrían llegar a un acuerdo y el jugador N jugaría T mientras que el jugador M seleccionaría L. El equilibrio de Nash en estrategias puras bajo cooperación vendría dado por (T,L) y cada jugador recibiría un pago de 5.

d. Si existe, determine el equilibrio de Nash en estrategias mixtas y calcule los pagos
Dado que cada jugador tiene una estrategia dominante, entonces, cada jugador jugará esta estrategia con probabilidad igual a 1. Entonces el equilibrio de Nash en estrategias puras se convierte en un equilibrio de Nash en estrategias mixtas ya que cada jugador jugará su respectiva estrategia dominante con probabiliad 1.

4. (6 puntos) Suponga un empresa perfectamente competitiva que vende *gadgets* a un precio $P = 10$. La empresa produce los *gadgets* mediante un proceso de producción descrito por la función de producción $Q = F(K, L) = 10K^{2/3}L^{2/3}$ donde L y K son respectivamente las cantidades empleadas de trabajo y capital físico. Finalmente, la empresa compra estos insumos en mercados competitivos y paga por ellos una tasa de salario $w = 20$ y un alquiler por cada unidad de capital físico de $r = 10$. Se pide:

a. Escriba el problema de la firma bajo el supuesto de maximización de ganancias (no utilice los valores de los parámetros) y obtenga las condiciones de primer orden.

Max $B = P\left(10K^{2/3}L^{2/3}\right) - wL - rK$

CPO

$\dfrac{\partial B}{\partial L} = P\left(\dfrac{20}{3}\right)K^{2/3}L^{-1/3} - w = 0$

$\dfrac{\partial B}{\partial K} = P\left(\dfrac{20}{3}\right)K^{-1/3}L^{2/3} - r = 0$

b. Obtenga las respectivas funciones de demanda de factores (recuerde estas funciones dependen de los precios de los insumos y del nivel de producción)

Primera ecuación: despejo w y multiplico todo por L.

$P\left(\dfrac{20}{3}\right)K^{2/3}L^{-1/3}L = wL$

$P\left(\dfrac{20}{3}\right)K^{2/3}L^{2/3} = wL$

Sustituyendo $10K^{2/3}L^{2/3} = Q$ y despejando L se obtiene:

$$L = \frac{2PQ}{3w}$$

Segunda ecuación: despejo r y multiplico todo por K.

$P\left(\dfrac{20}{3}\right)K^{-1/3}L^{2/3}K = rK$

$P\left(\dfrac{20}{3}\right)K^{2/3}L^{2/3} = rK$

Sustituyendo $10K^{1/3}L^{2/3} = Q$ y despejando K se obtiene:

$$\frac{2PQ}{3r} = K$$

c. Si la empresa desea producir 100 gadgets ¿cuántas unidades de capital y trabajo debe emplear? ¿A cuánto ascienden sus beneficios?

$L = \dfrac{2PQ}{3w} = \dfrac{2(10)\,(100)}{3\,(20)} = 33.\,333$

$K = \dfrac{2PQ}{3r} = \dfrac{2(10)\,(100)}{3\,(10)} = 66.\,667$

$Q = 10\,(33.333)^{2/3}\,(66.\,667)^{2/3} = 1702.\,9$

$B = 10(1702.90) - 20(33.333) - 10(66.667) = 15696.$