

SOLUCIÓN 1^{er} EXAMEN PARCIAL

1. (6 PTOS.) La empresa XYZ tiene una estructura de costos dada por $C = 10 + 2Q^2$ y vende su producto que no tiene sustitutos cercanos en el mercado cuya función de demanda viene dada por $Q = 200 - \frac{1}{2}P$.

a. Si el gobierno establece un impuesto del 5% sobre el precio. Determine la nueva cantidad, precio y ganancias de equilibrio bajo el supuesto de maximización de ganancias después del impuesto. ¿A cuánto asciende la recaudación del gobierno?

$$Q = 200 - \frac{1}{2}P \quad \text{entonces} \quad P = 400 - 2Q$$

Entonces la fn de beneficios vendría dada por:

$$\pi = P(Q)Q - C(Q) - tP(Q)Q$$

Obsérvese que el impuesto está afectando sólo al precio. Evidentemente las ganancias se ven afectadas pero solo de manera indirecta por medio del efecto del impuesto sobre el precio. Así la función de beneficios quedaría de la siguiente manera:

$$\pi = (400 - 2Q)Q - (10 + 2Q^2) - 0.05(400 - 2Q)Q$$

$$\pi = -3.9Q^2 + 380.0Q - 10$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = -7.8Q + 380 = 0$$

$$-7.8Q + 380 = 0$$

$$Q = 48.718$$

$$P_t = 400.0 - 2(48.718) = 302.56$$

$$\pi_t = -3.9(48.718)^2 + 380.0(48.718) - 10 = 9246.4$$

Para obtener el monto recaudado, calculamos primero el impuesto sobre el precio y luego lo multiplicamos por la cantidad vendida. Es decir:

$$P' = P(1 + t) = 302.56(0.05) = 15.128$$

La recaudación por unidad vendida.

El monto recaudado, R:

$$R = rQ = 15.128(48.718) = 737.01$$

b. Suponga ahora que el gobierno está considerando la posibilidad de cambiar el esquema impositivo a uno que grave las ganancias de las empresas. En ese sentido el gobierno desea recaudar una cantidad similar a la del ítem anterior. ¿Qué tasa impositiva aplicaría a las ganancias? ¿Cuánto produciría la empresa en equilibrio? ¿Qué precio cargaría y a cuánto ascenderían sus beneficios?

Respuesta:

De acuerdo con la información suministrada el gobierno desea recaudar un total de 762.15 y para ello debe aplicar una tasa impositiva t sobre las ganancias. Entonces, la función de ganancias quedaría de la siguiente manera:

$$\pi_t = (1 - t)(PQ - C(Q))$$

$$\pi_t = (1 - t)((400 - 2Q)Q - (10 + 2Q^2))$$

$$\pi_t = 400Q + 10t + 4Q^2t - 400Qt - 4Q^2 - 10$$

La condición de primer orden vendría dada por:

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial Q} = 8(Q - 50)(t - 1) = 0$$

Sea ésta la ecuación (1).

Por otra parte la recaudación debe ser igual a:

$$R = t(PQ - C(Q)) = 737.01$$

$$t((400 - 2Q)Q - (10 + 2Q^2)) = 737.01$$

Sea esta última la ecuación (2).

Obsérvese que de la ecuación (1) se obtiene $Q = 50$

Y sustituyendo este resultado en la ecuación (2) se obtiene t de la siguiente manera:

$$t((400 - 2(50))(50) - (10 + 2(50^2))) = 737.01$$

$$9990t = 737.01$$

$$t = 0.0737 \text{ o } t = 7.37\%$$

$$P = 400 - 2(50) = 300$$

$$\pi = (1 - 0.0737)((400 - 2(50))(50) - (10 + 2(50^2))) = 9253.7$$

2. (9 PTOS) La empresa NBC, una compañía de televisión de señal abierta, vende su tiempo de televisión en un mercado cuya demanda viene dada por: $Q = 1000 - \frac{1}{2}P$ y con un costo marginal constante de 4 y un costo fijo de 500. Se pide:

a. Determine la cantidad, precio y ganancias para la firma NBC bajo el supuesto de maximización de ganancias y barreras a la entrada.

