Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales
Departamento de Bótanica y Ciencias Básicas
Matemáticas II

Examen de Derivadas Parciales.

Prof. Wilson Herrera.

1. Sea f una función diferenciable y α una constante tal que: $f(tx,ty) = t^{\alpha} f(x,y),\ \alpha \in \mathbb{R}$. Demostrar que:

   $$x_o \frac{\partial f(x_o,y_o)}{\partial x} + y_o \frac{\partial f(x_o,y_o)}{\partial y} = \alpha f(x_o,y_o).$$

2. De una función $z = f(x,y)$, se sabe que, en el punto (1,2), la derivada direccional: en la dirección que va desde dicho punto al (2,3), vale $2\sqrt{2}$; mientras que en la dirección que va desde el (1,2) al (1,0), vale -3. Calcular $\dfrac{\partial f}{\partial x}(1,2)$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(1,2)$.

3. Desarrollar, por la formula de Taylor, hasta los términos de tercer orden, inclusives, la función $f(x,y) = e^y \sin x$, en un entorno del origen.

4. Demostrar que la mínima distancia, del origen a la curva de intersección de las superficies: $xyz = a$ y $y = bx$, donde $a > 0,\ \ b > 0$, es $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{a(b^2+1)}{2b}}$.

5. Calcular aproximadamente:

   - $\sin(32^o)\cos(59^o)$
   - $\sqrt{(5{,}05)^2 + (2{,}93)^2}$

6. Demostrar, que si $u = \Phi(x^2 + y^2 + z^2)$, donde $x = r\cos\varphi\cos\psi$, $y = r\cos\varphi\sin\psi$, $z = r\sin\varphi$, entonces,

   $$\frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \psi} = 0$$

7. Entre todos los paralelepípedos rectangulares de volumen V dado, hallar aquél cuya superficie total sea menor.

8. Investigar y estudiar los extremos de las siguientes funciones:

- $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$
- $z = 1 - (x^2 + y^2)^{2/3}$

9. Dadas $x = r\cos\psi\cos\varphi$, $y = r\cos\psi\sin\varphi$, $z = r\sin\psi$, muestre que

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \varphi, \psi)} = r^2\cos\psi$$