Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales
Departamento de Bótanica y Ciencias Básicas
Matemáticas II

Examen de Derivadas Parciales.

Prof. Wilson Herrera.

1. Sea f una función diferenciable y α una constante tal que: $f(tx, ty) = t^{\alpha} f(x, y),\ \alpha \in \mathbb{R}$. Demostrar que:

   $$x_o \frac{\partial f(x_o, y_o)}{\partial x} + y_o \frac{\partial f(x_o, y_o)}{\partial y} = \alpha f(x_o, y_o).$$

2. De una función $z = f(x, y)$, se sabe que, en el punto (1,2), la derivada direccional: en la dirección que va desde dicho punto al (2,3), vale $2\sqrt{2}$; mientras que en la dirección que va desde el (1,2) al (1,0), vale -3. Calcular $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 2)$.

3. Demostrar que la mínima distancia, del origen a la curva de intersección de las superficies: $xyz = a$ y $y = bx$, donde $a > 0,\ \ b > 0$, es $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{a(b^2+1)}{2b}}$.

4. Calcular aproximadamente:
   - $\sin(32^o)\cos(59^o)$
   - $\sqrt{(5{,}05)^2 + (2{,}93)^2}$

5. Entre todos los paralelepípedos rectangulares de volumen V dado, hallar aquél cuya superficie total sea menor.

6. Investigar y estudiar los extremos de las siguientes funciones:
   - $z = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$
   - $z = 1 - (x^2 + y^2)^{2/3}$

7. El período T de oscilación del péndulo viene dado por: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, donde L es la longitud del péndulo y g, la aceleración de la gravedad. Al medir L y g, se cometen los errores ΔL y Δg, respectivamente. Probar que el error cometido al determinar T, viene, entonces , dado por: $\pi\frac{g\Delta L - L\Delta g}{g\sqrt{Lg}}$, aproximadamente.