$$Q = 1000 - \frac{1}{2}P$$

$$P = 2000 - 2Q$$

$$\pi = (2000 - 2Q)Q - (500 + 4Q)$$

$$\pi = -2Q^2 + 1996Q - 500$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = -4Q + 1996 = 0$$

$$Q = 499$$

$$P = 2000 - 2(499) = 1002$$

$$\pi = -2(499)^2 + 1996(499) - 500 = 497500$$

b. Suponga ahora que un grupo de firmas competidoras entran al mercado con productos muy similares pero no exactamente iguales e indican además que sus productos son técnicamente diferentes. Estas firmas producen en total 200 unidades del bien y tienen una estructura de costos similar a la de la empresa NBC. Obtenga la cantidad, el precio y las ganancias que obtendrá la firma NBC en equilibrio.

$$P = 2000 - 2(q + 200)$$

$$P = 1600 - 2q$$

$$\pi = (1600 - 2q)q - (500 + 4q)$$

$$\pi = -2q^2 + 1596q - 500$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = -4q + 1596 = 0$$

$$q = 399$$

$$P = 1600 - 2(399) = 802.0$$

$$\pi = -2(399)^2 + 1596(399) - 500 = 317900$$

c. Suponga ahora que debido a la inexistencia de barreras que impidan la entrada a otras firmas, el cantidad total de éstas aumenta a n . Demuestre que en la medida que el número de empresas aumenta, el precio se acerca al precio que prevalecería en un mercado perfectamente competitivo.

$$P = 2000 - 2\left(q_i + \sum_{j=1}^{n-1} q_j\right)$$

$$P = 2000 - 2q_i - 2(n-1)q_j$$

$$\pi_i = (2000 - 2q_i - 2(n-1)q_j)q_i - (500 + 4q_i)$$

$$\pi_i = 2000q_i - 2q_i^2 + 2q_iq_j - 2nq_iq_j - 4q_i - 500.0$$

$$\pi_i = 1996q_i - 2q_i^2 + 2q_iq_j - 2nq_iq_j - 500.0$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 2q_j - 4q_i - 2nq_j + 1996 = 0$$

dado que en equilibrio $q_i = q_j$

$$2q_i - 4q_i - 2nq_i + 1996 = 0$$

$$q_i = \frac{998}{n+1}$$

entonces

$$P = 2000 - 2\left(\frac{998}{n+1}\right) - 2(n-1)\left(\frac{998}{n+1}\right)$$

$$P = 2000 - 1996\frac{n}{n+1}$$

si tomamos el límite cuando $n \rightarrow \infty$ se tiene que $P = 2000 - 1996 = 4.0$ el cual es igual al costo marginal.

3. (9 PTOS) Suponga dos firmas que producen un bien homogéneo y reconocen su interdependencia. El costo marginal de producir una unidad adicional es de 5 para la firma 1 mientras la firma 2 produce con un costo marginal igual a 10 y no tienen costos fijos. El mercado en el que venden su producto se comporta de acuerdo con la siguiente función de demanda $P = 200 - 2Q$, donde $Q = q_1 + q_2$. Se pide:

a. Determine la cantidad, precio y ganancias de ambas firmas bajo el supuesto de maximización de ganancias y además cada firma piensa que el otro competidor va a mantener su cantidad constante.

$$P = 200 - 2(q_1 + q_2)$$

$$\pi_1 = (200 - 2(q_1 + q_2))q_1 - 5q_1$$

$$\pi_2 = (200 - 2(q_1 + q_2))q_2 - 10q_2$$

$$\pi_1 = 195q_1 - 2q_1^2 - 2q_1q_2$$

$$\pi_2 = 190q_2 - 2q_2^2 - 2q_1q_2$$

CPO

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 195 - 4q_1 - 2q_2 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 190 - 4q_2 - 2q_1 = 0$$

de donde se obtienen las siguientes funciones de reacción respectivamente:

$$q_1 = \frac{195}{4} - \frac{1}{2}q_2, \text{ por tanto } [q_1 = 33.333, q_2 = 30.833]$$

$$P = 200 - 2(33.333 + 30.833) = 71.668$$

$$\pi_1 = 195(33.333) - 2(33.333)^2 - 2(33.333)(30.833) = 2222.2$$

$$\pi_2 = 190(30.833) - 2(30.833)^2 - 2(33.333)(30.833) = 1901.4$$

b. Determine la cantidad, precio y ganancias de ambas firmas bajo suponiendo que la firma 1 entra primero al mercado y la firma 2 toma la cantidad producida por la firma 1 como inalterable.

