

Examen de Derivadas Parciales I-2011

Prof. Wilson Herrera

1. Sea f una funci3n diferenciable y α una constante tal que: $f(tx, ty) = t^\alpha f(x, y)$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Demostrar que:

$$x_o \frac{\partial f(x_o, y_o)}{\partial x} + y_o \frac{\partial f(x_o, y_o)}{\partial y} = \alpha f(x_o, y_o).$$

2. De una funci3n $z = f(x, y)$, se sabe que, en el punto (1,2), la derivada direccional: en la direcci3n que va desde dicho punto al (2,3), vale $2\sqrt{2}$; mientras que en la direcci3n que va desde el (1,2) al (1,0), vale -3. Calcular $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)$.

3. Desarrollar, por la formula de Taylor, hasta los t3rminos de tercer orden, inclusive, la funci3n $f(x, y) = e^y \sin x$, en un entorno del origen.

4. Demostrar que la m3nima distancia, del origen a la curva de intersecci3n de las superficies: $xyz = a$ y $y = bx$, donde $a > 0$, $b > 0$, es $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{a(b^2+1)}{2b}}$.

5. Calcular aproximadamente:

$$\blacksquare \sin(32^\circ) \cos(59^\circ) \qquad \blacksquare \sqrt{(5,05)^2 + (2,93)^2}$$

6. Demostrar, que si $u = \Phi(x^2 + y^2 + z^2)$, donde $x = r \cos \varphi \cos \psi$, $y = r \cos \varphi \sin \psi$, $z = r \sin \varphi$, entonces,

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \psi} = 0$$

7. Entre todos los paralelep3dicos rectangulares de volumen V dado, hallar aqu3l cuya superficie total sea menor.

8. Investigar y estudiar los extremos de las siguientes funciones:

$$\blacksquare z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2 \quad \blacksquare z = 1 - (x^2 + y^2)^{2/3}$$

9. Dadas $x = r \cos \psi \cos \varphi$, $y = r \cos \psi \sin \varphi$, $z = r \sin \psi$, muestre que

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \varphi, \psi)} = r^2 \cos \psi$$