$$\text{Líder de Stackelberg: } \pi_1 = 195q_1 - 2q_1^2 - 2q_1q_2$$

$$\text{Follower: } q_2 = \frac{95}{2} - \frac{1}{2}q_1$$

sustituyendo la función de reacción del seguidor en la función de ganancias del líder de la siguiente manera:

$$\pi_1 = 195q_1 - 2q_1^2 - 2q_1 \left(\frac{95}{2} - \frac{1}{2}q_1 \right)$$

se obtiene:

$$\pi_1 = 100q_1 - q_1^2$$

CPO:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 100 - 2q_1 = 0$$

de donde se obtiene que $q_1 = 50$

$$\text{y por tanto } q_2 = \frac{95}{2} - \frac{1}{2}(50) = 22.5$$

$$P = 200 - 2(50 + 22.5) = 55.0$$

Los beneficios de líder vendrían dados por:

$$\pi_1 = 195(50) - 2(50)^2 - 2(50)(22.5) = 2500.0$$

$$\text{o también } \pi_1 = 100(50) - (50)^2 = 2500.0$$

y los beneficios del seguidor alcanzarían a:

$$\pi_2 = 190(22.5) - 2(22.5)^2 - 2(50)(22.5) = 1012.5$$

c. Suponga ambas firmas tienen un costo marginal constante igual a 5 y deciden formar un cártel. ¿Es atractiva esta idea desde el punto de vista económico? Muestre sus cálculos como soporte de su respuesta.

$$P = 200 - 2(q_1 + q_2)$$

$$\pi = (200 - 2(q_1 + q_2))(q_1 + q_2) - 5q_1 - 5q_2$$

$$\pi = (200 - 2(q_1 + q_2))(q_1 + q_2) - 5(q_1 + q_2)$$

$$\text{y como } Q = q_1 + q_2$$

entonces la función de beneficios quedaría de la siguiente manera

$$\pi = (200 - 2Q)Q - 5Q$$

$$\pi = 195Q - 2Q^2$$

CPO

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 195 - 4Q = 0$$

de donde se obtiene que

$$Q = 48.75$$

y cada firma produciría

$$q_i = \frac{Q}{2} = \frac{48.75}{2} = 24.375$$

$$P = 200 - 2(48.75) = 102.5$$

$$\pi = 195(48.75) - 2(48.75)^2 = 4753.1$$

y por tanto las ganancias de cada firma vendrían dadas por:

$$\pi_i = \frac{\pi}{2} = \frac{4753.1}{2} = 2376.6$$

Aun cuando las estructuras de costos fuesen diferentes y ambas firmas entraran simultáneamente, sería conveniente para ambas firmas formar un cártel. Las razones son mayores cuando las estructuras de costos son iguales ya que ambas firmas producirían la misma cantidad pero las ganancias serían todavía menores a las obtenidas con la cartelización.

4. (9 PTOS) Suponga dos firmas que reconocen su interdependencia en un mercado. La firma 1 tiene una estructura de costos dada por $C_1 = 10 + 5q_1$ mientras que la estructura de costos de la firma 2 viene dada por: $C_2 = 10 + 4q_2^2$. Adicionalmente, se sabe que la demanda de mercado viene dada por $P = 100 - Q$. Suponga además que la firma 1 establece un liderazgo de precios y que la firma 2 aceptará el precio establecido por la firma 1 y ofrecerá la cantidad que le permita maximizar sus ganancias a ese precio. Se pide:

a. Obtenga la función de demanda residual para la empresa líder y la cantidad de equilibrio y precio ofrecido por la firma líder.

Por definición la demanda residual se obtiene de restar de la demanda total lo ofertado por los competidores; es decir:

$$R(p) = D(p) - S(p)$$

$$\text{donde la demanda de mercado } D(p) = Q = 100 - p$$

Ahora el problema consiste en conseguir $S(p)$. Para ello se debe resolver el problema de la firma competidora o seguidora de precios bajo el supuesto de que ésta toma el precio fijado por el líder en precios como un dato. En otras palabras:

$$\text{Max } pq_2 - (10 + 4q_2^2)$$

$$\pi_2 = -4q_2^2 + pq_2 - 10$$

CPO

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = p - 8q_2 = 0$$

de donde se obtiene:

$$S(p) = q_2 = \frac{1}{8}p$$

Entonces la demanda residual vendría dada por:

$$R(p) = D(p) - S(p) = 100 - p - \frac{1}{8}p$$

$$R(p) = 100 - \frac{9}{8}p \quad \text{o lo que es lo mismo } q_1 = 100 - \frac{9}{8}p$$

Despejando p de esta expresión se obtiene:

$$p = \frac{800}{9} - \frac{8}{9}q_1 = 88.889 - 0.88889q_1$$

Entonces la función de oferta de la firma líder vendría dada por:

$$\pi_1 = \left(\frac{800}{9} - \frac{8}{9}q_1\right)q_1 - (10 + 5q_1)$$

$$\pi_1 = -\frac{8}{9}q_1^2 + \frac{755}{9}q_1 - 10 = -0.88889q_1^2 + 83.889q_1 - 10$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = \frac{755}{9} - \frac{16}{9}q_1 = 0$$

o lo que es lo mismo

$$83.889 - 1.7778q_1 = 0$$

de donde

$$q_1 = 47.188$$

y por tanto el precio cargado por la firma líder sería

$$p = \frac{800}{9} - \frac{8}{9}(47.188) = 46.944$$

b. ¿Cuántas unidades del bien venderá la firma 2? ¿A cuánto ascienden los beneficios de ambas firmas?

La cantidad producida por la firma 2 vendría dada por su función de oferta

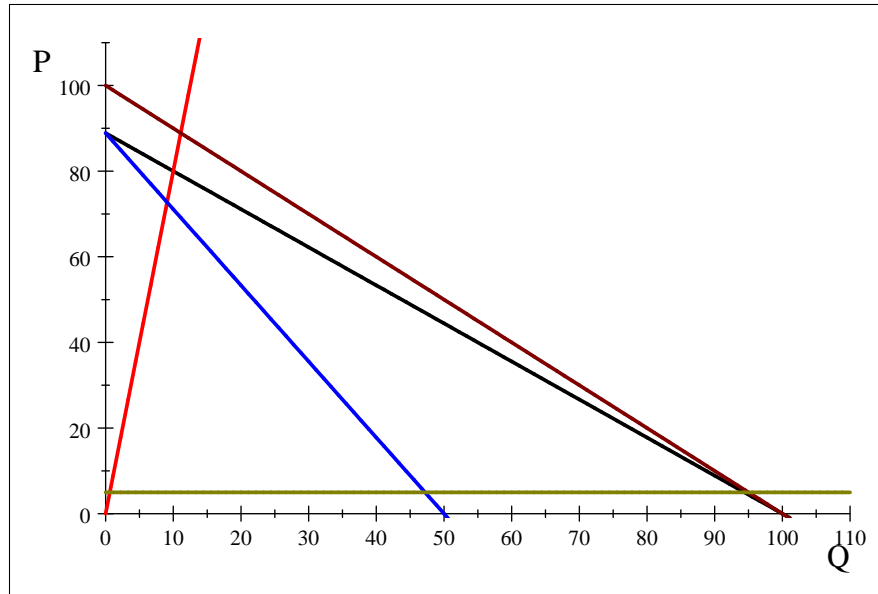
$$S(p) = q_2 = \frac{1}{8}p = \frac{1}{8}(46.944) = 5.868$$

Los beneficios de ambas firmas vendrían dados por:

$$\pi_1 = -0.88889(47.188)^2 + 83.889(47.188) - 10 = 1969.3$$

$$\pi_2 = -4(5.868)^2 + (46.944)(5.868) - 10 = 127.73$$

c. Represente esta situación en un diagrama e indique las cantidades de equilibrio que producirán ambas firmas, el precio determinado por la empresa líder y la cantidad total vendida en el mercado.



5. (12 PTOS) Defina de manera clara y completa los siguientes conceptos

a) Competencia Monopolística

La competencia monopolística es una estructura de mercado donde el número de firmas en el mercado tiende a ser relativamente grande y cada una de estas empresas produce un producto con alguna característica que lo diferencia del producto producido por las otras firmas. Esta estructura de mercado tiene elementos de competencia perfecta debido al hecho de que el número de firmas es relativamente alto producto de que no existen barreras que impidan la entrada de potenciales competidores y por otra parte tiene elementos de monopolio ya que cada una de las empresas ejerce cierto poder de mercado producido por la característica de diferenciación. En esta estructura de mercado cada firma reconoce que las acciones de sus competidores repercuten sobre sus propias decisiones y viceversa. Y finalmente las barreras a la entrada están representados por estructuras de costos bajos.

b) Oligopolio

Es una estructura de mercado caracterizado por la interdependencia, es decir, las acciones de una empresa individual pueden afectar las condiciones del mercado, y la existencia de un número reducido de firmas. El hecho de que el número de firmas sea reducido se debe al hecho de que los costos fijos asociados con la instalación de las plantas de producción son relativamente elevados y esto constituye un impedimento para potenciales competidores al querer competir en mercados donde existen firmas establecidas que controlan el mercado. En este tipo de estructuras de mercado se observa una cierta rigidez de precios y cantidades producidas y ello se debe a que las acciones de una firma independiente pueden ser seguidas o bloqueadas por sus competidores. En esta estructura de mercado los productos no tienen que ser necesariamente homogéneos y pudiera existir diferenciación de productos.

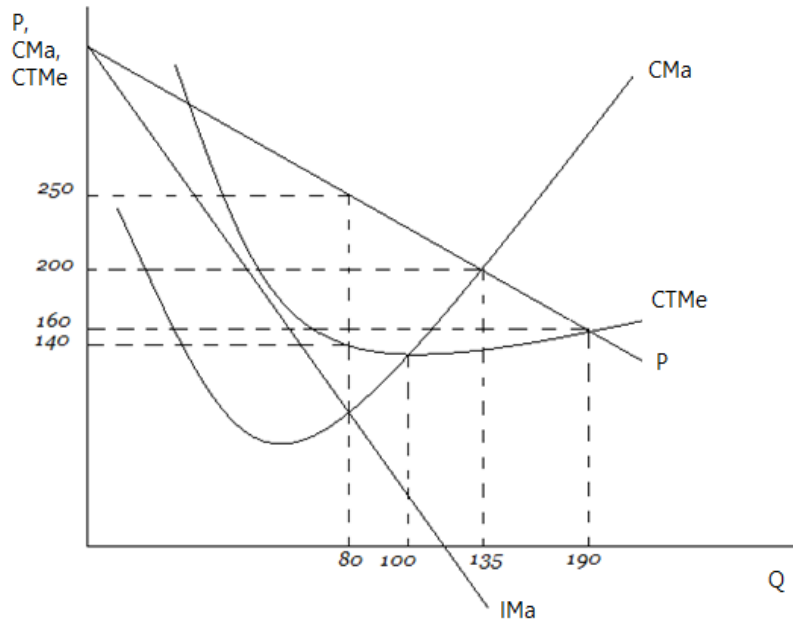
c) Equilibrio de Stackelberg

Ocurre cuando uno de los oligopolistas de Cournot decide tomar la iniciativa y produce una cantidad que maximice las ganancias de la misma bajo el supuesto de que sus competidores se comportarán como duopolistas de Cournot. Es decir, los competidores se comportarán como seguidores. Este modelo describe muy bien aquellas estructuras de mercado donde potenciales competidores deciden no entrar al mercado debido a que la firma ya establecida en el mercado disminuiría los precios hasta sacarlos del mercado y en ese sentido es óptimo para los competidores no entrar al mismo.

d) Cártel

Es una situación donde los competidores en un mercado determinado deciden ponerse de acuerdo y comportarse como un monopolio con la finalidad de aumentar sus ganancias en el corto y largo plazo, produciendo una cantidad inferior a la producida y un precio mayor a que cuando actúan de manera independiente. Este modelo describe muy bien situaciones en donde los competidores forman una coalición que les permita controlar el mercado lo cual logran alcanzar en el corto plazo. El problema con el cártel es que eventualmente cada uno de los miembros del cártel decide romper unilateralmente el acuerdo ya que si los miembros restantes se apegan al acuerdo, el miembro que viola el acuerdo pudiera ver incrementadas sus ganancias de manera significativa. Este es el incentivo que consideran cada uno de los miembros del cártel y en consecuencia todos terminan violando el acuerdo y en consecuencia la estabilidad del mismo. En otras palabras los cárteles no son estables en el largo plazo. Otras razones que pueden atentar contra su estabilidad pueden surgir de dentro de las negociaciones o acuerdos entre los miembros del mismo en relación a las cuotas de producción y las cuotas de mercado.

6. El siguiente gráfico muestra la situación de una firma monopolísticamente competitiva. Complete el gráfico y determine la cantidad, precio y beneficios de equilibrio bajo el supuesto de que existen barreras que impiden la entrada de nuevas firmas.



Cantidad de equilibrio = 80

Precio = 250

CTMe = 140

Ganancia por unidad (π_{unidad}) = $P - CTMe = 250 - 140 = 110.0$

$IT = pQ = 250(80) = 20000.0$

$CT = CTMe * Q = 140(80) = 11200.0$

$\pi = IT - CT = 20000 - 11200 = 8800.0$ o también $\pi = (\pi_{unidad})Q = 110(80) = 8800.0$